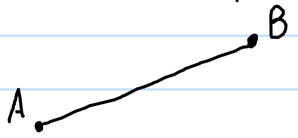
Vetores

Segmentos Orientados

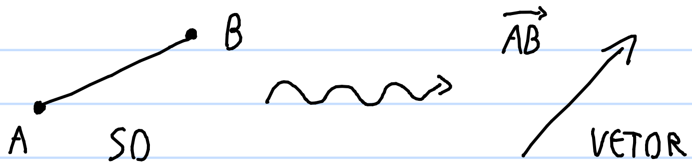
Dados dois pontos A e B, denominamos de segmento orientado o segmento de reta AB



A: pto inicial/início
B: pto final/extremidade

Vetores: Conjunto de segmentos equipolentes

Um vetor associado ao seg. orientado AB é um representante de todos os segmentos orientados equipolentes à AB



Notação:

AB : segmento orientado

$\vec{AB}$: vetor

O vetor $\vec{AB}$ possui os seguintes propriedades (únicas) herdadas do SO AB:

1° Direção (Inclinação)
2° Comprimento (Tamanho)
3° Sentido (Ordem)

Propiedades da Soma

i) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (Comutatividade)

ii) $\vec{u} + (v + w) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ (Associatividade)

iii) $\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$ (Elemento Neutro)

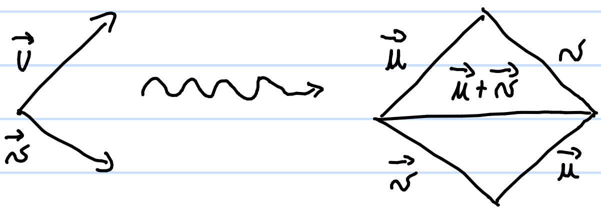
iv) $\vec{v} + (-\vec{v}) = 0$ (Elemento Simétrico)

Operações com Vetores

- Adição / Soma
- Multiplicação

Soma entre Vetores

Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, a soma $\vec{u}$ e $\vec{v}$ representa o vetor dado pela seguinte regra geométrica



Lei de Paralelismo

Multiplicação Escalar

ESCALAR: número real ($\alpha \in \mathbb{R}$)

Dado um escalar $\alpha \in \mathbb{R}$ e um vetor $\vec{v}$, definimos o vetor $\alpha \cdot \vec{v}$ a partir de:

$\alpha \cdot \vec{v}$:
- direção: mesmo que $\vec{v}$ (se $\alpha \neq 0$)
- comprimento: $|\alpha| \cdot$ (comprimento de $\vec{v}$)
- sentido: mesmo que $\vec{v}$, se $\alpha > 0$; mesmo que $-\vec{v}$, se $\alpha > 0$

$|x| \rightarrow$ Módulo, valor positivo

$|2| \rightarrow 2$ $\quad |-6| \rightarrow 6$

$|-1| \rightarrow 1$ $\quad |3| \rightarrow 3$

Propiedades da Multiplicação por Escalar

i) $(\alpha + \beta)\vec{v} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{v}$

ii) $\alpha(\vec{v} + \vec{u}) = \alpha\vec{v} + \alpha\vec{u}$

iii) $1 \cdot \vec{v} = \vec{v}$

iv) $\alpha(\beta\vec{v}) = (\alpha\beta)\vec{v} = \alpha\beta\vec{v}$

Observações: Consequências das propiedades de soma e multiplicação

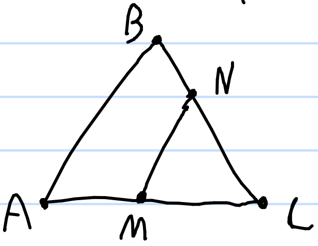
1) $(-1)\vec{v} = -\vec{v}$

2) $0 \cdot \vec{v} = \vec{0}$, $\forall$ vetor $\vec{v}$

3) $\alpha \cdot \vec{0} = \vec{0}$, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$

Exemplos:

① Dado um triangulo ABC arbitrário sejam M e N os pontos médios dos lados AC e BC, respectivamente. Demonstre que MN é paralelo à AB e $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{AB}$



Devemos provar que

$MN \parallel AB$ e $MN = \frac{1}{2}\vec{AB}$

$\vec{MN} = \vec{MC} + \vec{CN}$

M é pto médio de AC: $\vec{MC} = \frac{1}{2}\vec{AC}$

N é pto médio de BC: $\vec{CN} = \frac{1}{2}\vec{CB}$

Com isso:

$\vec{MN} = \vec{MC} + \vec{CN}$

$= \frac{1}{2}\ \vec{AC} + \vec{BC})$