

# Leçon 1 : La division euclidienne

## 1. Objectifs

Il s'agit de :

- bien comprendre la définition d'une division euclidienne.
- reconnaître des situations où interviennent des divisions euclidiennes.

## 2. Un peu de cours

### Définition 1

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs.

Il existe deux entiers relatifs uniques  $q$  et  $r$  tels que :

$$a = bq + r \quad \text{avec} \quad 0 \leq r < |b|$$

$a$  est le dividende

$q$  est le quotient

$b$  est le diviseur

$r$  est le reste

On note  $q = a/b$

$r = a \% b$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array}$$

## 3. Pratique guidée - Exercices corrigés

### Exemple 1 : Comment effectuer une division euclidienne avec la calculatrice

Faire la division euclidienne de 1789 par 110.

On tape 1789/110 sur la calculette.

1789/110=16,26...

On prend la partie entière du résultat :  $16 \Rightarrow q = 16$ .

Puis on effectue  $1789 - 110 \times 16$ . On trouve 29.  $\Rightarrow r = 29$ .

$$\begin{array}{r|l} 1789 & 110 \\ 29 & 16 \end{array} \quad 1789 = 16 \times 110 + 29$$

Remarque : On a bien  $0 \leq 29 < |110|$

### Exemple 2 : lorsque $a$ est négatif

Effectuer la division euclidienne de  $a = -40$  par  $b = 15$ .

On commence par faire "comme si" tout était positif :  $40 = 15 \times 2 + 10$

Puis on passe au négatif :  $-40 = -15 \times 2 - 10$

On ne peut pas s'arrêter là car la condition  $r \geq 0$  n'est pas respectée.

$$-40 = -15 \times 2 - 10 + 15 - 15$$

$$-40 = -15 \times 3 + 5$$

$$-40 = 15 \times (-3) + 5$$

On a bien  $0 < 5 \leq 15$

Donc  $q = -3$  et  $r = 5$