CC0288 - Inferência Estatística I

Quinta Verificação de Aprendizagem - 26/05/2023.

Prof. Maurício

1. (Valor 3 pontos) Um novo tratamento pós-cirúrgico é comparado com um tratamento padrão. Sete indivíduos (do grupo investigacional) receberam o novo tratamento, enquanto outros sete (do grupo de controle) receberam o tratamento padrão. Os tempos de recuperação, em dias, são:

X: Grupo investigacional	12	13	15	17	19	20	21
Y: Grupo de controle	15	18	21	25	29	33	36

a. Supondo que $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ Determine um intervalo de confiança de 95% para o tempo médio de recuperação para os pacientes do grupo investigacional.

b. Obtenha um intervalo de confiança de 95% para σ_1^2.

c. Determine um intervalo de confiança de 90% para a redução no tempo médio de recuperação para os pacientes que receberam o novo tratamento.
Não esqueça as suposições.

Solução: Temos uma amostra de tamanho $n = 7$ de X que apresentou

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 117 \qquad \sum_{i=1}^{7} x_i^2 = 2029.$$

Asim a média amostral é dada por:

$$\bar{x} = \frac{117}{7} = 16,71.$$

A variância amostral é dada por:

$$s^2 = \frac{2029 - 117^2}{6} = 12,2381.$$

Logo

$$s = 3,50.$$

Sabemos que

$$T = \sqrt{n}\,\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sim t(6).$$

Pela tabela da t temos:

$$P(t(6) \geq 2,447) = 0,025$$

assim

$$ttab = 2,447.$$

O erro amostral é dado por:

$$e = ttab\ \frac{s}{\sqrt{n}} = 2,447\ \ \frac{3,50}{2,65} = 3,24.$$

$$IC(\mu_1, 95\%)$$

$$IC95 = 16,71 \pm 3,24$$

$$IC95 = [13,48; 19,95]$$

```
>
> X=c(12,13,15,17,19,20,21)
> n=length(X);n
[1] 7
> SX=sum(X);SX
[1] 117
> SX2=sum(X^2);SX2
[1] 2029
>
> Xb=SX/n;Xb;mean(X)
[1] 16.71429
[1] 16.71429
>
>
> s2=(SX2 -SX^2/n)/(n-1);s2;var(X)
[1] 12.2381
[1] 12.2381
> s=sqrt(s2);s;sd(X)
[1] 3.498299
[1] 3.498299
>
>
>
> ttab=qt(0.975,6);round(ttab,3);ttab
[1] 2.447
[1] 2.446912
>
>
>
> e=ttab*(s/sqrt(n));e
[1] 3.235387
>
>
> IC95=Xb+c(-1,1)*e;IC95
[1] 13.47890 19.94967
>
> round(IC95,2)
```

```
[1] 13.48 19.95
>
> t.test(X)$conf.int
[1] 13.47890 19.94967
attr(,"conf.level")
[1] 0.95
>
>
```

No item **b** é pedido um intervalo de confiança para a variância σ_1^2 com 95% de confiança. Sabemos que

$$V = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_1^2} \sim \chi^2(6).$$

Usando a tabela IV temos:

$$P(V \geq 1,237) = 0,975$$

Assim

$$q_1 = 1,237.$$

$$P(V \geq 14,449) = 0,025.$$

Assim

$$q_2 = 14,449.$$

```
 q_1=qchisq(0.025,6);round(q_1,3)
[1] 1.237
>
> q_2=qchisq(0.975,6);round(q_2,3)
[1] 14.449
>
```

```
 > X=c(12,13,15,17,19,20,21)
 > SX=sum(X);SX2=sum(X^2);SX;SX2
 [1] 117
 [1] 2029
 > n=length(X)
 > s2_1=var(X);s2_1; s_1=sd(X);s_1
 [1] 12.2381
 [1] 3.498299
 >
 > Num=(n-1)*s2_1;Num; SX2-SX^2/n
```

```
[1] 73.42857
[1] 73.42857
>
>
>
> li=Num/q_2;li
[1] 5.081914
> ls=Num/q_1;ls
[1] 59.3602
>
>
> IC95=c(li,ls);round(IC95,2)
[1]  5.08 59.36
>
```

$$IC[\sigma_1^2, 95\%] = [5,08; 59,36].$$

No item **c** temos duas populações X e Y. A primeira coisa a decidir se elas são independentes ou dependentes. Como não há informações sobre emparelhamento vamos decidir pela independência entre elas.

Logo temos

$$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \quad Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$$

independentes .

Uma amostra de tamanho $n = 7$ é retirada de X e forneceu:

$$\bar{x} = 16,71 \;\; e \quad s_1^2 = 12,24.$$

Uma amostra de tamanho $m = 7$ é retirada de Y e forneceu:

$$\bar{y} = 25,89 \;\; e \quad s_2^2 = 60,90.$$

```
> Y=c(15,18,21,25,29,33,36)
> m=length(Y);m
[1] 7
>
> SY=sum(Y);SY
[1] 177
> SY2=sum(Y^2);SY2
[1] 4841
> yb=mean(Y);yb
[1] 25.28571
>
> s2_2=var(Y);s2_2
[1] 60.90476
>
```

Vamos usar a regra prática para verificar a igualdade das variâncias:

$$\theta = \frac{max(s_1^2, s_2^2)}{max(s_1^2, s_2^2)} = \frac{60,90}{12,24} = 4,98 > 4.$$

```
 s2_2=var(Y);s2_2
[1] 60.90476
> s2_1=var(X);s2_1
[1] 12.2381
> teta=max(s2_1,s2_2)/ min(s2_1,s2_2);teta
[1] 4.976654
> teta< 4
[1] FALSE
> ##### Variancias diferentes.

>


>
```

Se o aluno construir um intervalo de confiança de 95% para

$$\theta = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

obterá o seguinte intervalo:

$$IC[\theta, 95\%] = [0,035; 1,169]$$

como 1 pertence ao intervalo de confiança as variâncias podem ser consideradas iguais.

Aceito qualquer uma das soluções.

A questão pede um intervalo de confiança para redução mésia do tempo de recuperação com 90% de confiança.

Vamos inicialmente considerar variâncias iguais.

A nossa quantidade pivotal tem uma distribuição t-student com $r = m + m - 2 = 12$ grua de liberdade.

Da tabela V temos:

$$P(t(12) > 1,782) = 0,05.$$

Assim

$$ttab = 1,782.$$

Como $n = m$ temos:

$$S_p^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{2} = \frac{73,14286}{2} = 36,57,$$

```
2_1+s2_2
[1] 73.14286
>
> s2_p=(s2_1+s2_2)/2;s2_p
[1] 36.57143
>
> aux=s2_p*(1/n+1/m);aux
[1] 10.44898
>
>
> sqrt(aux)
[1] 3.232488
>
> ttab=qt(0.95,12);round(ttab,3)
[1] 1.782
> ttab=1.782
> e=ttab*sqrt(aux);e
[1] 5.760294
>
> xb=mean(X);xb
[1] 16.71429
>
> yb=mean(Y);yb
[1] 25.28571
> xb-yb
[1] -8.571429
>
> IC90=(xb-yb) +c(-1,1)*e;IC90
[1] -14.331722  -2.811135
>
> t.test(X,Y, var.equal=T,conf.level=0.90)$conf.int
[1] -14.332652  -2.810205
attr(,"conf.level")
[1] 0.9
```

Segue usando que as variâncias são distintas.

```
>
>
> ###Variâncias distintas
>
>
> A=s2_1/n;A
[1] 1.748299
> r
[1] 8
> B=s2_2/m;B
[1] 8.70068
>
> num=(A+B)^2;num
[1] 109.1812
```

```
>
> den=A^2/(n-1) + B^2/(m-1);den
[1] 13.1264
>
>
> gl=num/den;gl
[1] 8.31768
>
> r=floor(gl);r
[1] 8
>
>
> ttab=qt(0.95,r);ttab
[1] 1.859548
> ttab=1.859
>
>
> t1=qt(0.95,gl);t1 ###O R trabalha com graus de liberdade quebrados.
[1] 1.850382
>
>
>
> aux=A+B;aux
[1] 10.44898
>
> e=ttab*sqrt(aux);e
[1] 6.009195
>
>
> IC90=(xb-yb)+c(-1,1)*e;IC90
[1] -14.580624  -2.562233
>
> t.test(X,Y,conf.level=0.90)  ####Não bate!!!!!!

Welch Two Sample t-test

data:  X and Y
t = -2.6517, df = 8.3177, p-value = 0.02822
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
90 percent confidence interval:
-14.552768  -2.590089
sample estimates:
mean of x mean of y
16.71429  25.28571

>
>
> ###Vamos usar o gl quebrado
>
> gl####Compare com a saída!!!
[1] 8.31768
>
```

```
>
> e1=t1*sqrt(aux);e1
[1] 5.981339
>
>
>
> IC190=(xb-yb)+c(-1,1)*e1;IC190 ####Agora bate!!!!
[1] -14.552768  -2.590089
>
>
```