

Leçon 1 : La division euclidienne

1. Objectifs

Il s'agit de :

- bien comprendre la définition d'une division euclidienne.
- reconnaître des situations où interviennent des divisions euclidiennes.

2. Un peu de cours

Définition 1

Soient a et b deux entiers relatifs.

Il existe deux entiers relatifs uniques q et r tels que :

$$a = bq + r \quad \text{avec} \quad 0 \leq r < |b|$$

a est le dividende

q est le quotient

b est le diviseur

r est le reste

On note $q = a/b$

$r = a \% b$

$$\begin{array}{c} a \\ r \Big| q \\ \hline b \end{array}$$

3. Pratique guidée - Exercices corrigés

Exemple 1 : Comment effectuer une division euclidienne avec la calculatrice

Faire la division euclidienne de 1789 par 110.

On tape 1789/110 sur la calculette.

$1789/110=16,26\dots$

On prend la partie entière du résultat : $16 \Rightarrow q = 16$.

Puis on effectue $1789 - 110 \times 16$. On trouve 29. $\Rightarrow r = 29$.

$$\begin{array}{r} 1789 \\ 110 \\ \hline 29 \\ 16 \end{array} \quad 1789 = 16 \times 110 + 29$$

Remarque : On a bien $0 \leq 29 < |110|$

Exemple 2 : lorsque a est négatif

Effectuer la division euclidienne de $a = -40$ par $b = 15$.

On commence par faire "comme si" tout était positif : $40 = 15 \times 2 + 10$

Puis on passe au négatif : $-40 = -15 \times 2 - 10$

On ne peut pas s'arrêter là car la condition $r \geq 0$ n'est pas respectée.

$$-40 = -15 \times 2 - 10 + 15 - 15$$

$$-40 = -15 \times 3 + 5$$

$$-40 = 15 \times (-3) + 5$$

On a bien $0 < 5 \leq 15$

Donc $q = -3$ et $r = 5$