Dependência e Independência Linear

* LD: linearmente dependente
* LI: linearmente independente

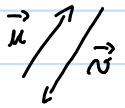
Vetores Multiplo possuem mesmo direção

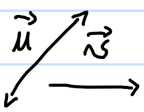
1) Dois Vetores

Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ denominam se LD quando forem múltiplos entre si, i. e.

$$u = x \cdot v, \text{ com } x \in \mathbb{R}$$

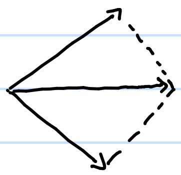
Caso contrário, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são denominados LI. Gramaticamente, temos $\vec{u}, \vec{v}$ LD $\Leftrightarrow \vec{u} \parallel \vec{v}$
$\vec{u}, \vec{v}$ LI $\Leftrightarrow \vec{u}$ e $\vec{v}$ possuem direções distintas.


LD


LI

Um vetor $\vec{w}$ é uma combinação linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$, quando podemos escrever

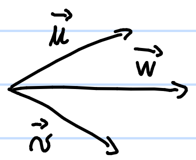
$$\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}, \text{ com } x, y \in \mathbb{R}$$

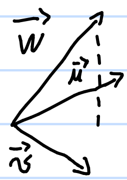


* $\vec{0}$ é múltiplo de qualquer vetor, logo, $\vec{0}$ e $\vec{v}$ LD $\quad \vec{0} = 0 \cdot \vec{v}$

2°) Três Vetores

O vetores $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ são ditos LD quando forem coplanares (vetores no mesmo plano). Caso isso não ocorra, $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ denominam-se LI.


LD (coplanares)


LI (não coplanares)

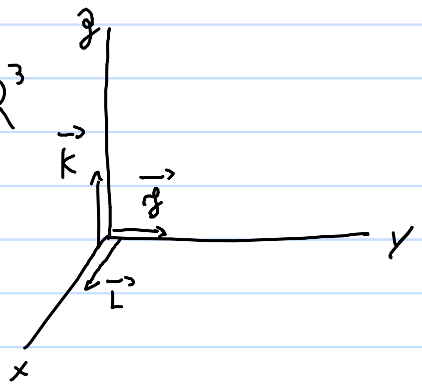
Obs: 1) $\vec{u}, \vec{v}$ e $\vec{w}$ são LD quando um deles é obtido por uma combinação linear dos outros.

3) $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ LI $\Rightarrow \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ geram o espaço $\mathbb{R}^3$

Teorema: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ são LI $\iff x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = 0$ admite apenas a solução nula. $(x = y = z = 0)$

Sistema de Coordenadas

$\mathbb{R}^3$



$\vec{i}$: vetor canônico unitário do eixo x
$\vec{j}$:   "   "   "   "   "   y
$\vec{k}$:   "   "   "   "   "   z

Para qualquer ponto $P = (a, b, c)$ do espaço tridimensional $\mathbb{R}^3$ teremos:

$$\vec{OP} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$$

$P = (a, b, c)$ * Convenção
$\vec{i} = (1, 0, 0)$ $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é a base canônica de $\mathbb{R}$
$\vec{j} = (0, 1, 0)$
$\vec{k} = (0, 0, 1)$

Def: Uma base de $\mathbb{R}^3$ é qualquer conjunto de três vetores LI.

Ex: $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, $\underbrace{\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}}_{\text{outra base}}$