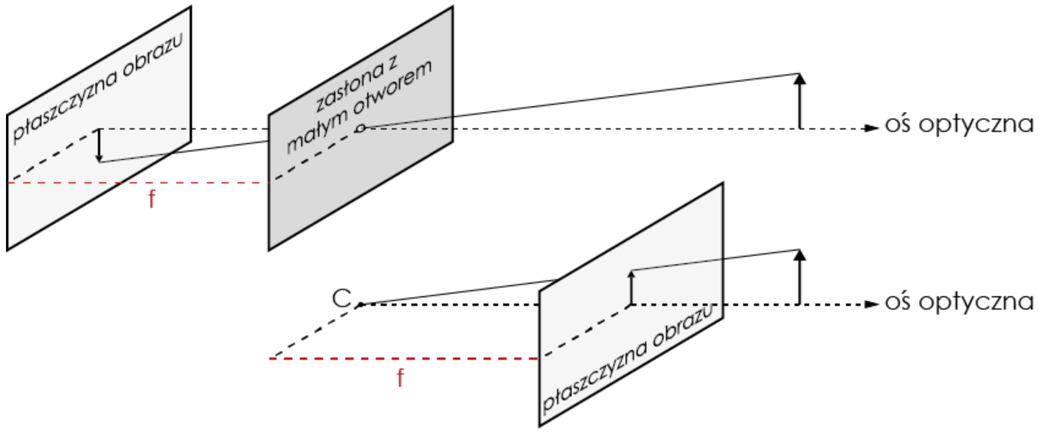
1.1.1 Model matematyczny kamery

Współczesne aparaty cyfrowe, kamery, czy telefony posiadają często stosunkowo złożone systemy optyczne. Wynika to z faktu, że wymaga się od nich, aby wykonane za ich pomocą fotografie były jak najlepszej jakości. Wszystkie te urządzenia znajdują jednocześnie zastosowanie w różnego rodzaju systemach wizyjnych jako elementy akwizycji obrazu. W takich przypadkach niezbędne jest zbudowanie matematycznego modelu, który pozwoli opisać proces rejestracji obrazu rzeczywistych obiektów trójwymiarowych. Naturalnie im bardziej złożona jest wewnętrzna budowa aparatu, tym trudniej jest taki model sporządzić. W praktyce, dla mniej zaawansowanych systemów korzysta się z prostego modelu kamery otworkowej który następnie, w miarę potrzeb uzupełnia się i rozszerza..



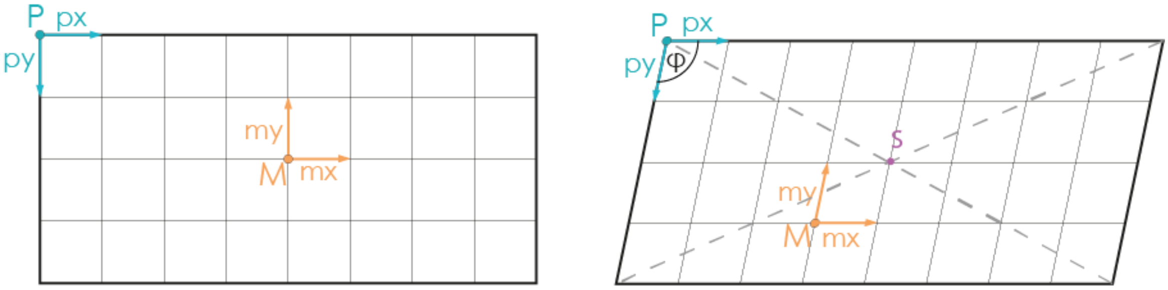
Rysunek 1.1.1.1 Model kamery otworkowej. Promienie przechodzące przez otwór w zasłonie tworzą obraz na ścianie za zasłoną która oddalona jest o f – ogniskową układu – wzdłuż osi głównej. Środek projekcji/kamery znajduje się w punkcie C..

Kamera otworkowa przedstawiana jest często jako zamknięte pudełko o czarnym wnętrzu i małym otworze na jednej ze ścian. Czarne wykończenie ma zminimalizować wewnętrzne odbicia i rozproszenia światła. Zewnętrzne promienie świetlne które przejdą przez otwór w zasłonie tworzą wewnątrz pudełka odwrócony obraz obserwowanego przedmiotu. Obraz ten powstaje na ścianie przeciwnej do tej w której znajduje się otwór. W podobny sposób przedstawia to rysunek 1.1.1.1 a. W ramach matematycznych uproszczeń, rysunek a można zmodyfikować tak, aby rejestrowany obraz nie był odwrócony. W tym celu przenosi się płaszczyznę obrazu między obserwowany obiekt a zasłonę, zachowując jednocześnie odległość f między aperturą/środkiem kamery C i płaszczyzną obrazu. Ilustruje to rysunek 1.1.1.1 b.

Z powyższego rysunku widać, że podczas rejestracji obrazu rzeczywistych obiektów 3D dochodzi do mapowania punktów pomiędzy dwoma układami współrzędnych:

- C – układem 3D w którym definiuje się położenie punktu przestrzennego Q(Cx, Cy, Cz). Środek tego układu współrzędnych pokrywa się ze środkiem kamery K, a jego oś CZ z osią optyczną kamery.
- M - związanego z położeniem punktu q(Mx,My), który jest obrazem rzutu punktu Q na płaszczyźnie obrazu.

Wymienione wyżej układy współrzędnych korzystają z jednostek metrycznych, co wydaje się być naturalne dla określenia odległości. Istnieje jednak jeszcze jeden układ współrzędnych P związany z położeniem punktu na obrazie, który korzysta z innych jednostek – pikseli. W rzadko używanych dzisiaj aparatach analogowych, wykonywana fotografia była utrwalana na kliszy. Obecnie jej rolę pełni najczęściej matryca CCD lub CMOS. W dużym uproszczeniu są to macierze bardzo małych prostokątnych elementów światłoczułych. Zarejestrowany przez nie obraz jest więc gęstą macierzą pojedynczych prostokątów – pikseli.



Rysunek 1.1.1.2 Matryca CMOS/CCD zbudowana z 8x4 prostokątnych elementów światłoczułych. Układ współrzędnych P zaczepiony jest w lewym górnym rogu matrycy. Oś optyczna pokrywa się ze środkiem układu M.

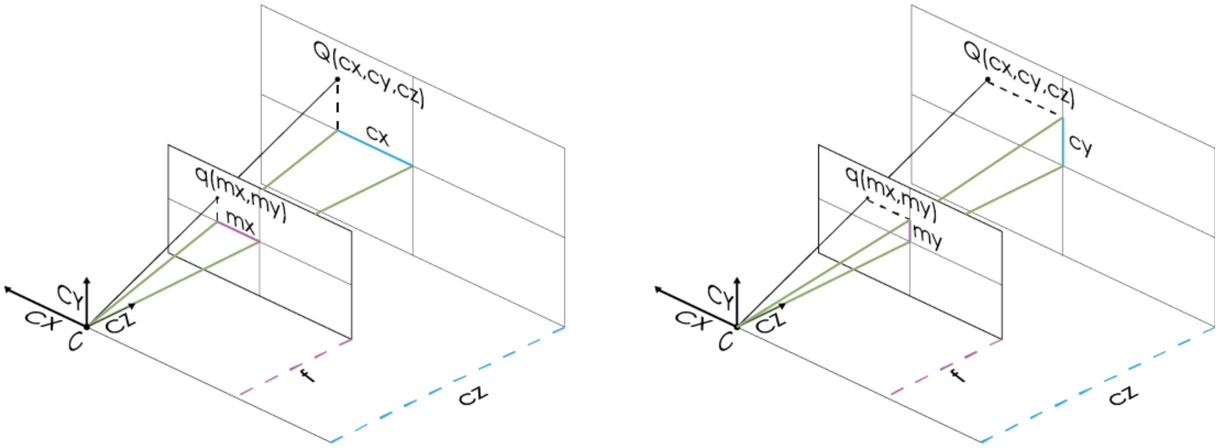
W idealnym przypadku – rysunek 1.1.1.2. a - matryca CCD/CMOS jest:

- zbudowana jest z kwadratowych elementów światłoczułych
- ustawiona prostopadle do osi optycznej a jej środek pokrywa się z nią

W rzeczywistości, tak jak ilustruje to rysunek 1.1.1.2 b matryca może:

- posiadać elementy światłoczułe w kształcie równoległoboku,
- nie być ustawiona prostopadle do osi optycznej
- oś optyczna może nie przechodzić przez środek matrycy

Dysponując już wiedzą na temat używanych układów współrzędnych można przejść do próby opisu procesu rzutowania jaki towarzyszy akwizycji obrazu przy pomocy modelu kamery otworkowej.



Rysunek 1.1.1.3 Rzutowanie perspektywiczne. Obraz rzutu punktu przestrzennego Q powstaje na płaszczyźnie obrazu w miejscu q, gdzie przebija ją promień rzutujący, łączący punkt Q i środek projekcji C.

Ten sam etap mapowania punktu pomiędzy układami 3D i 2D, jak na rysunku 1.1.1.1 został przedstawiony w bardziej czytelnej formie powyżej. Korzystając z podobieństwa trójkątów, łatwo można wyrazić związek pomiędzy położeniem punktu q na płaszczyźnie obrazu, a punktem Q w przestrzeni.

$$\frac{mx}{f} = \frac{cx}{cz} \Rightarrow mx = f\frac{cx}{cz} \quad (1)$$

$$\frac{my}{f} = \frac{cy}{cz} \Rightarrow my = f\frac{cy}{cz} \quad (2)$$

Można więc zapisać, że proces rzutowania perspektywicznego przebiega w sposób

$$\begin{bmatrix} cx \\ cy \\ cz \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f\,\frac{cx}{z} \\ f\,\frac{cy}{z} \end{bmatrix} \tag{3}$$

, a po przejściu do współrzędnych jednorodnych

$$\begin{bmatrix} cx \\ cy \\ cz \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} f\,\frac{cx}{cz} \\ f\,\frac{cy}{cz} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

Powyższe wyrażenie można przedstawić w formie równania macierzowego

$$\begin{bmatrix} f\ cx \\ f\ cy \\ cz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.1.1.1}$$

$$\begin{bmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4.1.2}$$