

CORRIGÉS FICHE TD n°2 : BASES

Exercice 13:

Par définition, on a $N = 247 \times 100 + 2 \times 10 + 3$
 donc $N = 24723$

Exercice 14:

$$1) (10101111111)_2 = 1 \times 2^{10} + 0 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 1024 + 256 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$$

$$= (1407)_{10}$$

$$2) (2ae0b)_{16} = 2 \times 16^4 + 10 \times 16^3 + 14 \times 16^2 + 0 \times 16 + 11$$

$$= (175627)_{10}$$

3) Méthode 1:

$$(3146)_8 = (\underbrace{011}_3 \underbrace{001}_1 \underbrace{100}_4 \underbrace{110}_6)_2$$

$2^3 = 8$ donc chaque bit en base 8 s'exprime par 3 bits en base 2

Méthode 2:

On repasse par la base 10

$$(3146)_8 = 3 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 6 \times 8^0$$

$$= (1638)_{10}$$

$$\begin{array}{r}
 1638 \div 2 = 819 \text{ (reste 0)} \\
 819 \div 2 = 409 \text{ (reste 1)} \\
 409 \div 2 = 204 \text{ (reste 1)} \\
 204 \div 2 = 102 \text{ (reste 0)} \\
 102 \div 2 = 51 \text{ (reste 0)} \\
 51 \div 2 = 25 \text{ (reste 1)} \\
 25 \div 2 = 12 \text{ (reste 1)} \\
 12 \div 2 = 6 \text{ (reste 0)} \\
 6 \div 2 = 3 \text{ (reste 0)} \\
 3 \div 2 = 1 \text{ (reste 1)} \\
 1 \div 2 = 0 \text{ (reste 1)}
 \end{array}$$

$$(1638)_{10} = (11001100110)_2$$

4) Méthode 1:

$$(abba)_{16} = (\underbrace{1010}_2 \underbrace{1011}_3 \underbrace{1011}_3 \underbrace{1010}_2)_2$$

$$= (00101010111011010)_2$$

$$= (125672)_8$$

on fait des paquets de 3.

Méthode 2:

On repasse par la base 10
 $(abba)_{16} = 10 \times 16^3 + 11 \times 16^2 + \dots \times 16 + 10$
 $= (43962)_{10}$

$$\begin{array}{r} 43962 \div 8 = 5495 \text{ r } 2 \\ 5495 \div 8 = 686 \text{ r } 7 \\ 686 \div 8 = 85 \text{ r } 6 \\ 85 \div 8 = 10 \text{ r } 5 \\ 10 \div 8 = 1 \text{ r } 2 \\ 1 \div 8 = 0 \text{ r } 1 \end{array}$$

donc $(abba)_{16} = (12562)_8$

Exercice 15

- 1) • $(23)_4 = 2 \times 4^1 + 3 \times 4^0 = (11)_{10}$
 • $(10)_5 = 1 \times 5^1 + 0 \times 5^0 = (5)_{10}$
 • $(1000)_2 = 1 \times 2^3 = (8)_{10}$
 • $(143)_7 = 1 \times 7^2 + 4 \times 7^1 + 3 \times 7^0 = (80)_{10}$

2) •
$$\begin{array}{r} 12345 \div 7 = 1763 \text{ r } 4 \\ 1763 \div 7 = 251 \text{ r } 6 \\ 251 \div 7 = 35 \text{ r } 6 \\ 35 \div 7 = 5 \text{ r } 0 \\ 5 \div 7 = 0 \text{ r } 5 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (50664)_7$

•
$$\begin{array}{r} 12345 \div 11 = 1122 \text{ r } 3 \\ 1122 \div 11 = 102 \text{ r } 0 \\ 102 \div 11 = 9 \text{ r } 3 \\ 9 \div 11 = 0 \text{ r } 9 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (9303)_{11}$

•
$$\begin{array}{r} 12345 \div 20 = 617 \text{ r } 5 \\ 617 \div 20 = 30 \text{ r } 17 \\ 30 \div 20 = 1 \text{ r } 10 \\ 1 \div 20 = 0 \text{ r } 1 \end{array}$$

$(12345)_{10} = (1a15)_{20}$

3)

Base	2	3	5	9	10	16
3	11	10	3	3	3	3
5	101	12	10	5	5	5
10	1010	101	20	11	10	
11	1011	102	21	12	11	b
13	1101	111	23	14	13	d
28	11100	1001	103	31	28	1c
845	1101001101	1011022	11340	1138	845	34d

Exercice 16:

- 1) Non $(4567)_{16} = 4 \times 16^3 + 5 \times 16^2 + 6 \times 16 + 7$
- 2) Non $(110110)_2 = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0$
- 3) Non Certes l'on a $2 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 5 = 350$
mais en base 5, les chiffres sont entre 0 inclus et 5 exclu.

Exercice 17:

1)

$$\begin{array}{r} 1789 \\ + 1515 \\ \hline = 3304 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1789 \\ \times 1515 \\ \hline 8945 \quad \leftarrow \text{calcul de } 5 \times 1789 \\ + 17890 \quad \leftarrow \text{calcul de } 10 \times 1789 \\ + 894500 \quad \leftarrow \text{calcul de } 500 \times 1789 \\ + 1789000 \quad \leftarrow \text{calcul de } 1000 \times 1789 \\ \hline 2710335 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1789 \times 1515 &= 1789 \times (1000 + 500 + 10 + 5) \\ &= 1789 \times 1000 + 1789 \times 500 + 1789 \times 10 + 1789 \times 5 \end{aligned}$$

2) Rappelons les tables d'addition et de multiplication en base 2

$$\left. \begin{array}{l} (0)_2 + (0)_2 = (0)_2 \\ (0)_2 + (1)_2 = 1 + 0 = (1)_2 \\ (1)_2 + (1)_2 = (10)_2 \\ (1)_2 + (1)_2 + (1)_2 = (11)_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (0)_2 \times (0)_2 = (0)_2 \\ (0)_2 \times (1)_2 = (1)_2 \times (0)_2 = (0)_2 \\ (1)_2 \times (1)_2 = (1)_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ + 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ \hline = 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ \times 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad . \\ 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad . \quad . \\ 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad . \quad . \quad . \\ \hline = 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Exercice 18:

$$1) (32)_b \times (14)_b = (438)_b$$

$$(3 \times b^1 + 2 \times b^0) \times (1 \times b^1 + 4 \times b^0) = 4 \times b^2 + 3 \times b^1 + 8 \times b^0$$

$$(3b + 2)(b + 4) = 4b^2 + 3b + 8$$

$$3b^2 + 12b + 2b + 8 = 4b^2 + 3b + 8$$

$$b^2 - 11b = 0$$

$$b(b - 11) = 0$$

$$b = 0 \quad \text{ou} \quad b = 11$$

\downarrow
impossible.

Cette égalité est donc vraie en base 11.

$$2) (27)_b \times (35)_b = (158)_b$$

$$(2b + 7)(3b + 5) = 7b^2 + 5b + 8$$

$$6b^2 + 10b + 21b + 35 = 7b^2 + 5b + 8$$

$$-b^2 + 26b + 27 = 0$$

$$\Delta = 26^2 - 4 \times (-1) \times 27 = 784$$

$$b_1 = \frac{-26 + 28}{-2} = -1 < 0 \rightarrow \text{impossible}$$

$$b_2 = \frac{-26 - 28}{-2} = 27$$

Cette égalité est donc vraie en base 27.

$$3) (23)_b \times (34)_b = (910)_b$$

$$(2b + 3)(3b + 4) = 9b^2 + b$$

$$6b^2 + 8b + 9b + 12 = 9b^2 + b$$

$$-3b^2 + 16b + 12 = 0$$

$$\Delta = 16^2 - 4 \times (-3) \times 12 = 400 > 0$$

$$b_1 = \frac{-16 + 20}{-6} = -\frac{2}{3} \rightarrow \text{impossible car } b_1 < 0 \text{ (et } b_1 \notin \mathbb{N})$$

$$b_2 = \frac{-16 - 20}{-6} = 6 \rightarrow \text{impossible à cause de la présence du chiffre 9.}$$

Il n'existe pas de base dans laquelle cette égalité soit vraie

$$4) (123)_b + (234)_b = (357)_b$$

$$b^2 + 2b + 3 + 2b^2 + 3b + 4 = 3b^2 + 5b + 7$$

$$3b^2 + 5b + 7 = 3b^2 + 5b + 7$$

Cette égalité est toujours vraie quelque soit la base b
Mais à condition que $b \geq 8$ (car présence du chiffre 7).

Exercice 19

Base	2	3	5	7	8	9	10	16
4	100	11	4	4	4	4	4	4
6	110	20	11	6	6	6	6	6
12	1100	110	22	15	14	13	12	c
15	1111	120	30	21	17	16	15	f
33	100001	1020	113	45	41	36	33	21
128	10000000	11202	1003	242	200	152	128	80

Exercice 20

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + 100011 \\
 \hline
 = 101000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10010 \\
 + 101 \\
 \hline
 = 10111
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \times 1001 \\
 \hline
 \\
 + 1011000 \\
 \hline
 = 1100011
 \end{array}$$

Exercice 21

Soit abc le nombre cherché.
 Alors on a :

- $c \neq 0$ (car il n'est pas multiple de 10)
- $b = 4c$
- $abc - 297 = cba$

Comme $0 \leq b < 9$ et $b = 4c$, alors on a forcément
 $c = 1$ ou $c = 2$

* Si $c = 1$, alors $b = 4$: $a41$
 et on a $a \times 10^2 + 4 \times 10 + 1 - 297 = 1 \times 10^2 + 4 \times 10 + a$
 $100a - 256 = 140 + a$
 $99a = 396$
 $a = 4$

Alors la solution est 441 .

* Si $c = 2$, alors $b = 8$: $a82$
 $a \times 10^2 + 8 \times 10 + 2 - 297 = 2 \times 10^2 + 8 \times 10 + a$
 $100a - 215 = 280 + a$
 $99a = 495$

soit $a = 5$

Alors la solution est 582