

CC0288 - Inferência Estatística I

Quinta Verificação de Aprendizagem - 26/05/2023.

Prof. Maurício

1. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim \chi^2(11)$. Responda ao que se pede:

a. Calcule $p_a = P(X \leq 6,989)$.

Solução:

Usando a tabela IV temos:

$$P(X > 6,989) = 0,80$$

$$p_a = P(X \leq 6,989) = 1 - P(X > 6,989) = 1 - 0,80 = 0,20.$$

```
pa=pchisq( 6.989,11);pa  
round(pa,3)im}
```

b. Qual o percentil 96 de X ?

Solução:

Usando a tabela IV temos:

$$P(X > P_{96}) = 0,04$$

Logo

$$P_{96} = 20,412.$$

```
> P96=qchisq(0.96,11);P96;round(P96,3)  
[1] 20.41203  
[1] 20.412
```

2. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim t(18)$. Responda ao que se pede:

a. Calcule $p_a = P(|X| \leq 1,734)$.

Solução:

Usando diretamente a tabela V temos:

$$P(|X| > 1,734) = 0,10.$$

$$p_a = P(|X| \leq 1,734) = 1 - 0,10 = 0,90.$$

```
> p1=pt(-1.734,18);p1
[1] 0.05000577
>
> p2=pt(1.734,18);p2
[1] 0.9499942
> pa=p2-p1;pa;round(pa,3)
[1] 0.8999885
[1] 0.9
>
```

b. Qual o percentil 90 de X ?

Solução: Sabemos que

$$P(X > P90) = 0,10 = \frac{p}{2}.$$

Assim

$$p = 2 \times 0,10 = 0,20.$$

Usando diretamente a tabela V com $k = 18$ e $p = 20\%$ temos:

$$P90 = 1,33.$$

```
> P90=qt(0.90,18);P90;round(P90,3)
[1] 1.330391
[1] 1.33
>
```

3. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim F(30, 8)$. Responda ao que se pede:

a. Qual o percentil 95 de X ?

Solução:

$$P(F(30, 8) > P95) = 0,05.$$

Usando a tabela VI com 0,05 e $glnum = 30$; $glden = 8$ temos

$$P95 = 3,08.$$

```
> P95=qf(0.95,30,8);P95;round(P95,2)
[1] 3.079406
[1] 3.08
>
```

- b. Qual o quinto percentil de X ?

Solução:

$$P(F(30, 8) < P05) = 0,05$$

$$P\left(\frac{1}{F(30, 8)} > \frac{1}{P05}\right) = 0,05.$$

$$\left(F(8, 30) > \frac{1}{P05}\right) = 0,05.$$

Usando a tabela VI com 0,05 e $glnum = 8$ e $glden = 30$ temos

$$\frac{1}{P05} = 2,27.$$

$$P05 = \frac{1}{2,27} = 0,44.$$

```
qf(0.05,30,8)
[1] 0.4412745
> 1/qf(0.95,8,30)
[1] 0.4412745
> qf(0.95,8,30)
[1] 2.266163
> 1/qf(0.95,8,30)
[1] 0.4412745
>
```

4. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim N(40, 16)$. Responda ao que se pede:

- a. Calcule $p_a = P(28 < X < 52)$.

Solução:

Sabemos que

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 40}{4} \sim N(0, 1).$$

$$p_a = P(28 < X < 52) = P\left(\frac{28 - 40}{4} < Z < \frac{52 - 40}{4}\right)$$

$$p_a = P(-3 < Z < 3) = 2P(0 < Z < 3) = 2 \times 0,49865 = 0,9973.$$

```
> mu=40;sigma=4
> x_2=52
>
```

```
> z_2=(x_2-mu)/sigma;z_2
[1] 3
>
> x_1=28
> z_1=(x_1-mu)/sigma;z_1
[1] -3
>
> p_a=pnorm(z_2)-pnorm(z_1);p_a;round(p_a,5)
[1] 0.9973002
[1] 0.9973
>
> ##Diretamente
>
>
> pnorm(52,mu,sigma)-pnorm(28,mu,sigma)
[1] 0.9973002
>
>
```

b. Qual o terceiro quartil de X ?

Solução:

$$P(X < Q_3) = 0,75.$$

$$P\left(Z < \frac{Q_3 - 40}{4}\right) = 0,75$$

$$P\left(0 < Z < \frac{Q_3 - 40}{4}\right) = 0,75 - 0,50 = 0,25$$

Olhando na tabela III temos:

$$\frac{Q_3 - 40}{4} = 0,67.$$

$$Q_3 = 40 + 0,67 \times 4 = 40 + 2,68 = 42,68.$$

```
qnorm(0.75,mu,sigma)
[1] 42.69796
> qnorm(0.75)
[1] 0.6744898
> Q_3=mu+sigma*qnorm(0.75);Q_3
[1] 42.69796
>
```

Solução:

5. (Valor 1 ponto) Seja $X \sim N(30, 16)$.

Uma amostra de tamanho 25 é retirada com reposição. Responda ao que se pede:

a. Calcule $p_a = P(\bar{X} < 32)$.

Solução:

Sabemos que:

$$\bar{X} \sim N(\mu; \sigma^2/n) = N(30, 16/25) = N(30; 0,64)$$

$$Z = \frac{\bar{X} - 30}{\sqrt{0,64}} = \frac{\bar{X} - 30}{0,8} \sim N(0, 1).$$

$$p_a = P(\bar{X} < 32) = P\left(Z < \frac{32 - 30}{0,8}\right) = P(Z < 2,5).$$

$$p_a = 0,5 + P(0 < Z < 2,5) = 0,5 + 0,99379 = 0,99379.$$

```
xb=32
>
> z=(xb-30)/0.8;z
[1] 2.5
> pnorm(z)
[1] 0.9937903
>
>
> ####direto
> pnorm(32,30,0.8)
[1] 0.9937903
```

Alguns alunos olharam na tabela 2,05 e não 2,50.

```
> round(pnorm(2.05),5)
[1] 0.97982
```

b. Calcule $p_b = P(S^2 > 22,13067)$

Solução: sabemos que

$$V = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$V = \frac{24S^2}{16} = \frac{3S^2}{2} = 1,5S^2 \sim \chi^2(24)$$

$$p_b = P(S^2 > 22,13067) = P(1,5S^2 > 1,522,13067)$$

$$p_b = P(V > 33,196) = 0,10,$$

pela tabela IV com $k = 24$ e $v = 33,196$.

```
> (n-1)/sigma^2
[1] 1.5
> v=1.5*22.13067;v
[1] 33.196
> pb=1-pchisq(v,24);pb;round(pb,4)
[1] 0.1000049
[1] 0.1
>
```