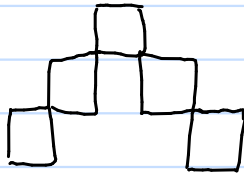


Cálculo Vetorial com Navis

1º Limites
 2º Derivadas
 3º Integrais

Ferramentas do Cálculo

- I) Vetores
- II) Retas e Planos
- III) Cônicas e Quádricas



ORDEM 2	ORDEM 3	ORDEM 4
$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ $m=n=2$	$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & 9 & 3 \end{bmatrix}$ $m=n=3$	$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -3 & 6 \\ 4 & 1 & 7 & -4 \\ -9 & -1 & -7 & 3 \\ 7 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $m=n=4$

Determinantes

Exemplos: Determine o determinante de cada matriz

1) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\det A = 1 \cdot 3 - (0 \cdot 2)$
 $\det A = 3$

2) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

Diagrama de expansão por linha 1:

- 1 (linha 1, col 1) com seta para 30 (linha 2, col 2) e 56 (linha 3, col 3)
- 2 (linha 1, col 2) com seta para 0 (linha 2, col 3) e 0 (linha 3, col 1)
- 3 (linha 1, col 3) com seta para 0 (linha 2, col 1) e 0 (linha 3, col 2)

Resultado: 72

Existem as diagonais principais e secundárias
 os produtos diagonais secundários trocam de sinal.

$\det A = 72 - 30 - 56$

$\det A = 72 - 86$

$\det A = 72 - 2 - 70 - 16$

$\det A = -14$

Tabela de 72

$72 \sim 72, 24, 36, 48$

$60, 72, \dots$

3) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 7 & 0 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \end{bmatrix}$

$\det A = -14$

Resultados errados: 29, -2, 0, -4.

Determinante de matriz (quadrada) de ordem n

Seja $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ uma matriz fixadas linha i e coluna j , denotamos por

A_{ij} a matriz de ordem $(n-1)$ após a eliminação da linha i e coluna j de A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} (-1)^{i+j} \det A_{ij}$$

Sistemas Lineares

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{1m} \\ & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mm} \end{matrix}$$

Representação Matricial

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix}_{m \times m} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m \times 1} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{m \times 1}$$

Matriz dos coeficientes ampliada

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & \dots & a_{12} & \dots & a_{1m} & b_1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{m2} & \dots & a_{mm} & b_m \end{array} \right]$$

Operações elementares entre linhas

1) Permutações: $L_i \leftrightarrow L_j$

2) Multiplicação por escalar: $L_i \leftrightarrow c \cdot L_i$ (com $c \neq 0$)

3) Combinações Lineares: $L_i \leftrightarrow L_i + c \cdot L_j$

Propriedades de Determinantes. A, B matrizes de ordem n

1) A possui linha ou coluna nula $\Rightarrow \det A = 0$

Matrizes Equivalentes

$A \sim B$: A é equivalente a B

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & -3 & | & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & | & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & | & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$-9 \quad 0 \quad 10 \quad \quad 4 \quad 0 \quad +6$

$-(1) \quad \quad 10$

$9 \quad \quad \det = 9$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x & | & 1 & 2 \\ -1 & x & x+1 & | & -1 & x \\ 3 & 2 & x & | & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \det = 6$$

$$\begin{aligned} \text{prime} &= (1 \cdot x \cdot x) + (2 \cdot x + 1 \cdot 3) + (x \cdot -1 \cdot 2) \\ &= (x^2) + (6x + 6) + (-2x) \\ &= x^2 + 4x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{secun} &= (x \cdot x \cdot 3) \cdot (1 \cdot x + 1 \cdot 2) \cdot (2 \cdot -1 \cdot x) \\ &= (3x^2) \cdot (2x + 2) \cdot (-2 + 2x) \\ &= 3x^2 \cdot 4x \cdot 0 \quad \text{X} \quad \rightarrow -2x \\ &= 3x^2 + 4 \end{aligned}$$

Os produtos das diagonais secundárias mudam de sinal.

$$x^2 + 4x + 6 - 3x^2 - 4$$

$$-2x^2 + 4x + 10 = 6$$

$$-2x^2 + 4x + 4 = 0 \quad \checkmark$$