Задача восстановления зависимости $y\colon X \to Y,\ \ |Y| < \infty$ по точкам *обучающей выборки* $(x_i, y_i)$, $i = 1, \dots, \ell$.

**Дано:** векторы $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^n)$ — объекты обучающей выборки, $y_i = y(x_i)$ — классификации, ответы учителя, $\ i = 1, \dots, \ell$:

$$\begin{pmatrix} x_1^1 & \dots & x_1^n \\ \dots & \dots & \dots \\ x_\ell^1 & \dots & x_\ell^n \end{pmatrix} \xrightarrow{y^*} \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_\ell \end{pmatrix}$$

**Найти:** функцию $a(x)$, способную классифицировать объекты произвольной *тестовой выборки* $\tilde{x}_i = (\tilde{x}_i^1, \dots, \tilde{x}_i^n)$, $\ i = 1, \dots, k$:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_1^1 & \dots & \tilde{x}_1^n \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{x}_k^1 & \dots & \tilde{x}_k^n \end{pmatrix} \xrightarrow{a?} \begin{pmatrix} a(\tilde{x}_1) \\ \dots \\ a(\tilde{x}_k) \end{pmatrix}$$

# Определение бинарного решающего дерева

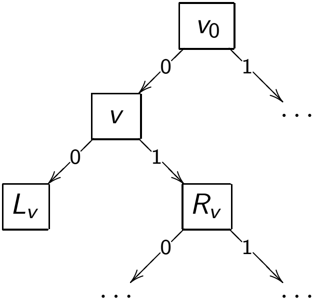
*Бинарное решающее дерево* — алгоритм классификации $a(x)$, задающийся бинарным деревом:

1) $\forall v \in V_{\text{внутр}} \;\to\;$ предикат $\beta_v : X \to \{0, 1\}$, $\beta_v \in \mathscr{B}$,

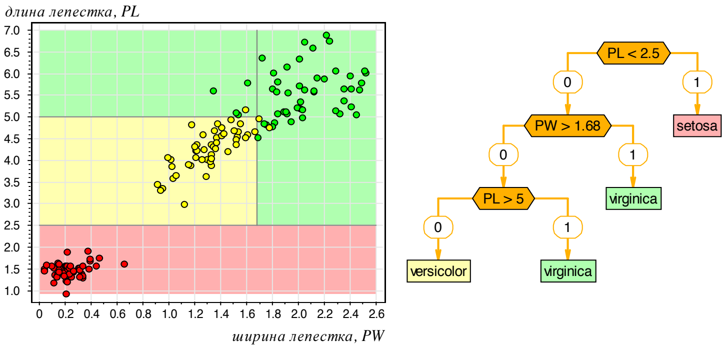
2) $\forall v \in V_{\text{лист}} \;\to\;$ имя класса $c_v \in Y$,

где $\mathscr{B}$ — множество бинарных признаков или предикатов (например, вида $\beta(x) = [x^j \geqslant \theta_j]$, $x^j \in \mathbb{R}$)

$v := v_0$;<br>
**пока** $v \in V_{\text{внутр}}$<br>
    **если** $\beta_v(x) = 1$ **то**<br>
        переход вправо: $v := R_v$;<br>
    **иначе**<br>
        переход влево: $v := L_v$;<br>
**вернуть** $c_v$.

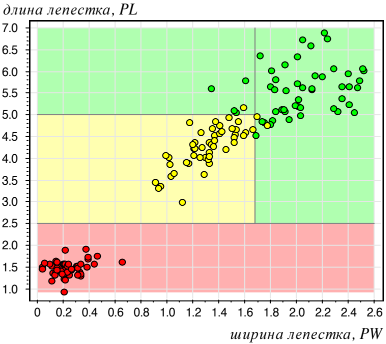


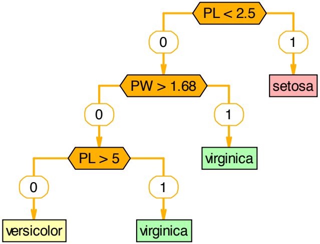
Задача Фишера о классификации цветков ириса на 3 класса, в выборке по 50 объектов каждого класса, 4 признака.




**На графике:** в осях двух самых информативных признаков (из 4) два класса разделились без ошибок, на третьем 3 ошибки.

# Решающее дерево → покрывающий набор конъюнкций




| | |
|---|---|
| setosa | $r_1(x) = \big[PL \leqslant 2.5\big]$ |
| virginica | $r_2(x) = \big[PL > 2.5\big] \wedge \big[PW > 1.68\big]$ |
| virginica | $r_3(x) = \big[PL > 5\big] \wedge \big[PW \leqslant 1.68\big]$ |
| versicolor | $r_4(x) = \big[PL > 2.5\big] \wedge \big[PL \leqslant 5\big] \wedge \big[PW < 1.68\big]$ |