

CC0288 - Inferência Estatística I

Aula - 08/05/2023.

Prof. Maurício

Esta lista é composta pelos exercícios do Capítulo V do Navidi, Probabilidade e Estatística para Ciências Exatas. São exercícios bem práticos. Vocês gostarão de resolvê-los.

1. (Seção 5.1- Exercício 1.) Escolha a melhor resposta para completar o espaço em branco
Se um estimador não for tendencioso, então _____.

- a. O estimador é igual ao valor real.
- b. O estimador geralmente está próximo do valor real.
- c. A média do estimador igual ao valor real.
- d. A média do estimador geralmente está próximo do valor real.

2. (Seção 5.1- Exercício 2.) Escolha a melhor resposta para completar o espaço em branco.
A variância de um estimador mede _____.

- a. O quão próximo o estimador está do valor real.
- b. O quão próximo valores repetidos do estimador estão próximos entre si.
- c. O quão próximo a média do estimador está do valor real.
- d. O quão próximo valores repetidos da média do estimador estão próximos entre si.

3. (Seção 5.1- Exercício 3.) Sejam X_1 e X_2 independentes e cada um com média desconhecido μ e variância conhecida $\sigma^2 = 1$.

- a. Seja

$$\hat{\mu}_1 = \frac{X_1 + X_2}{2}.$$

Determine o viés, a variância e o erro quadrático médio de $\hat{\mu}_1$.

- b. Seja

$$\hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + 2X_2}{3}.$$

Determine o viés, a variância e o erro quadrático médio de $\hat{\mu}_2$.

- c.

$$\hat{\mu}_3 = \frac{X_1 + X_2}{4}.$$

Determine o viés, a variância e o erro quadrático médio de $\hat{\mu}_3$.

4. (Seção 5.1- Exercício 4.) Consulte o Exercício 3.

Para que valores de μ , $\hat{\mu}_3$ tem um erro quadrático médio menor do que $\hat{\mu}_1$.

vspace0.5cm

5. (Seção 5.1- Exercício 5.) Consulte o Exercício 3.

Para que valores de μ , $\hat{\mu}_3$ tem um erro quadrático médio menor do que $\hat{\mu}_2$.

6. (Seção 5.2- Exercício 1.) Determine o valor de $z_{\alpha/2} = z_{tab}$ a usar na expressão

$$\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \sigma_{\bar{X}},$$

em que

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}},$$

quando a variância é conhecida.

Quando ela for desconhecida mas $n > 30$ pelo teorema do limite central poderemos usar:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

para construir um intervalo de confiança com nível:

- a. 90%
- b. 83%
- c. 99,5%
- d. 75%.

7. (Seção 5.2- Exercício 2.)

Determine os níveis dos intervalos de confiança que têm os seguintes valores de $z_{\alpha/2}$

- a. $z_{\alpha/2} = 1,96$
- b. $z_{\alpha/2} = 2,81$
- c. $z_{\alpha/2} = 2,17$
- d. $z_{\alpha/2} = 2,33$.

8. (Seção 5.2- Exercício 3.)

3. Complete a frase:

À medida que o nível de confiança aumenta, a certeza __, e a precisão __. Opções: aumenta, diminui.

9. (Seção 5.2- Exercício 4.)

Os métodos de interpolação são usados para estimar a altura acima do nível do mar para locais em que as medições diretas são inviáveis.

No artigo em inglês "Transformation of Ellipsoid Heights to Local Leveling Heights" (Transformação de Alturas Elipsoidais em Alturas de Nivelamento Local) (M. Yanalak and O. Baykal, Journal of Surveying Engineering, 2001:90-103), um método polinomial de segunda ordem de interpolação para estimar as alturas a partir de medições feitas com um GPS é avaliado.

Em uma amostra de 74 locais, os erros cometidos por este método têm média 3,8 cm e desvio padrão de 4,8 cm.

- a. Determine um intervalo de confiança de 95% para o erro médio cometido com este método.
- b. Determine um intervalo de confiança de 98% para o erro médio cometido com este método.
- c. Um inspetor afirma que o erro médio está entre 3,2 e 4,4 cm. Com que nível de confiança essa afirmação pode ser feita?
- d. Quantos locais, aproximadamente, têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique média dentro de $\pm 0,7\text{cm}$?
- e. Quantos locais, aproximadamente, têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique média dentro de $\pm 0,7\text{cm}$?

10. (Seção 5.2- Exercício 5.)

A capacidade (em ampere-hora) de uma amostra de 120 baterias foi medida. A média foi 178, e o desvio padrão, de 14.

- a. Determine um intervalo de confiança 95% para a capacidade média das baterias produzidas por este método.
- b. Determine um intervalo de confiança 99% para a capacidade média das baterias produzidas por este método.
- c. Um engenheiro afirma que a capacidade média está entre 176 e 180 ampère-hora. Com que nível de segurança pode ser feita essa declaração?
- d. Aproximadamente quantas baterias que ser amostradas de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de ± 2 ampère-hora?
- e. Aproximadamente quantas baterias que ser amostradas de modo que um intervalo de confiança de 99% especifique a média dentro de ± 2 ampère-hora?

11. (Seção 5.2- Exercício 6.)

Foram feitas medidas de resistência em uma amostra de 81 condutores de determinado tipo. A resistência média amostral foi $17,3\text{ m}\Omega$, e o desvio padrão foi $1,2\text{ m}\Omega$.

- a. Determine o intervalo de confiança de 95% para a resistência média deste tipo de condutor.
- b. Determine o intervalo de confiança de 98% para a resistência média deste tipo de condutor.
- c. Qual é o nível do intervalo de confiança (17,1; 17,5)?
- d. Quantos condutores têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 98% especifique a média dentro de $\pm 0,1\text{ m}\Omega$?
- e. Quantos condutores têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de $\pm 0,1\text{ m}\Omega$?

12. (Seção 5.2- Exercício 7.)

Em uma amostra de 100 caixas de determinado tipo, a resistência à compressão média foi de 6230 N , e o desvio padrão foi de 221 N .

- a. Determine um intervalo de confiança de 95% para a resistência à compressão média de caixas deste tipo.

- b. Determine um intervalo de confiança de 99% para a resistência à compressão média de caixas deste tipo.
- c. Um engenheiro afirma que a resistência média está entre 6205 e 6255 N . Com que nível de confiança essa afirmação pode ser feita?
- d. Aproximadamente quantas caixas têm que ser amostradas de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de $\pm 25 N$?
- e. Aproximadamente quantas caixas têm que ser amostradas de modo que um intervalo de confiança de 99% especifique a média dentro de $\pm 25 N$?

13. (Seção 5.2- Exercício 8.)

As bifenilas policloradas (PCBs) são um grupo de produtos químicos sintéticos de petróleo, que foram muito utilizados como isolantes em equipamentos elétricos e foram descartados em rios.

Descobriu-se que eles representavam um perigo para a saúde e foram proibidos na década de 1970. Desde então, muitos esforços foram feitos para monitorar as concentrações de PCB em cursos de água.

Suponha que 63 amostras aleatórias de água que foram extraídas de um curso de água tenham uma média amostral de 1,69 ppb e um desvio padrão amostral de 0,25 ppb.

- a. Determine um intervalo de confiança de 90% para a concentração de PCB.
- b. Determine um intervalo de confiança de 95% para a concentração de PCB.
- c. Um cientista ambiental diz que a concentração de PCB está entre 1,65 e 1,73 ppb. Com que nível de confiança essa afirmação pode ser feita?
- d. Estime o tamanho necessário da amostra de modo que um intervalo de confiança de 90% especifique a média populacional dentro de $\pm 0,02$ ppb.
- e. Estime o tamanho necessário da amostra de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média populacional dentro de $\pm 0,02$ ppb.

14. (Seção 5.2- Exercício 9.)

Em uma amostra de 80 pregos de 10 centavos, o peso médio é de 1,56 g, e o desvio padrão, de 0,1g.

- a. Determine um intervalo de confiança de 95% para o peso médio deste tipo de prego.
- b. Determine um intervalo de confiança de 98% para o peso médio deste tipo de prego.
- c. Qual é o nível de confiança do intervalo (1,54;1,58)?
- d. Quantos pregos devem ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de $\pm 0,01$ g?
- e. Aproximadamente quantos pregos devem ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 98% especifique a média dentro de $\pm 0,01$ g?

15. (Seção 5.2- Exercício 10.) Uma etapa na fabricação de uma determinada braçadeira de metal envolve a realização de quatro furos. Em uma amostra de 150 braçadeiras, o tempo médio necessário para completar esta etapa é 72 segundos, e o desvio padrão é 10 segundos.

- a. Determine um intervalo de confiança de 95% para o tempo médio necessário para completar esta etapa.
- b. Determine um intervalo de confiança de 99,5% para o tempo médio necessário para completar esta etapa.
- c. Qual é o nível de confiança do intervalo (71,;73)?
- d. Quantas braçadeiras têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de $\pm 1,5$ segundos?
- e. Quantas braçadeiras têm que ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 99,55% especifique a média dentro de $\pm 1,5$ segundos?

16. (Seção 5.2- Exercício 11.)

Um fornecedor vende fibras sintéticas para uma empresa de manufatura. Em uma amostra aleatória simples de 81 fibras é selecionada a partir de um carregamento. A resistência média à ruptura delas é 29 lb e o desvio padrão é 9 lb.

- a. Determine um intervalo de confiança de 95% para a resistência média à ruptura de todas as fibras do carregamento.
- b. Determine um intervalo de confiança de 99% para a resistência média à ruptura de todas as fibras do carregamento.
- c. Qual é o nível de confiança do intervalo (27,5;30,5)?
- d. Quantas fibras têm que amostradas de modo que um intervalo de confiança de 95% especifique a média dentro de ± 1 lb?
- e. Quantas fibras têm que amostradas de modo que um intervalo de confiança de 99% especifique a média dentro de ± 1 lb?

Para os exercícios 12 a 18 usaremos o conceito de intervalo de confiança Unilateral:

Seja X_1, X_2, \dots, X_n de uma população normal com média μ e desvio padrão conhecido σ_0 .

Então o limite inferior de confiança ao nível de $\gamma = 100(1 - \alpha)\%$

par μ é dado por:

$$\bar{X} - z_{\alpha} \sigma_{\bar{X}} = \bar{X} - z_{\alpha} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

e limite superior de confiança ao nível de $\gamma = 100(1 - \alpha)\%$

$$\bar{X} + z_{\alpha} \sigma_{\bar{X}} = \bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}.$$

Quando a população não for normal mas o tamanho da amostra é grande ($n > 30$) as fórmulas podem ser usadas com σ substituído por s .

17. (Seção 5.2- Exercício 12.) Consulte o exercício 5 da seção .

- a. Determine o limite confiança inferior de 95% para a capacidade média deste tipo de bateria.
- b. Um engenheiro afirma que a capacidade média é superior a 175 ampere-hora . Com que nível de confiança pode ser feita essa declaração?

18. (Seção 5.2- Exercício 13.) Consulte o exercício 6 da seção .
- Determine o limite confiança inferior de 98% para a capacidade média deste tipo de bateria.
 - Um engenheiro diz que a resistência média é maior do que $17 \text{ m}\Omega$. ampere-hora. Com que nível de confiança pode ser feita essa declaração?
19. (Seção 5.2- Exercício 14.) Consulte o exercício 7 da seção .
- Determine o limite confiança inferior de 98% para a resistência média à compressão média de caixas deste tipo.
 - Um engenheiro diz que a resistência média à compressão é maior do que 6220 N . Com que nível de confiança esta afirmação pode ser feita?
20. (Seção 5.2- Exercício 15.) Consulte o exercício 8 da seção .
- Determine o limite confiança superior de 99% para a concentração média.
 - Existe uma afirmação de que a concentração média é menor do que $1,75 \text{ ppb}$. Com que nível de confiança esta pode ser feita?
21. (Seção 5.2- Exercício 16.) Consulte o exercício 9 da seção .
- Determine o limite confiança superior de 90% para o peso médio.
 - Alguém disse que o peso médio é menor do que $1,585 \text{ g}$. Com que nível de confiança esta pode ser feita?
22. (Seção 5.2- Exercício 16.) Consulte o exercício 9 da seção .
- Determine o limite confiança superior de 90% para o peso médio.?
 - Alguém disse que o peso médio é menor do que $1,585 \text{ g}$. Com que nível de confiança esta pode ser feita?
23. (Seção 5.2- Exercício 17.) Consulte o exercício 10 da seção.
- Determine um limite confiança inferior de 98% para o tempo médio para completar a tarefa.
 - Um perito diz que o tempo médio é maior do que 70 segundos . Com que nível de confiança esta pode ser feita?
24. (Seção 5.2- Exercício 18.) Consulte o exercício 11 da seção .
- Determine o limite confiança superior de 95% para a resistência média à ruptura.
 - O fornecedor diz que a resistência média à ruptura é maior do que 28 libras . Com que nível de confiança esta pode ser feita?

Em cada exercício defina um variável aleatória X para representar esta situação e apresente a sua função de probabilidade. Identifique o parâmetro a ser estimado.

25. (Seção 5.3- Exercício 1.) Em uma amostra aleatória simples de 70 carros emplacados em determinado estado, 28 deles foram identificados como tendo níveis de emissão que excedem ao limite definido.
- Qual é a proporção de automóveis na amostra que têm níveis de emissão que excedem ao limite definido.
 - Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de automóveis no estado que têm níveis de emissão que excedem ao limite definido
 - Determine um intervalo de confiança de 98% para a proporção de automóveis no estado que têm níveis de emissão que excedem ao limite definido
 - Quantos automóveis devem ser amostrados para especificar a proporção que excede ao limite de emissão dentro de $\pm 0,10$ com confiança de 95%?
 - Quantos automóveis devem ser amostrados para especificar a proporção que excede ao limite de emissão dentro de $\pm 0,10$ com confiança de 98%?
 - Determine um limite inferior de confiança de 95% para a proporção de automóveis no estado que têm níveis de emissão que excedem ao limite definido.
26. (Seção 5.3- Exercício 2.) Em uma seca recente , uma companhia de saneamento amostrou em uma região 100 contas residenciais e identificou que 73 delas haviam reduzido o consumo de água em relação ao ano anterior.
- Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de residências que reduziram o consumo de água.
 - Determine um intervalo de confiança de 99% para a proporção de residências que reduziram o consumo de água.
 - Determine o tamanho da amostra necessária para um intervalo de confiança de 95% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,05$.
 - Determine o tamanho da amostra necessária para um intervalo de confiança de 95% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,05$.
 - Quantos automóveis devem ser amostrados para especificar a proporção que excede ao limite de emissão dentro de $\pm 0,10$ com confiança de 99%?
 - Determine um limite superior de confiança de 98% para a proporção de residências que reduziram o consumo de água.
27. (Seção 5.3- Exercício 3.) Vazamentos de tanques subterrâneos de combustíveis têm sido uma fonte de poluição da água. Em uma amostra aleatória de 87 postos de combustível, foram identificados 13 com pelo menos um tanque subterrâneo com vazamento.
- Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de postos de combustível com pelo menos um tanque subterrâneo com vazamento.
 - Determine um intervalo de confiança de 99% para a proporção de postos de combustível com pelo menos um tanque subterrâneo com vazamento.
 - Quantos postos de combustível devem ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,04$.
 - Quantos postos de combustível devem ser amostrados de modo que um intervalo de confiança de 95% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,04$.

- e. Determine um limite inferior de confiança de 95% para a proporção de postos de combustível com pelo menos um tanque subterrâneo com vazamento.
28. (Seção 5.3- Exercício 4.) Em uma amostra aleatória de 150 famílias com conexão de Internet, 32 disseram que haviam mudado o provedor do serviço de Internet últimos seis meses.
- Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de clientes que mudaram o provedor do serviço de Internet últimos seis meses.
 - Determine um intervalo de confiança de 99% para a proporção de clientes que mudaram o provedor do serviço de Internet últimos seis meses.
 - Determine o tamanho da amostra necessária para um intervalo de confiança de 95% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,05$.
 - Determine o tamanho da amostra necessária para um intervalo de confiança de 99% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,05$.
29. (Seção 5.3- Exercício 5.) O artigo em Inglês "The functional Outcomes of Total Knee Arthroplasty" (Os resultados Funcionais da Artroplastia Total do Joelho.) (R.Kane,K.Saleh et al., Journal of Bone and Joint Surgery;2005:1719:1724) relata que, de 10501 cirurgias, 859 resultaram em complicações no prazo de seis meses de cirurgia.
- Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de cirurgias que resultaram em complicações no prazo de seis meses de cirurgia.
 - Determine um intervalo de confiança de 99% para a proporção de cirurgias que resultaram em complicações no prazo de seis meses de cirurgia.
 - Um cirurgião afirma que a taxa de complicações é menor que 8,5% . Com que nível de confiança esta afirmação pode ser feita?
 - Determine o tamanho da amostra necessária para um intervalo de confiança de 99% para especificar a proporção dentro de $\pm 0,05$.
30. (Seção 5.3- Exercício 9.) O artigo em Inglês "Leachate from Land Disposed Residential Construction Waste", (Lixiviados de Resíduos de Construção Residencial Descartados no Solo) (W. Weber, Y.Jang et al, Journal of Environment Engineering,2002:237-245) apresenta um estudo de contaminação em aterros com resíduos de construção e demolição.
- As amostras de lixiviado foram retiradas de um local do teste. Das 42 amostras, 26 continham níveis detectáveis de chumbo, 41 níveis detectáveis de arsênio e 32 continham níveis detectáveis de cromo.
- Determine um intervalo de confiança de 90% para a probabilidade de uma amostra conter nível detectável de chumbo .
 - Determine um intervalo de confiança de 95% para a probabilidade de uma amostra conter nível detectável de arsênio.
 - Determine um intervalo de confiança de 99% para a probabilidade de uma amostra conter nível detectável de cromo.

31. (Seção 5.3- Exercício 10.) Um voltímetro é usado para realizar 10 medições independentes de uma tensão padrão conhecida. Das 100 medições, 85 estão dentro de $0,01 V$ da tensão real.
- Determine um intervalo de confiança de 95% para a probabilidade de uma medição estar dentro de $0,01 V$ do valor real.
 - Determine um intervalo de confiança de 98% para a probabilidade de uma medição estar dentro de $0,01 V$ do valor real.
 - Determine o tamanho de amostra necessário para um intervalo de confiança de 95% para especificar a probabilidade dentro de $\pm 0,05$.
 - Determine o tamanho de amostra necessário para um intervalo de confiança de 98% para especificar a probabilidade dentro de $\pm 0,05$.
32. (Seção 5.3- Exercício 11.) Um sociólogo está interessado em examinar os trabalhadores em empregos de Informática para estimar a proporção destes trabalhadores que tenham mudado de emprego no ano passado.
- Na ausência de dados preliminares, qual tamanho uma amostra deve ter para que para garantir que um intervalo de confiança de 95% especifique a proporção dentro de $\pm 0,05$?
 - Em uma amostra de 100 trabalhadores, 20 deles mudaram de emprego no ano passado. Determine um intervalo de confiança de 95% para a proporção de trabalhadores que tenham mudado de emprego no ano passado.
 - Baseado nos dados de **b**, estime o tamanho necessário da amostra de modo que o intervalo de confiança de 95% especifique a proporção dentro de $\pm 0,05$.
33. (Seção 5.3- Exercício 12.) O aço inoxidável pode ser suscetível à corrosão sob tensão em determinadas condições.
- Um engenheiro de materiais está interessado em determinar a proporção de falhas na liga de aço que são provenientes da fissuração por corrosão.
- Na ausência de dados preliminares, quão grande uma amostra deve ser de modo a garantir que o intervalo de confiança de 95% especifique a proporção dentro de $\pm 0,05$.
 - Em uma amostra de 200 falhas, 30 delas foram causadas por fissuração por corrosão. Determine um intervalo de confiança de 98% para a proporção falhas causadas por fissuração por corrosão,
 - Baseado nos dados de **b**, estime o tamanho necessário da amostra de modo que o intervalo de confiança de 98% especifique a proporção dentro de $\pm 0,05$.
34. (Seção 5.3- Exercício 13.) Para que a maioria dos projetos de recomendações ambientais tenha sucesso, o apoio público é fundamental. O artigo em Inglês "Modelling the Non-Market Environmental Costs and Benefits of Biodiversity Using Contingent Value Data" (Modelamento de Custos e Benefícios da Biodiversidade Usando Dados de Valor Contingente) (D. Macmillan, E. Duff and D. Elston, Environmental and Resource Economics, 2001:391-410) relata os resultados de uma pesquisa em que os eleitores escoceses foram questionados se estariam dispostos a pagar impostos adicionais, a fim de restaurar a floresta africana. Dos 189 que responderam 61 disseram que estariam dispostos a pagar.

- a. Considerando que os 189 que responderam constituem uma amostra aleatória, determine um intervalo de confiança de 90% para a proporção de votantes que estariam dispostos a pagar para recuperar a floresta africana.
 - b. Quantos votantes deveriam ser amostrados para especificar a proporção dentro $\pm 0,03$ com confiança de 90%?
 - c. É planejado outro estudo no qual os ostantes são perguntados se estão dispostos a pagar pela recuperação da floresta Strathspey. Neste ponto, nenhuma estimativa da proporção é necessária. Determine uma estimativa conservadora do tamanho necessário da amostra de modo que a proporção seja especificada dentro de $\pm 0,03$ com confiança de 90%
35. (Seção 5.3- Exercício 14.) Um analista do mercado de ações informa que em determinado ano o preço das ações da IBM aumentou em 131 dos 252 dias de negociação. Este dado pode ser usado para determinar um intervalo de confiança para a proporção de dias em que as ações da IBM aumentaram? Explique.