

Uma Introdução ao Teste de Wald

Kennedy Corrêa da Silva Júnior *

2023

RESUMO

Aqui, será apresentado um relatório acerca do teste de Wald e algumas de suas características, sendo tal teste um dos três "testes clássicos" incluindo a razão de verossimilhanças e o teste escore

Palavras chave: Inferência, Teste de Hipóteses, Teste de Wald.

1 Introdução

Em [Wald \(1943\)](#), há a apresentação de um teste assintótico, chamado atualmente de teste de Wald, no contexto da 2ª guerra mundial. Tal teste costuma ser bastante empregado em métodos de regressão e econometria.

Este trabalho tem por objetivo enunciar, analisar e contextualizar o teste de Wald e suas propriedades.

2 História

Abraham Walt, nascido no império da Áustria-Hungria, foi um matemático que possui contribuições para a estatística, geometria e econometria.

Se mudou para Estados Unidos em 1938 aonde realizou pesquisas em estatística na universidade de Columbia. Sobre o contexto da 2ª guerra, desenvolveu muitos métodos estatísticos, como a análise sequencial. ([MORGENSTERN, 1951](#))

*Universidade Federal do Ceará - UFC. Centro de Ciências. Curso de Estatística.

3 Teste de Wald

Suponha $\hat{\theta}_n$ estimador de θ com dimensão k tal que $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta) \xrightarrow{\mathcal{D}} \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{V})$, onde \mathbf{V} é uma matriz de variância-covariância. Seja $\mathbf{L} \in \mathcal{M}_{(s \times k)}(\mathbb{R})$ onde $\mathcal{M}_{(s \times k)}(\mathbb{R})$ é o conjunto das matrizes de dimensões $s \times k$.

O teste de Wald analisa as hipóteses $H_0 : \mathbf{L}\theta = \mathbf{c}$ vs $H_1 : \mathbf{L}\theta \neq \mathbf{c}$ por intermédio da estatística $W = (\mathbf{L}\hat{\theta}_n - \mathbf{c})^t (\mathbf{L} \text{Var}(\hat{\theta}_n) \mathbf{L}^t)^{-1} (\mathbf{L}\hat{\theta}_n - \mathbf{c})$.

Aqui, $W \xrightarrow{\mathcal{D}} \chi_s^2$.

Em particular, no caso uniparamétrico, $W = \frac{(\hat{\theta}_n - \theta)^2}{\text{Var}(\hat{\theta}_n)}$

Geometricamente, conforme explicado em [Muggeo e Lovison \(2014\)](#), é possível enxergar o teste de Wald por meio de aproximações de Taylor de 2º ordem da função de log-verossimilhança centradas no valor θ . De forma que a subtração dessas aproximações retorna a forma quadrática W .

3.1 Aplicações

O teste de Wald costuma ser aplicado nos mais diversos contextos. [Freitas \(2022\)](#) apresenta o uso do teste em problemas de regressão com modelos multivariados de covariância linear generalizada. Uma espécie de extensão dos modelos lineares generalizados.

Outras aplicações costumam ser vistas em bioestatística, séries temporais e análise bayesiana.

3.2 Extensões

Devido a seu caráter assintótico, o teste de Wald não é interessante de ser usado quando temos uma amostra pequena. [Fay e Graubard \(2001\)](#) introduz o uso de estimadores sanduíches para ajustar os testes de Wald em amostras pequenas.

Outra extensão pode ser vista em [a et al. \(2022\)](#) onde há o uso de métodos Bayesianos e uma nova estatística que pode ser entendida como uma versão a posteriori da estatística de Wald.

4 Conclusão

Ganhando o título de "Teste clássico" por alguns autores, o teste de Wald costuma ser empregado em inúmeros contextos distintos e possui extensões que o tornam bastante estudado ainda nos dias atuais.

REFERÊNCIAS

A, X. L. et al. Posterior-based wald-type statistics for hypothesis testing. *Journal of Econometrics*, v. 230, n. 1, p. 83–113, 2022. Citado na página 2.

FAY, M. P.; GRAUBARD, B. I. Small-sample adjustments for wald-type tests using sandwich estimators. *Biometrics*, v. 57, n. 4, p. 1198–1206, 2001. Citado na página 2.

FREITAS, L. A. C. de. *Teste Wald para avaliação de parâmetros de regressão e dispersão em modelos multivariados de covariância linear generalizada*. Dissertação (Mestrado em Informática) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PA, 2022. Citado na página 2.

MORGENSTERN, O. Abraham wald, 1902-1950. *Econometrica*, v. 19, n. 4, p. 361–367, 1951. Citado na página 1.

MUGGEO, V. M. R.; LOVISON, G. The “three plus one” likelihood-based test statistics: Unified geometrical and graphical interpretations. *The American Statistician*, v. 68, n. 4, p. 302–306, 2014. Citado na página 2.

WALD, A. Tests of statistical hypotheses concerning several parameters when the number of observations is large. *Transactions of the American Mathematical Society*, v. 54, n. 3, p. 426–482, 1943. Citado na página 1.