Vamos discutir agora intervalos de confiança para a média de uma população finita com nível de confiança $\gamma = 1 - \alpha$.

Seja N o tamanho de uma população regida por uma variável aleatória X com $E(X) = \mu$ e $V(X) = \sigma^2$. Uma amostra aleatória de tamanho n **sem** reposição é retirada.

Fato 1:

$$E(\bar{X}) = \mu \ \ e \ \ V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \, \frac{N-n}{N-1}.$$

Fato 2:
O fator

$$fcor = \frac{N-n}{N-1},$$

é conhecido como fator de correção de população finita e deve ser usado sempre que a fração amostral

$$fa = \frac{n}{N} \geq 0,05.$$

Se a variância é conhecida o intervalo de confiança é dado por:

$$\left[\bar{X} - z_{\alpha/2} \, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \ \ ; \ \ \bar{X} + z_{\alpha/2} \, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right],$$

com

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = \frac{\alpha}{2}.$$

.
Se a variância é desconhecida o intervalo de confiança é dado por:

$$\left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \, \frac{S}{\sqrt{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \ \ ; \ \ \bar{X} + t_{\alpha/2} \, \frac{S}{\sqrt{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right],$$

com

$$P(T(n-1) > t_{\alpha/2}) = \frac{\alpha}{2}.$$

Vamos construir um intervalo de confiança para p

$$\left[\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \ \ ; \ \ \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \, \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \right].$$

com

$$P(Z > z_{\alpha/2}) = \frac{\alpha}{2}.$$

Determinação do tamanho amostral para estimar uma média populacional.

Variância conhecida:

Caso 1: Com reposição:

$$P\left(|\bar{X} - \mu| \leq e\right) = 1 - \alpha.$$

$$P\left(Z > ztab\right) = \frac{\alpha}{2}.$$

$$n = \left(\frac{ztab \times \ \ \sigma}{e}\right)^2.$$

Caso 1: Sem reposição população finita :

$$n = \frac{ztab^2 \times \sigma^2 \times N}{(N-1)e^2 + ztab^2 \times \sigma^2}.$$

Determinação do tamanho amostral na estimação de uma proporção populacional.

$$P\left(|\bar{p} - p| \leq e\right) = 1 - \alpha.$$

$$P\left(Z > ztab\right) = \frac{\alpha}{2}.$$

$$n = \left(\frac{ztab \times \ \ \sqrt{\bar{p} \times \bar{q}}}{e}\right)^2 = \frac{ztab^2 \times \bar{p} \times \bar{q}}{e^2}.$$

Se a população for finita

$$n = \frac{ztab^2 \times \bar{p} \times \bar{q} \times N}{(N-1)e^2 + ztab^2 \times \bar{p} \times \bar{q}}.$$

Caso 3:

Suponha que uma amostra piloto de tamanho m e uma variância amostral s^2 é obtida.

Veja na tabela da T com $(m-1)$ gruas de liberdade.

E proceda o no cálculo do novo tamanho da amostra definitiva:

$$n = \left(\frac{ttab \times \ \ s}{e}\right)^2.$$