Ondes planes progressives monochromatiques, polarisation et représentation complexe

Romain Gille

October 9, 2015

1 OPPM

1.1 Solutions factorisées

On prend $S(z,t) = F(z).G(t)$

$$\frac{\partial^2 S(z,t)}{\partial z^2} = F''(z).G(t) \qquad \frac{\partial^2 S(z,t)}{\partial t^2} = F(z).G''(t)$$

$$\frac{\partial^2 S(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{S}}{\partial t^2} = 0 \qquad \Rightarrow F''(z).G(t) - \frac{1}{c^2}F(z).G''(t) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F''} = \frac{1}{c^2}\frac{G''}{G}$$

Cela n'est possible que si $\frac{\vec{F}''}{F} = constante = \frac{1}{c^2}\frac{G''}{G}$.
On pose $constante = k^2$

$$\frac{F''}{F} = k^2 \Rightarrow F'' - k^2 F = 0$$

$$\text{de même } G'' - k^2 c^2 G = 0$$

Solutions :

$$F(z) = \alpha_1 e^{ikz} + \beta e^{-ikz}$$
$$G(t) = \alpha_2 e^{i\omega t} + \beta e^{-i\omega t}$$
$$S(z,t) = F(z)G(t) = Acos(kz - \omega t + \phi_a) + Bcos(kz + \omega t + \phi_b)$$

Prenons l'OPPM se propageant selon les z croissants

$$S(z,t) = A.cos(kz - \omega t + \phi_a)$$

C'est une OPPM d'amplitude A, d'unité [celle de la grandeur concernée], de module du vecteur d'onde k d'unité $[rad.m^{-1}]$ et de phase à l'origine ϕ_a d'unité $[rad]$ et de pulsation ω d'unité $[rad.s^{-1}]$ qui se déplace à la vitesse $c = \frac{\omega}{k}[m.s^{-1}]$.
Ce type d'onde possède une double périodicité :
- une dans l'espace (à t fixe) : $k_z = 2\pi$ pour $z = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$
λ longueur d'onde
- une dans le temps (à z fixe) : $\omega t = 2\pi \text{pour} t = T \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$
T période.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$\boxed{\lambda = cT}$