

## TP : Devoir 2

### Introduction

Si  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires indépendantes et à loi binomiales  $\mathcal{B}(m, p)$  et  $\mathcal{B}(n, p)$ , alors  $S = X + Y$  est une variable aléatoire à loi binomiale  $\mathcal{B}(m + n, p)$ .

Comment vérifier cette propriété avec R ?

On choisit un entier  $N$  assez grand, alors les commandes suivantes de R,

```
X = rbinom(N, m, p)
Y = rbinom(N, n, p)
S = X + Y
```

donnent un vecteur  $S$  de  $N$  entiers compris entre 0 et  $n+m$ , et la fréquence  $f(k)$  de chaque  $k \in \{0, 1, \dots, n+m\}$  doit être proche de  $\mathbb{P}(S = k)$ ;  
( $N \times f(k)$  est le nombre de fois où on trouve  $k$  dans  $S$ ).

### La simulation

1). Ecrire une fonction R,  $freq(N, m, n, p)$  qui retourne le vecteur des fréquences  $(f(0), f(1), \dots, f(n+m))$

Choisir votre entier  $N$  entre 1000 et 5000.

Après ce choix rendre vos calculs vérifiables en insérant la commande de **R**

```
set.seed(1111)
```

et remplacer 1111 par les 4 derniers chiffres de votre code ETUDIANT, (en enlevant éventuellement zéro quand il est en première position)

2). On prend  $(m, n) = (4, 5)$  et  $p = 0.6$ .

Tracer sur deux figures côte à côte, (sur un seul écran graphique), les fréquences obtenues et sur l'autre figure les probabilités théoriques d'une loi  $\mathcal{B}(m+n, p)$ , le type sera "h".

Afficher l'espérance obtenue  $Esp = \sum_k k f(k)$  et celle théorique  $(m+n)p$ .

Afficher la variance obtenue  $Var = \sum_k k^2 f(k) - (Esp)^2$

et celle théorique  $(m+n)p(1-p)$ .

Afficher le maximum des écarts des fréquences, le maximum des  $|f(k) - \mathbb{P}(S = k)|$ .

3). On prend  $m = 4$  et  $n$  le **mois de votre date de naissance**.

On prend  $p$  tous les éléments  $P = \{\frac{1}{40}, \frac{2}{40}, \dots, \frac{39}{40}\}$ .

Tracer sur deux figures côte à côte, (sur un seul écran graphique),

- sur la première, l'espérance obtenue en fonction de  $p$  ainsi l'espérance théorique  $(m+n)p$ , le type sera "l" et les couleurs doivent être différentes,

- sur la deuxième, la variance obtenue en fonction de  $p$  ainsi la variance théorique  $(m+n)p(1-p)$ , le type sera "l" et les couleurs doivent être différentes,  
On affichera le maximum des écarts des espérances.  
On affichera le maximum des écarts des variances.

---

Début de code pour la question 3. (Ce code n'est pas obligatoire).

```
#####
#####
#### Question 3)
#####
# Initialisation
m = 4
n = 11 # Changer n par le mois de votre naissance
P = (1:39)/40
L = length(P)
## Pour stocker les fréquences simulées, on utilise une matrice Lx(m+n+1)
M = matrix(rep(0,L*(m+n+1)), nrow=L)
# Remplissage de la matrice des fréquences
for (i in 1:L) M[i, ] = freq(N,m,n,P[i])
# Calcule des espérances
EspV = 0*P
for (i in 1:L) EspV[i] = sum((0:(m+n))*M[i, ])
# Calcul des variances
VarV = 0*P
for (i in 1:L) VarV[i] = sum(((0:(m+n))*(0:(m+n)))*M[i, ]) - (EspV[i])^2
```

---

Tout le programme doit être dans un seul fichier NOM.R, où NOM est votre nom de famille (tronqué s'il est en plusieurs parties).

On fera une rédaction dans un fichier PDF, NOM.pdf, pour commenter vos résultats et y inclure les figures.

Votre nom et le numéro de groupe doivent figurer dans chacun des deux fichiers.

Les 2 fichiers sont à envoyer en pièces jointes par Mail, avec comme objet "TP proba" à Abderemane.Morame@univ-nantes.fr