

Integración por partes

El **método de integración por partes** permite calcular la **integral de un producto** de dos funciones aplicando la **fórmula**:

$$\int u \cdot v' dx = u \cdot v - \int u' \cdot v dx$$

Las funciones logarítmicas, "arcos" y polinómicas se eligen como ***u***.

Las funciones exponenciales y trigonométricas del tipo seno y coseno, se eligen como ***v'***.

Caso 1

En este primer caso aplicamos la fórmula directamente, tomando la ***x*** como ***u***.

$$\int x \cos x dx$$

$$u = x \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 1$$

$$v' = \cos x \xrightarrow{\text{integrar}} v = \sin x$$

$$\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$



Caso 2

Si al **integrar por partes** tenemos un polinomio de grado **n**, lo tomamos como **u** y se repite el proceso **n** veces.

$$\int x^3 e^x dx$$

$$u = x^3 \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 3x^2$$

$$v' = e^x \xrightarrow{\text{integrar}} v = e^x$$

$$\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3 \int x^2 e^x dx$$

$$u = x^2 \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 2x$$

$$v' = e^x \xrightarrow{\text{integrar}} v = e^x$$

$$\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3(x^2 e^x - 2 \int x e^x dx) =$$

$$= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6 \int x e^x dx$$

$$u = x \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 1$$

$$v' = e^x \xrightarrow{\text{integrar}} v = e^x$$

$$= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6 \left(x e^x - \int e^x dx \right) =$$

$$= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + C = e^x (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C$$

Caso 3

Si tenemos una integral con sólo un **logaritmo** o un **"arco"**, integramos por partes tomando: **$v' = 1$** .

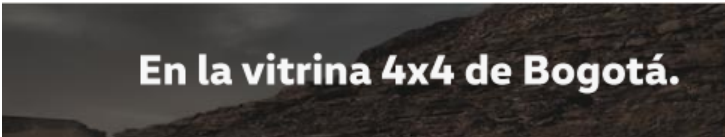
$$\int \operatorname{arc\,cotg} x \, dx$$

$$u = \operatorname{arc\,cotg} x \xrightarrow{\text{derivar}} u' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$v' = 1 \xrightarrow{\text{integrar}} v = x$$

$$\int \operatorname{arc\,cotg} x \, dx = x \operatorname{arc\,cotg} x + \int \frac{x}{1+x^2} dx =$$

$$= x \operatorname{arc\,cotg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$$



En la vitrina 4x4 de Bogotá.

Caso 4

Si al integrar por partes aparece en el segundo miembro la integral que hay que calcular, se resuelve como una ecuación.

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx$$

$$u = e^{3x} \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 3e^{3x}$$

$$v' = \sin 2x \xrightarrow{\text{integrar}} v = -\frac{1}{2} \cos 2x$$

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} e^{3x} \cos 2x + \frac{3}{2} \int e^{3x} \cos 2x \, dx$$

$$u = e^{3x} \xrightarrow{\text{derivar}} u' = 3e^{3x}$$

$$v' = \cos 2x \xrightarrow{\text{integrar}} v = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} e^{3x} \cos 2x + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} e^{3x} \sin 2x - \frac{3}{2} \int e^{3x} \sin 2x \, dx \right)$$

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} e^{3x} \cos 2x + \frac{3}{4} e^{3x} \sin 2x - \frac{9}{4} \int e^{3x} \sin 2x \, dx$$

Pasamos la integral del 2º miembro al 1º.

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx + \frac{9}{4} \int e^{3x} \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2} e^{3x} \cos 2x + \frac{3}{4} e^{3x} \sin 2x$$

Sumamos las integrales y multiplicamos en los dos miembros por $4/13$.

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx = \frac{4}{13} \left(-\frac{1}{2} e^{3x} \cos 2x + \frac{3}{4} e^{3x} \sin 2x \right) + C$$


Sacamos factor común e^{3x} .

$$\int e^{3x} \sin 2x \, dx = \frac{1}{13} e^{3x} (-2 \cos 2x + 3 \sin 2x) + C$$

Nasdaq Boardvantage

Purpose-Built for Boards and Leadership Teams

Learn More

 Anuncios Google

1 bachillerato ejercicio matematica

1 eso ejercicio fracciones

Acción de gracias

Industria química