Disciplina
Introdução à Análise Espacial

Prof. Júlio Francisco Barros Neto
Curso: Estatística e Matemática Industrial
Departamento de Estatística e Matemática Aplicada
2023.1

PARTE 2

Estatística Espacial

- As ferramentas de análise exploratória e confirmatória são o objeto de estudo da estatística espacial. WISE *et al.* (1991) citam que a estatística espacial consiste no emprego de ferramentas analíticas de dados estatísticos relacionados a eventos geográficos para auxiliar o entendimento, o controle, a descrição ou a predição de dados espaciais.

- O objetivo principal é caracterizar padrões espaciais e possíveis associações espaciais entre os dados. Os padrões espaciais causam problemas de mensuração, conhecidos como efeitos espaciais, tais como dependência espacial e heterogeneidade espacial, que afetam a validade dos métodos estatísticos tradicionais, os quais pressupõem a independência entre os eventos observados.

- Os coeficientes de regressão estimados pelo método dos mínimos quadrados são enviesados porque áreas de alta concentração de dados possuem um maior impacto na estimativa do modelo.

Estatística Espacial

BAILEY (1994) destaca o grande potencial de contribuição do SIG como plataforma de aplicação da estatística espacial, e agrupa estas técnicas da seguinte forma:

- *Análise descritiva simples, transformação e caracterização de dados*: aplicações de métodos estatísticos, numéricos e gráficos, para manipular e caracterizar conjuntos de dados, incluindo histogramas, diagramas de dispersão, entre outros;
- *Métodos do vizinho mais próximo e funções K*: comparam graficamente os padrões de distribuição espacial dos eventos (pontos) observados com aqueles esperados a partir das funções de probabilidade conhecidas, determinando a relação entre cada evento e aqueles mais próximos a ele, ou entre todos os eventos considerados.
- *Métodos de suavização Kernel e bayesianos*: são técnicas não-paramétricas para eliminar a variabilidade em conjuntos de dados, mantendo as características espaciais essenciais;

Estatística Espacial

- *Autocorrelação espacial e estrutura de covariância*: buscam descrever como e quanto são semelhantes os atributos dos pontos posicionados geograficamente próximos;
- *Modelagem econométrica espacial*: permitem que a variação espacial seja explicada por um conjunto de variáveis independentes, como na regressão linear tradicional, considerando, porém, uma ponderação da autocorrelação espacial destas variáveis, que busca quantificar as diferenças de variação em cada direção possível, ou no aspecto temporal.

Incluem-se neste grupo também as técnicas de krigeagem e cokrigeagem, que ponderam a regressão simples em função da análise do variograma da amostra.

- *Modelagem espacial linear*: extensão das técnicas de regressão espacial citadas acima, aplicadas a variáveis categóricas;
- *Técnicas multivariadas*: incorporam o caráter espacial na modelagem de múltiplas variáveis dependentes.

Estacionariedade e Isotropia

- Estes conceitos estatísticos definem a estrutura espacial dos dados, relacionando-os aos efeitos de primeira e segunda ordem.
- Enquanto o efeito de primeira ordem relaciona-se à média do processo no espaço, o de segunda ordem relaciona-se com a covariância entre as áreas s_i e s_j, visando identificar a dependência espacial do processo.
- A estrutura espacial é considerada estacionária se estes dois efeitos forem constantes em toda a região estudada, ou seja, se eles apresentarem um comportamento homogêneo na região de estudo (CÂMARA *et al*., 2000a). BIVAND (1998) classifica uma série como estacionária se ela possui uma média constante e seus valores flutuam sobre esta média com uma variância constante.

Estacionariedade e Isotropia

- A estrutura espacial é considerada isotrópica se, além de estacionária, a covariância depender somente da distância entre os pontos e não da direção entre eles, caso contrário, se o processo também depender da direção entre eles, diz-se que o processo é anisotrópico (BIVAND, 1998; CÂMARA *et al.*, 2000a).

- A maior parte das técnicas de análise de distribuição de pontos supõe um comportamento isotrópico.

Estatísticas Globais e Locais

- As estatísticas globais e locais objetivam caracterizar a distribuição relativa dos eventos observados no espaço, ou seja, o arranjo espacial destes eventos.
- Esta caracterização objetiva detectar padrões de aglomerados espaciais, verificando se os eventos observados apresentam algum tipo de padrão sistemático, ao invés de estarem distribuídos aleatoriamente.
- Estas duas estatísticas diferenciam-se pela unidade de análise. Enquanto as estatísticas globais consideram todas as observações, as estatísticas locais consideram apenas os eventos que ocorrem até uma distância considerada significativa, conforme o critério usado (relação de vizinhança).
- As estatísticas globais indicam o padrão espacial por meio de um único valor, indicando a associação espacial presente em todo o conjunto de dados.
- Um dos problemas desta estatística aparece quando a área de estudo está muito subdividida, sendo muito provável que ocorram diferentes regimes de associação espacial e que apareçam locais em que a dependência espacial é ainda mais pronunciada (CÂMARA *et al*. 2000b).

Estatísticas Globais e Locais

- Com este intuito, foram desenvolvidas as estatísticas locais para quantificar o grau de associação espacial a que cada localização do conjunto amostral está submetida em função de um modelo de vizinhança pré-estabelecido.

- ANSELIN (1992) demonstra que estas estatísticas permitem a decomposição dos indicadores globais em contribuições individuais, indicando porções territoriais de não estacionariedade e identificando aglomerados *(clusters)* significativos de valores semelhantes em torno de determinadas localizações.

Autocorrelação

- Na análise de regressão da estatística tradicional, denomina-se correlação o grau de influência que uma variável tem sobre outra, com o intuito de identificar quanto o valor apresentado por uma variável dita independente influencia no valor de uma outra variável, considerada dependente.
- Se a concentração da variável dependente aumenta quando aumenta a concentração da independente, denota-se aí uma correlação positiva.
- Se a concentração da primeira diminui com o aumento da segunda, denota-se uma correlação negativa.
- Se não existir uma relação quantificável, diz-se que as variáveis são não-correlatas, ou independentes.

Autocorrelação

- Na estatística espacial, a correlação pode ser entendida como a tendência a que o valor de uma ou mais variáveis associadas a uma determinada localização assemelhe-se mais aos valores de suas observações vizinhas do que ao restante das localizações do conjunto amostral.
- Ela também pode ser denominada autocorrelação, quando medir o grau de influência que uma dada variável tem sobre si mesma.
- Se a ocorrência de um dado evento influencia para que outros semelhantes aconteçam ao seu redor, tem-se autocorrelação positiva, ou atração, o que implica em uma distribuição aglomerada de eventos.
- Se a ocorrência deste mesmo evento dificulta ou impede a ocorrência de outros em seu entorno, tem-se autocorrelação negativa, ou repulsão, resultando em uma distribuição aproximadamente equidistante dos eventos.

Índices de autocorrelação

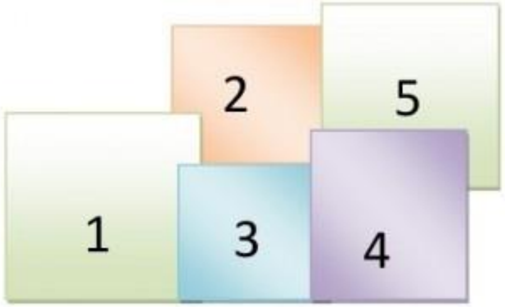
- Os índices de autocorrelação calculam o valor de um indicador comparando o valor observado em cada localização com os valores nas localizações vizinhas.

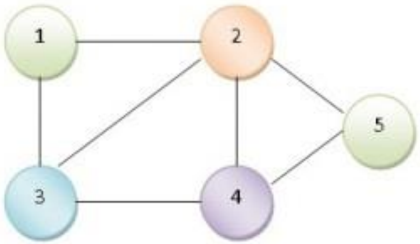
- ANSELIN (1992) cita que estes índices são medidas de similaridade entre associações em valor (covariância, correlação ou diferença) e associações no espaço (contiguidade).

Matriz de Adjacência

- A matriz de adjacência, conhecida também como matriz de proximidade espacial W, é usada para representar como a vizinhança influencia cada observação.
- Dado um conjunto de *n* áreas $\{A_1,\ldots., A_n\}$, elabora-se a matriz W $(n \times n)$, em que cada um de seus elementos (w_{ij}) representa uma relação topológica entre A_i e A_j, selecionada por um critério.
- A seleção deste critério é importante, pois influencia diretamente o cálculo das estatísticas. O critério mais usado define vizinhança a partir da propriedade topológica de contiguidade; assim W é uma matriz binária (0,1), onde *1* está associado às zonas com fronteiras em comum e 0 àquelas sem esta propriedade.
- Como a matriz W é usada em cálculos de indicadores de análise exploratória, por conveniência, ela é muitas vezes normalizada por linha, ou seja, com a soma dos ponderadores de cada linha sendo igual a *1* (CÂMARA *et al*. 2000b).
- Esta matriz pode ser generalizada para vizinhos de maior ordem, considerando os mesmos critérios da matriz de primeira ordem.

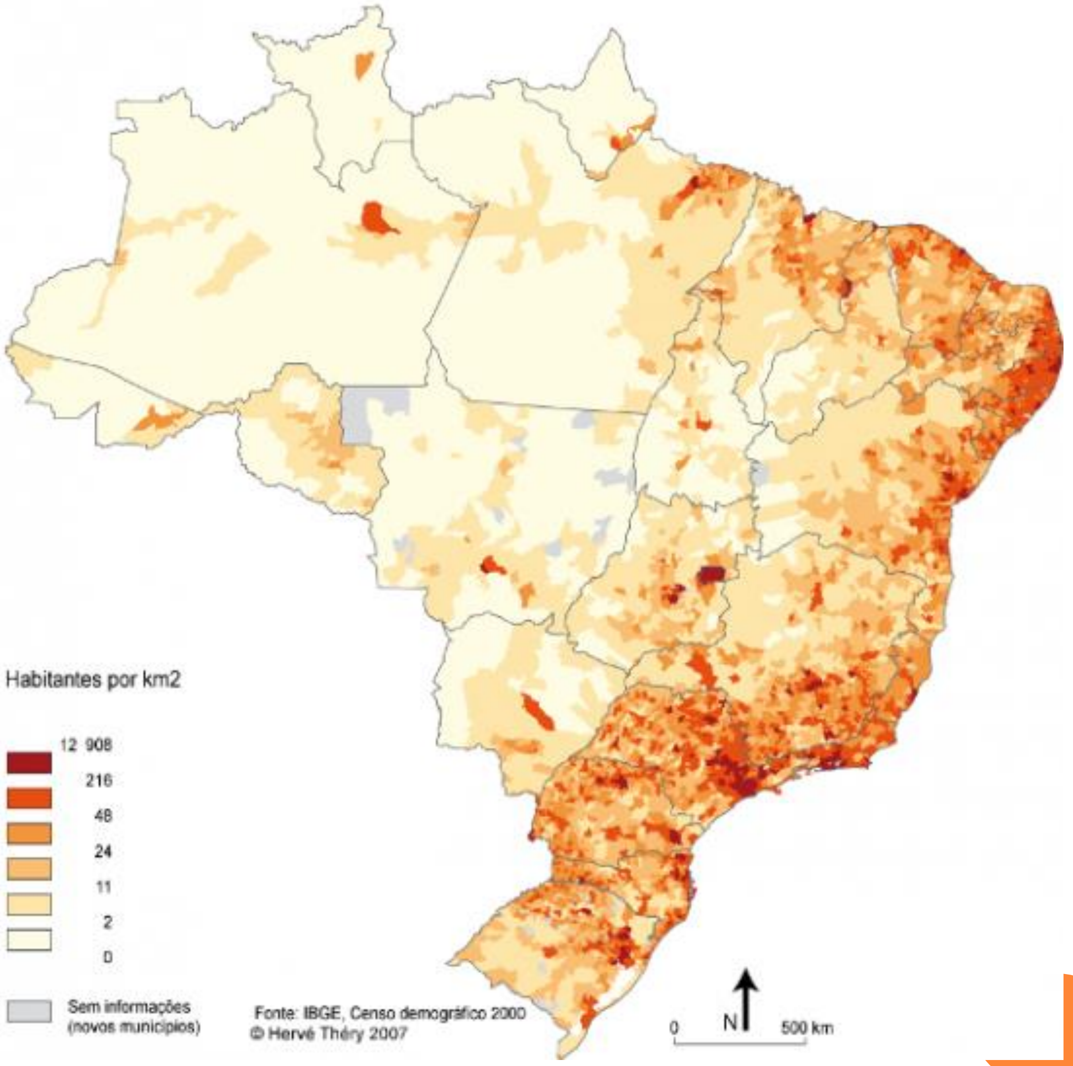
Matriz de Adjacência





	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	0
2	1	0	1	1	1
3	1	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	0	1	0	1	0

Densidade de povoamento



FERRAMENTAS DE ANÁLISE DE DADOS EM ÁREA - VISUALIZAÇÃO

- A visualização de dados consiste em apresentar a distribuição dos atributos por área usando mapas temáticos, verificando como cada um destes atributos influencia os demais e estimando relações de causa e efeito.
- Vários mapas temáticos devem ser feitos, modificando o limite e a quantidade de classes para obter uma visão geral da distribuição dos atributos.
- Esta variação pode ser feita manualmente ou usando as ferramentas de geração de mapas disponíveis nos pacotes computacionais de SIG, que oferecem diversas opções de mapas temáticos.
- Deve-se observar também que os diferentes tipos de mapas gerados induzem a visualização de diferentes aspectos, tendo cada um características específicas.

Mapas Temáticos

- O uso de mapas com intervalos de classes iguais para distribuições muito concentradas em um lado da curva apresenta a maior parte das áreas alocada a uma ou duas classes.

- Mapas gerados cujos polígonos são alocados em quantidades iguais para cada classe, denominado de percentual, que dificulta a identificação de áreas críticas.

- Mapas gerados em que os intervalos de classes são divididos conforme o desvio padrão, a distribuição da variável em gradação de cores diferentes é realizada para valores acima e abaixo da média. Este tipo de mapa tem a deficiência de subdividir o intervalo de valores em muitas classes para apresentar as classes muito distantes da média quando a distribuição é assimétrica.

- O uso de qualquer tipo de mapa gerado deve ser precedido pela definição do objetivo que se quer apresentar nos mapas temáticos.

Média Espacial Móvel

- Conforme Bailey e Gatrell (1995), uma maneira simples de avaliar as variações e tendência, em termos globais, nos valores de um atributo y_i relativo a *i-ésima* área, é estimar o valor do atributo (μ_i) por uma média ponderada de valores y_j nas áreas vizinhas. Tal média denomina-se de média móvel local.

- Objetiva identificar padrões e tendências espaciais, produzindo uma superfície menos descontínua (mais suave) que os dados originais, ou seja, se uma área tem atributo reduzido/elevado e os seus vizinhos tem atributos elevados/reduzidos, ela tenderá a elevar/reduzir o valor desta área. Esta medida também pode apresentar indicações de locais de transição entre regimes espaciais.

Média Espacial Móvel

Considerando a matriz de proximidade espacial (matriz de adjacência) W, a estimativa da média móvel é dada por:

$$\mu_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij} Y_j}{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}}$$

Y_i: Valor do atributo na região j;
w_{ij}: pesos atribuídos conforme a relação topológica entre os locais i e j.

Observação: O denominador é desnecessário caso a matriz de proximidade espacial W seja normalizada pelas linhas, já que, $\sum_{j=1}^{n} w_{ij} = 1$.

Média Espacial Móvel: Variação ou Normalização

Uma outra forma de definir a média móvel é utiliza a seguinte fórmula:

$$\mu_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij} z_j}{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}}$$

z_i: é a diferença entre o valor do atributo Y_j e a média dos atributos de todas as regiões j $(\bar{Y})$, *ou seja*, $z_j = Y_j - \bar{Y}$ - Normalização;
w_{ij}: pesos atribuídos conforme a relação topológica entre os locais i e j.

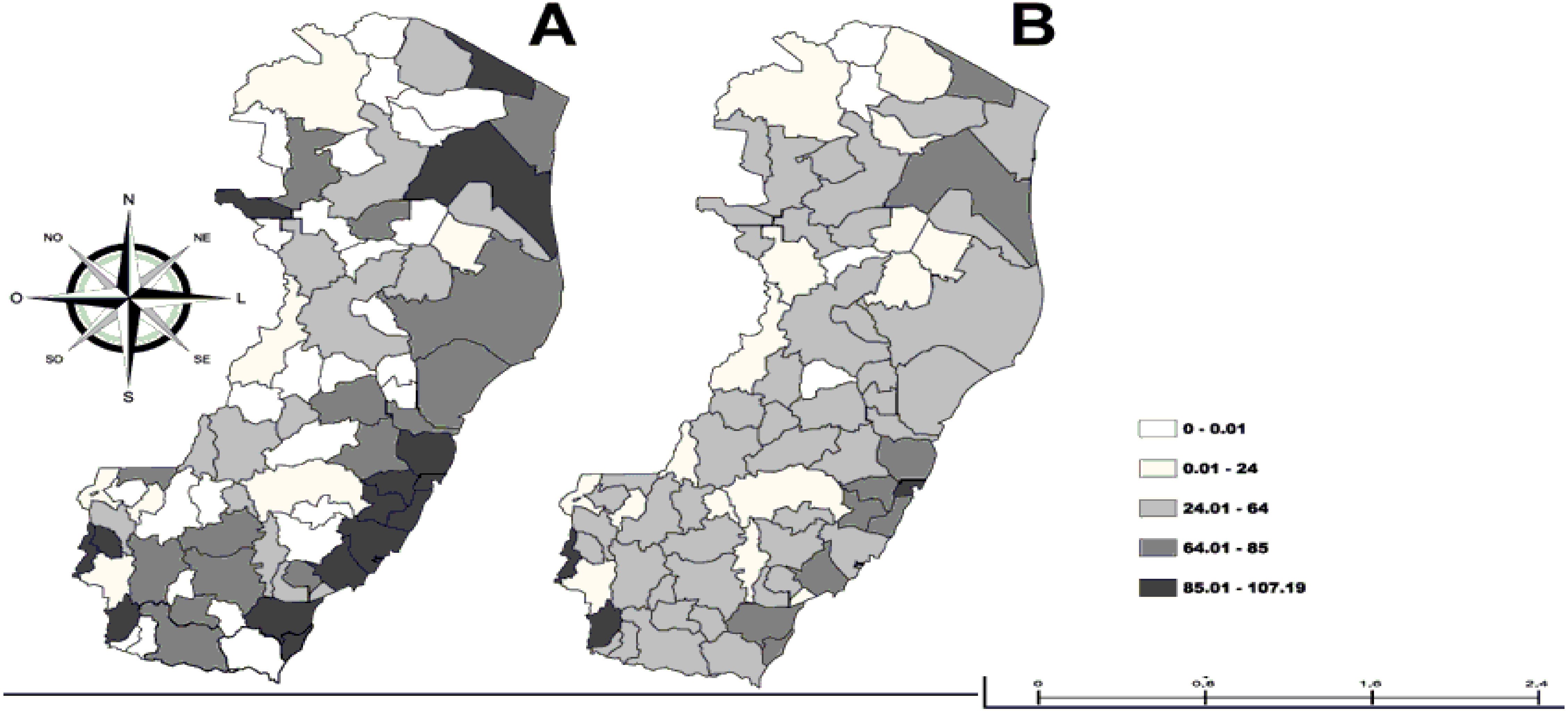


FIGURA 1 - Distribuição espacial das taxas de incidência de tuberculose infantil no Estado do Espírito Santo, 2000-2007. A: Taxa de incidência bruta. B: Taxa de incidência após cáculo da média móvel

Diagrama de Espalhamento de Moran

- Proposto por ANSELIN (1992), o Diagrama de Espalhamento de Moran consiste em comparar os valores normalizados do atributo numa área com a média dos valores normalizados dos seus vizinhos, construindo um gráfico bidimensional de Z (valores normalizados) por WZ (média dos vizinhos).
- É uma maneira adicional de visualizar a dependência espacial e indicar os diferentes regimes espaciais presentes nos dados.
- O diagrama é dividido em quatro quadrantes com o objetivo de indicar:
  - pontos de associação espacial positiva, caracterizando que um local possui vizinhos com valores semelhantes
    - Q1: valores positivos, médias positivas - *High-High* = Alto-Alto ; e
    - Q2: valores negativos, médias negativas - *Low-Low* = Baixo-Baixo
  - pontos de associação espacial negativa, no sentido de que um local possui vizinhos com valores distintos
    - Q3: valores positivos, médias negativas - *High-Low* = Alto-Baixo; e
    - Q4: valores negativos, médias positivas - *Low-High* = Baixo-Alto

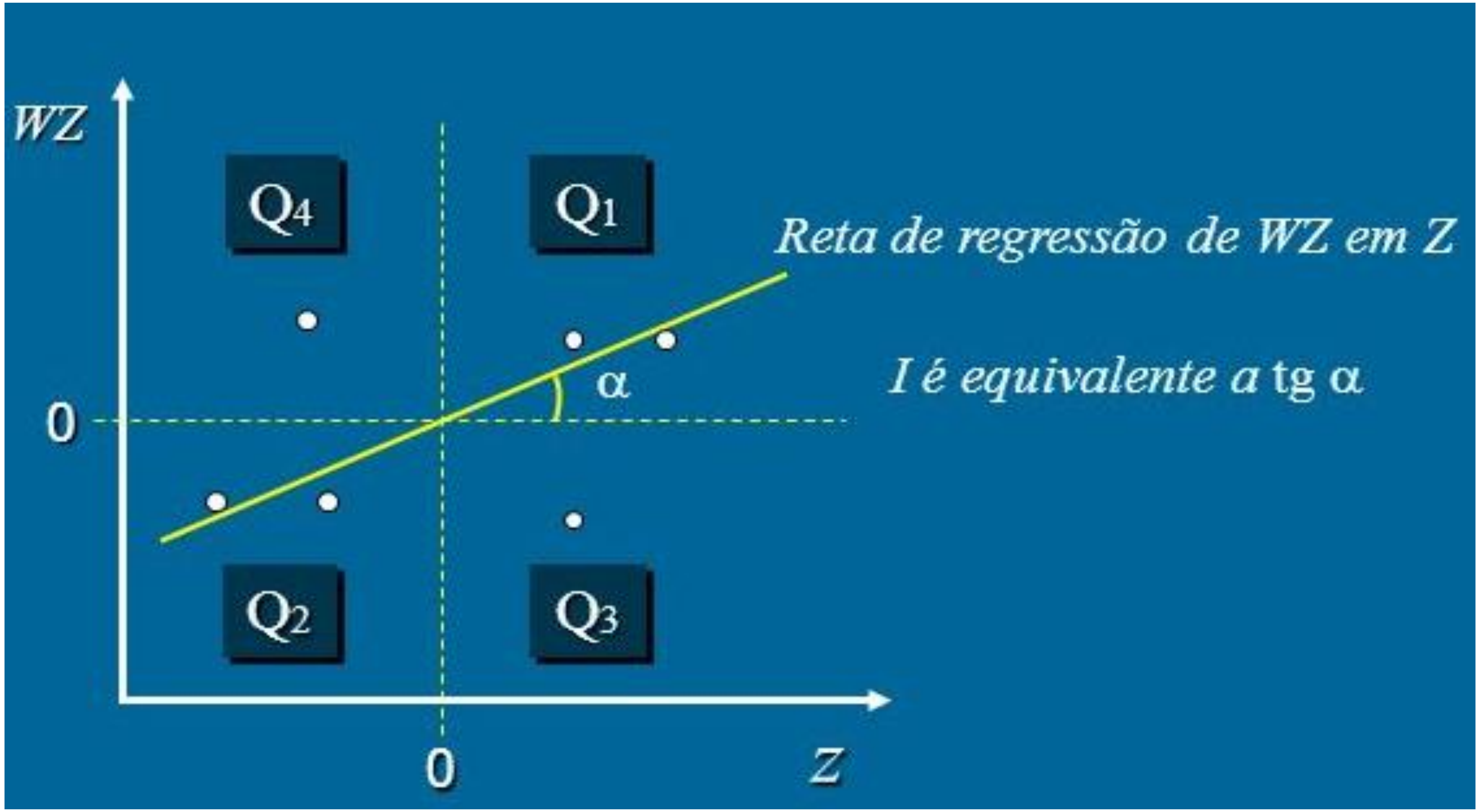


Diagrama de Espalhamento de Moran

Diagrama de Espalhamento de Moran - Moran Scatterplot Map

- Uma maneira de identificar valores extremos (valores que não seguem o mesmo processo de dependência espacial que a maioria das outras observações) é localizar pontos no diagrama de Moran que são extremos em relação à tendência central, refletida pela inclinação da regressão.

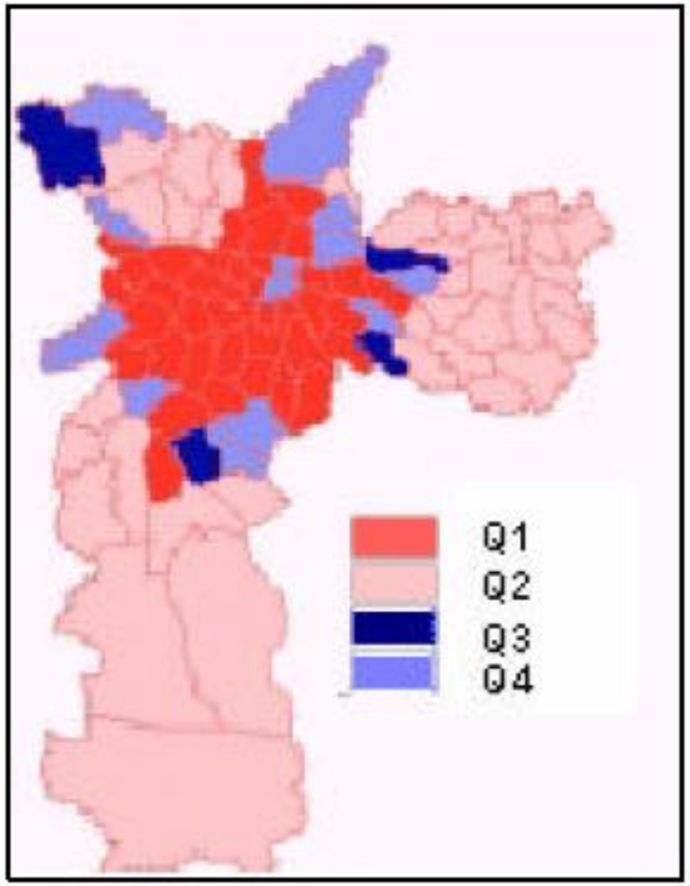
- A outra maneira consiste em localizar os pontos cujos valores estão acima de dois desvios padrões da média. Estes, então, podem ser considerados "bolsões" de não-estacionariedade. A presença de valores extremos, também conhecido como *outliers*, pode ainda significar problemas com a especificação da matriz de proximidade ou com a escala espacial de observação dos dados.

- Eles também podem indicar regiões de transição entre regimes espaciais distintos, os quais geralmente pertencem aos quadrantes Q3 e Q4.

Box Map

- O diagrama de espalhamento também pode ser representado em um mapa temático, conhecido como *Box Map*, em que cada polígono é representado por uma cor de acordo com o valor do seu quadrante.

- A figura a seguir apresenta uma aplicação do *Box Map*, usando o índice de exclusão/inclusão social da cidade de São Paulo, no qual pode-se notar uma forte polarização do centro para a periferia, observando-se que os distritos localizados nos quadrantes Q3 e Q4 (indicados pela cor azul) podem ser entendidos como regiões de transição entre o centro da cidade (que tende a apresentar valores positivos do índice de exclusão/inclusão social) e as duas grandes periferias de São Paulo (zona Sul e zona Leste).



- Figura: Box Map *Box Map* do índice de exclusão/inclusão social de São Paulo (CÂMARA *et al.*, 2001).

Estatísticas de autocorrelação espacial global – Índice Global de Moran

- As estatísticas de autocorrelação espacial global possuem como objetivo caracterizar a dependência espacial mostrando como os valores estão correlacionados no espaço.

- O índice global de Moran (I) é um dos indicadores que realizam esta função, sendo calculado pela seguinte expressão:

$$I = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}} \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

Índice Global de Moran

- O índice global de Moran compara a distribuição observada do atributo em relação a distribuição esperada num padrão aleatório. A hipótese nula é a de completa aleatoriedade espacial, quando o atributo se distribui ao acaso entre as áreas, sem relação com a posição.

- De uma forma geral, embora isto não seja estritamente verdadeiro, este índice tende a ter valores entre -1 e +1, quantificando o grau de autocorrelação existente, sendo positivo para correlação direta, negativo quando inversa (CARVALHO, 1997).

- Valores positivos para o índice implicam em autocorrelação positiva, ou seja, o valor do atributo do objeto tende a ser semelhante aos valores dos seus vizinhos. Valores negativos indicam autocorrelação espacial negativa, isto é, o valor do atributo numa região não é dependente dos valores dessa mesma variável em áreas diferentes.

Índice Global de Moran

- Para verificar se os valores medidos pelo índice apresentam correlação espacial significativa Druck et al. (2004) sugerem que seja realizada a determinação da significância desse índice calculado. Essa significância é medida com base em alguma distribuição estatística, como a distribuição normal, por exemplo.

- Um teste de pseudo-significância também é possível. Nesse teste, geram-se distintas permutações dos valores de atributo associados às áreas, de modo que em cada permutação um novo arranjo espacial seja pensado para esses valores. Assim, se o índice calculado inicialmente, estiver posicionado em uma das extremidades da distribuição simulada, conclui-se que o resultado obtido é significante estatisticamente.

Índices Locais de Moran

- Ainda que o índice global de Moran seja um bom indicador sobre o comportamento espacial dos fenômenos, este apresenta apenas um valor único como medida de associação espacial para toda a área de estudo.

- Assim, para um número elevado de áreas é provável que ocorram diferentes regimes de associação espacial, os quais, muitas vezes, são de interesse examinar tais padrões com mais detalhes.

- No intuito de evidenciar os locais em que a dependência espacial é ainda mais acentuada, uma possibilidade é utilizar o Índice Local de Associação Espacial (LISA – *Local Indicators of Spatial Association*) também chamado de Índices Locais de Moran.

Índices Locais de Moran

- Os indicadores locais caracterizam-se por gerar um índice de associação espacial para cada área considerada, tornando-se possível evidenciar àquelas que possuem maiores semelhanças e, portanto, que geram grupos (clusters).

- Anselin (1994) afirma que um indicador local de associação espacial é qualquer estatística que:
  - permita a identificação de padrões de associação espacial significativos;
  - a soma total do LISA de todas as áreas é proporcional ao valor obtido para o índice global, isto é, que o indicador local seja uma decomposição do indicador global.

ÍNDICES LOCAIS DE MORAN

- Dentre os métodos disponíveis para o cálculo da associação espacial local, tem-se o indicador Moran Local. A estatística local de Moran para cada área *i* a partir dos valores normalizados z_i do atributo é dada por:

$$I_i = \frac{z_i \sum_{j=1}^{n} w_{ij} z_j}{\sum_{j=1}^{n} z_j^2}$$

$$onde \quad Z_J = Y_J - \bar{Y}$$

Índices Locais de Moran

- Nos Índices Locais de Moran, a autocorrelação espacial é calculada a partir do produto dos desvios em relação à média, como uma medida de covariância. Dessa forma, valores significativamente altos indicam altas probabilidades de que haja locais de associação espacial, tanto de polígonos com altos valores associados, como com baixos valores associados.

- Por outro lado, baixos valores apontam para um padrão que pode ser entendido como locais de comportamento mais errático (imprevisível) da variável observada entre um polígono e seus vizinhos.

Índices Locais de Moran

- Semelhante ao desenvolvido para o indicador global, o teste de significância estatística, a partir do uso da pseudo-distribuição, também pode ser aplicado sobre os valores obtidos pelo índice local.

- Para cada área calcula-se o índice local e, na sequência, permuta-se de modo aleatório, o valor das demais áreas até a obtenção de uma, para a qual se determina os parâmetros de significância (DRUCK et al., 2004).

- Os valores determinados pelo Índice de Moran Local podem ser visualizados em um mapa denominado de LISA MAP.

- Nesse mapa as áreas são classificadas em cinco diferentes níveis de significância (ANSELIN, 1994): sem significância; significância de 0,05 (95% de confiança); de 0,01 (99% de confiança); de 0,001 (99,9% de confiança); e de 0,0001 (99,99% de confiança).

Significância Estatística do Índice de Moran

- A significância estatística de I pode ser avaliada através de uma série de fórmulas que foram derivados quer pela aproximação normal ou por meio de experimentos aleatórios (simulação).
- Para o I de Moran, em primeiro lugar, sob o pressuposto de normalidade a variância de I é dada como:
- $$Var_N(I) = \left(\frac{1}{S_0^2(n^2-1)}(n^2S_1 - nS_2 + 3S_0^2)\right) - \left(E_N(I)\right)^2$$
- n: número de observações (áreas)
- $E_N(I) = \frac{-1}{(n-1)}$
- $S_0 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_{ij}$: soma de todos os pesos
- $S_1 = (\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(W_{ij}+W_{ji})^2)/2$: se a matriz for simétrica então $S_1 = 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} W_{ij}$
- $S_2 = (\sum_{i=1}^{n}(W_{i.} + W_{.i})^2$: soma dos quadrados da soma do total da i-ésima linha e total da i-ésima coluna da matriz de pesos. Se simétrico $S_2 = 4(\sum_{i=1}^{n}(W_{i.})^2$

Significância Estatística do Índice de Moran - continuação

- $SD_N(I) = \sqrt{Var_N(I)}$
- O valor da Estatística Normal
- $$z = \frac{(I - E_N(I))}{SD_N(I)}$$
- A Variância para o processo de experimentos aleatórios (simulação)
- $Var_R(I) = \frac{(\{n[(n^2-3n+3)S_1 - nS_2 + 3S_0^2]\} - \{k[(n^2-n)S_1 - 2nS_2 + 6S_0^2]\})}{(n-1)(n-2)(n-3)S_0^2} - \left(E_R(I)\right)^2$

Significância Estatística do Índice de Moran - continuação

- Onde: $E_R(I) = E_N(I)$
- $k = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^4\right)/n}{\left(\left(\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2\right)/n\right)^2}$: soma das relações entre os atributos e sua média
- $SD_R(I) = \sqrt{Var_R(I)}$
- O valor da Estatística do Teste
- $$Z = \frac{\left(I - E_R(I)\right)}{SD_R(I)}$$

SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA DO ÍNDICE DE MORAN - CONTINUAÇÃO

- Goodchild (1987 afirma que o teste de hipótese mais simples sobre autocorrelação espacial exibida por uma amostra de n classes (áreas) é uma amostra foi retirada de uma população em que a autocorrelação é zero. Goodchild também discute longamente as interpretações da palavra “drawn" no contexto de reamostragem e randomização.
- A significância estatística de uma autocorrelação em particular pode ser obtido de duas maneiras: em primeiro lugar, por um procedimento de aleatorização cuja hipótese nula propõe que a amostra é escolhido aleatoriamente a partir de possibilidade entre o n! arranjos possíveis dos atributos observados entre os n locais (Goodchild 1987). Onde cada um dos valores no mapa estão distribuídos aleatoriamente n! vezes para cada um dos locais; Em segundo lugar, o significado pode ser testada usando as estatísticas personalizados para SA baseado na aproximação normal ou por randomização.

Índice de Geary

- O Índice de Geary (C) difere do índice de Moran por usar a diferença entre os pares, enquanto que Moran usa a diferença entre cada ponto e a média global, sendo calculado p

$$C = \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(y_i - y_j)^2}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij} \sum_{i=1}^{n} y_i^2}$$

n : quantidade de áreas;
y_i: valor do atributo considerado no local i;
y_j: valor do atributo considerado no local j;
w_{ij}: pesos atribuídos conforme a relação topológicas entre os locais i e j.

Índice de Geary – Significância Estatística

- C varia de 1 a 2. A expectativa sob randomização para n! amostras é 1.
- A autocorrelação espacial positiva é encontrado com valores que variam de 0 a 1 e correlação espacial negativa encontra-se entre 1 e 2.
- No entanto, os valores podem ser encontrados superior a 2 em algumas situações (Griffith, 1987).
- A significância estatística de C é dada por:

- $Var_N(C) = \left(\frac{1}{2(n+1)S_0^2}\left((2S_1 + S_2)(n-1) - 4S_0^2\right)\right)$

Índice de Geary – Significância Estatística

$$Var_R(C) = \frac{\left[(n-1)S_1(n^2-3n+3-(n-1)k)\right] - \left[\frac{1}{4}\left((n-1)S_2\left(n^2+3n-6-(n^2-n+2)k\right)\right)\right] + \left[S_0^2\left(n^2-3-(n-1)^2k\right)\right]}{n(n-2)(n-3)S_0^2}$$

- Todas as variáveis são iguais aos definidos para os testes de significância I do Moran. Sokal e Oden (1978) observaram que os resultados empíricos obtidos computacionalmente em Moran e Geary são semelhantes porém não são idênticos.

Referências Bibliográficas

- Anselin, L.; *Local Indicators of Spatial Association – LISA*. Geograpohical Analysis, 1995a. pp. 91-114.
- Anselin, L.; *A Software Program for the Analysis of Spatial Data (Spacestat)*. Version 1.80. Morgantown: Regional Research Institute, West Virginia University, 1995b.
- Aronoff, S.; "*Geographical Information Systems*: A Management Perspective. Otawa,WDI Publications, 1989.
- BAILEY, T. C. (1994) A Review of Spatial Statistics Analysis in Geographic Information Systems. *In*: Fortheringhan, S. e P. Rogerson (*eds.*) *Systems Spatial Analysis and GIS*. Taylor & Francis ltda, Londres, Inglaterra.
- BAILEY, T. C. e A. C. GATRELL (1995) Interactive Spatial Data Analysis. Longman, Londres, Inglaterra.
- BIVAND, R. (1998) A Review of Spatial Statistics Techniques for Location Studies. Department of Geography – Norwegian School of Economics and Business Administration. Disponível em: http://www.nhh.no/geo/gib/gib1998/gib09-3/lund.pdf>.
- CÂMARA, G.; A. M. V. MONTEIRO; S. DRUCK e M. S. CARVALHO (2000a) Análise Espacial e Geoprocessamento. *In*: Fuks, S. D.; M. S. Carvalho; G. Câmara; A. M. V. Monteiro (*eds.*)*, Análise Espacial de Dados Geográficos*. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – Divisão de Processamento de Imagens, São José dos Campos, São Paulo. Disponível em: <http://www.dpi.inpe.br /gilberto/livro/analise/>).

Referências Bibliográficas

- CÂMARA, G.; M. S. CARVALHO; O. G. CRUZ e V. CORREA (2000b) Análise de Dados de Área. *In:* Fuks, S. D.; M. S. Carvalho; G. Câmara; A. M. V. Monteiro (*eds.*). *Análise Espacial de Dados Geográficos*. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – Divisão de Processamento de Imagens, São José dos Campos, São Paulo. Disponível em: <http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro/analise/>.

- CARVALHO, M. S. (1997) Aplicação de Métodos de Análise Espacial na Caracterização de Áreas de Risco à Saúde. Tese de Doutorado em Engenharia Biomédica, COPPE/UFRJ. Disponível em: http://www.dpi.inpe.br/cursos/ser301/referencias/marilia_tese.pdf

- DRUCK, S.; CARVALHO, M. S.; CÂMARA, G.; MONTEIRO, A. V. M.; CAMARGO, E. C. G.;FELGUEIRAS, C. A.; CRUZ, O. G.; CORREA, V. Análise Espacial de Dados Geográficos. Brasília: Embrapa, 2004. 209p.

- Goodchild, M.F. 1987. Spatial Autocorrelation. CATMOG 47.

- Griffith, D.A. 1987. Spatial Autocorrelation: A primer. Association of American Geographers, Resource Publications in Geography.

- OLAYA, VÍCTOR. **Sistemas de Informatión Geográfica**. http://andersonmedeiros.com/livro-sig/ *Acesso em 19/02/2015*.

- CÂMARA, Gilberto; MONTEIRO, Antônio Miguel; DAVIS, Clodoveu. **Geoprocessamento: Teoria e Aplicações**. 2001. São José dos Campos: INPE.