

CORRIGÉS FICHE TD n°2 : BASES

Exercice 13:

Par définition, on a $N = 247 \times 100 + 2 \times 10 + 3$
donc $N = 24723$

Exercice 14:

$$\begin{aligned} 1) (1010111111)_2 &= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6 \\ &\quad + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^0 \\ &= 1024 + 256 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 \\ &= (1407)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) (2a0eb)_{16} &= 2 \times 16^4 + 10 \times 16^3 + 14 \times 16^2 + 0 \times 16 + 11 \\ &= (175627)_{10} \end{aligned}$$

3) Méthode 1:

$$(3146)_8 = (0\cancel{1}\underset{3}{1} \underset{1}{0}\cancel{0}\underset{4}{1} \underset{4}{1}00 \underset{6}{1}\cancel{1}0)_2$$

$2^3 = 8$ donc chaque bit en base 8 s'exprime par 3 bits en base 2

Méthode 2:

$$\begin{aligned} \text{On repasse par la base 10} \\ (3146)_8 &= 3 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 6 \times 8^0 \\ &= (1638)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1638 \quad | \quad 2 \\ -0 \quad | \quad 819 \quad | \quad 2 \\ \quad 1 \quad | \quad 409 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad 1 \quad | \quad 204 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 102 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 51 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 25 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 12 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad | \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad | \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \quad 1 \quad | \quad 0 \end{array}$$

$(1638)_{10} = (11001100110)_2$

4) Méthode 1 :

$$\begin{aligned} (abba)_{16} &= (\underline{1010} \underline{1011} \underline{1011} \underline{1010})_2 \\ &= (001 \ 010 \ 101 \ 110 \ 111 \ 010)_2 \\ &= (1 \ 2 \ 5 \ 6 \ 7 \ 2)_8 \end{aligned}$$

On fait des groupes de 3.

Méthode 2:

On répète pour la base 1
 $(abba)_{16} = 10 \times 16^3 + 11 \times 16^2 + 1 \times 16 + 10$
 $= (43962)_{10}$

$$\begin{array}{r} 43962 \\ \hline 2 | 5495 & 8 \\ \hline 7 | 695 & 8 \\ \hline 6 | 85 & 8 \\ \hline 5 | 10 & 1 \\ \hline 2 | 1 & 8 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Donc $(abba)_{16} = (1256\ 2)_8$

Exercice 15

- 1) • $(23)_4 = 2 \times 4^1 + 3 \times 4^0 = (11)_{10}$
- $(10)_5 = 1 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = (5)_{10}$
- $(1000)_2 = 1 \times 2^3 = (8)_1$
- $(143)_7 = 1 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 3 \times 7^0 = (80)_{10}$

$$\begin{array}{r} 12345 \\ \hline 4 | 1763 & 7 \\ \hline 6 | 251 & 7 \\ \hline 6 | 35 & 0 \\ \hline 0 | 5 & 7 \\ \hline & 5 | 7 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (50664)_7$

$$\begin{array}{r} 12345 \\ \hline 3 | 1122 & 11 \\ \hline 0 | 102 & 3 \\ \hline 3 | 9 & 9 \\ \hline 0 | 0 & 11 \\ \hline & 9 | 11 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (9303)_{11}$

$$\begin{array}{r} 12345 \\ \hline 5 | 617 & 20 \\ \hline 17 | 30 & 20 \\ \hline 10 | 1 & 1 \\ \hline 1 | 0 & 20 \\ \hline & 0 | 20 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (1ahs)_{20}$

3)

Base	2	3	5	9	10	16
3	11	10	3	3	3	3
5	101	12	10	5	5	5
10	1010	101	20	11	10	
11	1011	102	21	12	11	b
13	1101	111	23	14	13	d
28	11100	1001	103	31	28	1c
845	1101001101	1011022	11340	1138	845	34d

Exercice 16 :

1) Non $(4567)_{16} = 4 \times 16^3 + 5 \times 16^2 + 5 \times 16 + 7$

2) Non $(1101110)_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$

3) Non Certes l'on a $2 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 5 = 350$
mais en base 5, les chiffres sont entre 0 inclus
et 5 exclus.

Exercice 17 :

1)
$$\begin{array}{r} 1789 \\ + 1515 \\ \hline = 3304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1789 \\ \times 1515 \\ \hline 8945 \\ + 17890 \\ + 894500 \\ + 1789000 \\ \hline 2710335 \end{array}$$

← calcul de 5×1789
 ← calcul de 10×1789
 ← calcul de 500×1789
 ← calcul de 1000×1789

$$\begin{aligned} 1789 \times 1515 &= 1789 \times (1000 + 500 + 10 + 5) \\ &= 1789 \times 1000 + 1789 \times 500 + 1789 \times 10 + 1789 \times 5 \end{aligned}$$

2) Rappelons les tables d'addition et de multiplication en base 2

$$\left. \begin{array}{l} (0)_2 + (0)_2 = (0)_2 \\ (0)_2 + (1)_2 = 1 + 0 = (1)_2 \\ (1)_2 + (1)_2 = (10)_2 \\ (1)_2 + (1)_2 + (1)_2 = (11)_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (0)_2 \times (0)_2 = (0)_2 \\ (0)_2 \times (1)_2 = (1)_2 \times (0)_2 = (0)_2 \\ (1)_2 \times (1)_2 = (1)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 1 1 0 \\ + 1 0 1 1 \\ \hline = 1 1 0 0 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 1 1 0 \\ \times 1 0 1 1 \\ \hline 1 1 1 0 \\ 1 0 0 0 \cdot \\ 1 1 1 0 \cdot \cdot \\ \hline = 1 0 0 1 1 0 1 0 \end{array}$$

Exercice 18:

$$1) (32)_b \times (14)_b = (438)_b$$

$$(3 \times b^1 + 2 \times b^0) \times (1 \times b^1 + 4 \times b^0) = 4 \times b^2 + 3 \times b^1 + 8 \times b^0$$

$$(3b+2)(b+4) = 4b^2 + 3b + 8$$

$$3b^2 + 12b + 2b + 8 = 4b^2 + 3b + 8$$

$$b^2 - 11b = 0$$

$$b(b-11) = 0$$

$$b=0 \quad \text{ou} \quad b=11$$

impossible.

Cette égalité est donc vraie en base 11.

$$2) (27)_b \times (35)_b = (758)_b$$

$$(2b+7)(3b+5) = 7b^2 + 5b + 8$$

$$6b^2 + 10b + 21b + 35 = 7b^2 + 5b + 8$$

$$-b^2 + 26b + 27 = 0$$

$$\Delta = 26^2 - 4 \times (-1) \times 27 = 784$$

$$b_1 = \frac{-26 + 28}{-2} = -1 < 0 \rightarrow \text{impossible}$$

$$b_2 = \frac{-26 - 28}{-2} = 27$$

Cette égalité est donc vraie en base 27.

$$3) (23)_b \times (34)_b = (910)_b$$

$$(2b+3)(3b+4) = 9b^2 + b$$

$$6b^2 + 8b + 9b + 12 = 9b^2 + b$$

$$-3b^2 + 16b + 12 = 0$$

$$\Delta = 16^2 - 4 \times (-3) \times 12 = 400 > 0$$

$$b_1 = \frac{-16 + 20}{-6} = -\frac{2}{3} \rightarrow \text{impossible car } b_1 < 0 \\ (\text{et } b_1 \notin \mathbb{N})$$

$$b_2 = \frac{-16 - 20}{-6} = 6 \rightarrow \text{impossible à cause de la présence du chiffre 9.}$$

Il n'existe pas de base dans laquelle cette égalité soit vraie

$$4) (123)_b + (234)_b = (357)_b$$

$$b^2 + 2b + 3 + 2b^2 + 3b + 4 = 3b^2 + 5b + 7$$

$$3b^2 + 5b + 7 = 3b^2 + 5b + 7$$

Cette égalité est toujours vraie quelque soit la base b
Mais à condition que $b \geq 8$ (car présence du chiffre 7).

Exercice 19

Base	2	3	5	7	8	9	10	16
4	100	11	4	4	4	4	4	4
6	110	20	11	6	6	6	6	6
12	1100	110	22	15	14	13	12	c
15	1111	120	30	21	17	16	15	f
33	100001	1020	113	45	41	36	33	21
128	10000000	11202	1003	242	200	152	128	80

Exercice 20

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\cancel{1}} \overset{1}{\cancel{0}} \overset{1}{\cancel{1}} \\ + 100011 \\ \hline = 101000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10010 \\ + 101 \\ \hline = 10111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 1001 \\ \hline 1011 \\ + 1011000 \\ \hline = 1100011 \end{array}$$

Exercice 21

Soit abc le nombre cherché.

- Alors on a :
- $c \neq 0$ (car il n'est pas multiple de 10)
 - $b = 4c$
 - $abc - 297 = cba$

Comme $0 \leq b < 9$ et $b = 4c$, alors on a forcément

$$c=1 \text{ ou } c=2$$

* Si $c=1$, alors $b=4$: $a41$
 et on a $a \times 10^2 + 4 \times 10 + 1 - 297 = 1 \times 10^2 + 4 \times 10 + a$
 $100a - 256 = 140 + a$
 $99a = 396$

$$\boxed{a=4}$$

Alors la solution est $\boxed{441}$.

* si $c=2$, alors $b=8$: $a82$
 $a \times 10^2 + 8 \times 10 + 2 - 297 = 2 \times 10^2 + 8 \times 10 + a$
 $100a - 215 = 280 + a$
 $99a = 495$
 rs $\boxed{a=5}$

Alors la solution est $\boxed{582}$