Universidade Federal do Ceará
Centro de Ciências
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada
Coordenação do Curso de Estatística
Professor: Maurício Mota
Lista 01- CC0288- Inferência Estatística I -30/03/2023.

1. **Responda:**

   a. **O que é Inferência Estatística?**

   b. **Por que é importante que uma amostra extraída de uma população seja aleatória?**

   c. **Por que é necessário entender as propriedades de uma distribuição teórica de médias de amostras de tamanho n quando na prática você selecionará somente uma única amostra desse tamanho?**

   d. **O que é erro padrão de uma média amostral? Como ele se compara ao desvio padrão da população?**

   e. **Explique o teorema do Limite Central.**

   f. **O que acontece com a variabilidade da amostra de um conjunto de médias amostrais $\{\bar{X}^{(1)}, \bar{X}^{(2)}, \bar{X}^{(3)} \ldots\}$, conforme o tamanho da amostra aumenta?**

   g. **O que é população do ponto de vista estatístico? O que é amostra?**

   h. **O que é estatística do ponto de vista inferencial?**

   i. **O que é um parâmetro?**

   j. **O que é espaço paramétrico?**

   k. **O que é um estimador T de um parâmetro θ? O que é uma estimativa?**

   l. **Quando um estimador T de um parâmetro θ é não viciado?**

   m. **Quando uma sequência de estimador $\{T_n\}$ de um parâmetro θ é dita consistente?**

   n. **Sejam T_1 e T_2 dois estimadores não viciados de um mesmo parâmetro θ. Quando se diz que T_1 é mais eficiente do que T_2?**

   o. **Sejam T um estimador de um parâmetro θ e $E = T - \theta$. O que representa E?**

   p. **Seja T um estimador de um parâmetro θ. Defina erro quadrático médio (EQM) de T?**

q. **Seja T um estimador de um parâmetro θ. Como a quantidade $B = E(T) - \theta$ é chamada? Mostre que $EQM(T, \theta) = Var(T) + B^2$.**

r. **Seja T um estimador de um parâmetro θ. Defina erro padrão de T. Como é dado o erro padrão estimado de T?**

s. **Compare os termos:estatística e estimador.**

t. **Qual o problema da estimação paramétrica segundo Bussab & Morettin?**

u. **O que mede a acurácia de uma observação? e a precisão de uma observação?**

v. **O que é consistência de um estimador T de um estimador de um parâmetro θ?**

x. **Seja T um estimador não viciado de um parâmetro θ. Quando é que T é dito de variância mínima uniforme?**

y. **Quando é dito que T um estimador não viciado de um parâmetro θ baseado em uma amostra aleatória $X_1, X_2, \ldots, X_n$ é o melhor estimador linear não tendencioso de θ?**

2. **Responda:**

a. **Para que serve os cinco valores $x_{[1]}$, q_1,q_2, q_3 e $x_{[n]}$ obtidos de uma amostra aleatória $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Note que $x_{[1]} = min(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x_{[n]} = max(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e q_i, $i = 1, 2, 3$, é o i-ésimo quartil.**

b. **Qual a importância da construção de um boxplot para se entender um conjunto de dados $x_1, x_2, \ldots, x_n$?**

c. **O que é um histograma? Que tipo de informação ele fornece?**

d. **Que procedimento se usa como alternativa a um histograma? Diga uma vantagem do procedimento escolhido sobre o histograma.**

e. **Qual a utilidade do gráfico de quantis?**

f. **Qual a finalidade de se efetuar uma transformação nas observações de um estudo estatístico?**

g. **Que tipo de gráfico se usa para investigar a associação entre duas variáveis quantitativas?**

h. **Para que serve um gráfico do tipo $q \times q$ (quantis-quantis)?**

i. **Para se analisar descritivamente a associação entre uma variável qualitativa e uma outra quantitativa o que se faz na prática?**

j. Quais as principais medidas de associação entre duas variáveis qualitativas?

k. Como se estimam a covariância $\gamma = cov(X, Y)$ e o coeficiente de correlação $\rho = cor(X, Y)$ baseado em uma amostra aleatória $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$ de um vetor aleatório bidimensional (X, Y)?

3. Para se estimar a média μ desconhecida de uma população foram propostos dois estimadores não viesados independentes, $\hat{\mu}_1$ e $\hat{\mu}_2$, de tal sorte que

$$Var(\hat{\mu}_1) = \frac{Var(\hat{\mu}_2)}{3}.$$

Considere os seguintes estimadores ponderados de μ:

$$T_1 = \frac{\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2}{2}, \quad T_2 = \frac{4\hat{\mu}_1 + \hat{\mu}_2}{5} \quad e \quad T_3 = \hat{\mu}_1.$$

Quais estimadores são não viciados? Disponha esses estimadores em ordem crescente de eficiência.

4. Uma população é descrita através de uma variável aleatória X com média μ e variância σ^2. Duas amostras aleatórias independentes de tamanhos n_1 e n_2 foram extraídas dessa população. Dois estimadores par μ fotam propostos:

$$T_1 = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2} \quad e \quad T_2 = \frac{n_1\bar{X}_1 + n_2\bar{X}_2}{n_1 + n_2},$$

em que $\bar{X}_i$, $i = 1, 2$, é a média amostral da amostra de tamanho n_i.
Mostre que ambos são imparciais. Qual o mais eficiente?

5. Sejam $X_1, X_2, \cdots, X_n$ variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas segundo uma mesma distribuição comum X com função de probabilidade ou função densidade de probabilidade $f(x|\theta)$. Pede-se a função densidade conjunta de $X_1, X_2, \cdots, X_n$, depois calcular a f.g.m. (função geradora de momentos) de $S = \sum_{i=1}^{n} X_i$ identificando a distribuição de S.

a. $X \sim B(\theta)$;

b. $X \sim Bin(3, \theta)$;

c. $X \sim Poisson(\theta)$;

d. $X \sim geometrica(\theta)$;

e. $X \sim Pascal(5, \theta)$;

f. $X \sim N(\theta, 1)$;

g. $X \sim N(0, \theta^2)$;

h. $X \sim \chi^2(\theta)$.

i. $X \sim Gama(3, \theta)$

j. $X \sim Gama(\theta, 2)$;

6. Para cada distribuição da questão 5:

a. Qual o espaço paramétrico?

b. Qual o suporte da distribuição?

c. Mostre que a f.p ou a f.d.p. pertence à família exponencial de densidades. Ache $E[T(X)]$.

d. Ache a função escore associada a X.

e. Ache a Informação de Fisher associada a X. Ache $Var[T(X)]$.

f. Ache o limite inferior de Cramer-Rao para a variância dos estimadores não viciados de θ.

g. Ache o limite inferior de Cramer-Rao para a variância dos estimadores não viciados de e^θ.

h. Encontre uma estatística suficiente e completa para θ. Ache um estimador não viciado de variância mínima uniforme para θ.