UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

DCC | SISTEMAS DE INFORMAÇÃO | ALGORITMOS I

DOCUMENTAÇÃO

TRABALHO PRÁTICO 1 | VIAGEM

ALGORITMOS GULOSO E DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

Rômulo Rafael da Silva, 2012055308

Outubro / 2019

Sumário

1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA 3
2. DESCRIÇÕES TÉCNICAS 4
2.1. HARDWARE 4
2.2. SOFTWARE 4
2.3. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO 4
3. ESTRUTURAS DE PROJETO E ALGORITMOS 4
3.1. DIRETÓRIO DO PROJETO 4
3.2. PARADIGMAS DE PROGRAMAÇÃO 5
3.3. PROBLEMAS ALGORÍTMICOS 5
3.4. PRINCÍPIOS DE PROJETOS DA SOLUÇÃO PROPOSTA ALGORÍTMICOS 6
4. ANÁLISE DE COMPLEXIDADE 7
4.1. STRUCT E CLASSES 7
4.2. TEMPO 7
4.3. ESPAÇO 7
4.2. PROVA DE CORRETUDE 8
5. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL 9
5.1. MÉDIA E DESVIO PADRÃO 9
5.1.1. TABELA DE MÉDIAS 9
5.1.2. GRÁFICOS DE MÉDIAS 9
5.1.3. TABELA DE DESVIOS PADRÕES 11
5.1.4. GRÁFICOS DE DESVIOS PADRÕES 11
5.1. BREVE DISCUSSÃO DAS DUAS ABORDAGENS 12
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS 12
7. ANEXOS 13
8. BIBLIOGRAFIA 14

1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Esta documentação é referente ao trabalho prático 2 da disciplina de Algoritmos 1 do curso de Sistemas de Informação da UFMG.

A motivação do trabalho foi baseada na compreensão e implementação de dois paradigmas de programação algorítmica: (1) Algoritmos gulosos e (2) Programação dinâmica. Conforme aula de orientação da monitoria, a solução implementada considerou o problema da Mochila.

A proposta do trabalho apresentava um cenário hipotético: Luiz e suas amigas são fãs da série La Casa de Papel (Netflix) e um dos episódios é gravado em uma das ilhas do arquipélago de San Blas (Panamá). Elas querem viajar para conhecer essas ilhas paradisíacas, uma vez que as mudanças climáticas ameaçam a existência deste arquipélago nos próximos 80 anos.

Nesse cenário, o grupo de Luiz economizou dinheiro por algum tempo e iniciou um planejamento de quais ilhas elas irão visitar. O planejamento é assim descrito: o grupo estabeleceu notas para cada uma das ilhas (possíveis de visitação) de acordo com o quanto que elas gostariam de conhecer o local. Também, pesquisaram o custo de ficar em cada ilha por dia (transporte, acomodação e alimentação).

Por fim, dada a limitação do orçamento, o grupo de amigas conversou e decidiu analisar dois tipos de roteiro: (caso 1) dado um orçamento máximo disponível, qual a maior pontuação possível ao escolher um conjunto de ilhas podendo ocorrer repetições e (caso 2) qual a maior pontuação possível, sem repetições de ilhas.

As seções seguintes estão assim estruturadas:

- descrições técnicas sobre hardwares, softwares e linguagem de programação utilizados ao longo do desenvolvimento do trabalho;
- estruturas de dados e dos algoritmos implementados como parte da solução do problema;
- apresentação das análises de complexidade, espaço e tempo, da solução;
- avaliação experimental de testes utilizando os datasets disponibilizados pelos monitores da disciplina e outros criados.

2. DESCRIÇÕES TÉCNICAS

2.1. HARDWARE

O desenvolvimento e testes do programa foram em um dispositivo cujas configurações são: (1) Intel® Core™ i5-7200U CPU 2.50GHz 2.71GHz, (2) 8GB de memória RAM, (3) Sistema Operacional Windows Pro 10 x64 com Linux Ubuntu rodando como subsistema.

2.2. SOFTWARE

Os programas utilizados foram: (1) Visual Studio Code, editor de código-fonte desenvolvido pela Microsoft. Para criar a estrutura do projeto do programa, utilizou-se a extensão do VS (2) Easy C++ projects.

2.3. LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO

Programa desenvolvido em linguagem C++, com utilização somente das bibliotecas padrões disponíveis até a versão C++17 (2014). Não são necessárias bibliotecas adicionais, de terceiros e/ou que exijam a instalação para compilação e execução do programa.

3. ESTRUTURAS DE PROJETO E ALGORITMOS

3.1. DIRETÓRIO DO PROJETO

A estrutura dos projetos provê:

- dataset: estão os arquivos de entrada (subpasta input) disponibilizados no ambiente Moodle da disciplina, arquivos de saída (subpasta ouput) e um gerador de entradas.
- docs: constam os arquivos do tipo documento (.pdf, .doc etc.) disponibilizado no ambiente Moodle da disciplina e produzidos ao longo do trabalho como, por exemplo, a documentação do trabalho;
- src: constam todos os arquivos de header (.h) e de implementação/corpo (.cpp), que possuem o código dos métodos assinados em .h, bem como o arquivo main.cpp, bem como o makefile;
- pasta raiz: contém os outros arquivos como, por exemplo, arquivos do GitHub (.gitattributes, gitignore e README.md)

3.2. PARADIGMAS DE PROGRAMAÇÃO

Como parte da solução deste problema, recorreu-se ao entendimento e implementação dos seguintes paradigmas de programação algorítmica:

PARADIGMA	DESCRIÇÃO (ALTO NÍVEL)
Guloso	Algoritmo que sempre faz a escolha que parecer ser a melhor no momento. Ou seja, ele faz uma escolha ótima para as condições locais, na esperança de que essa escolha leve a uma solução ótima para a situação global. Nem sempre produzem soluções ótimas, mas para muitos problemas eles são úteis.
Programação dinâmica	Algoritmo que resolve problemas combinando as soluções para subproblemas. É aplicável quando os subproblemas não são independentes, isto é, quando os subproblemas compartilham subproblemas. Assim, o algoritmo resolve cada subproblema uma vez só e, então, grava sua resposta em uma tabela, evitando assim o trabalho de recalcular a resposta toda vez que o subproblema é encontrado.

3.3. PROBLEMAS ALGORÍTMICOS

Como parte da solução deste problema, recorreu-se ao entendimento e implementação do(s) seguinte(s) problema(s) algorítmico(s):

PROBLEMAS	DESCRIÇÃO (ALTO NÍVEL)
Mochila	Problema de otimização combinatória. O nome dá-se devido ao modelo de uma situação em que é necessário preencher uma mochila com objetos de diferentes pesos e valores. O objetivo é que se preencha a mochila com o maior valor possível, não ultrapassando o peso máximo.
Mochila fracionária	Problema de otimização combinatória, uma extensão do problema da Mochila. O objetivo é encher uma mochila com quantidades fracionárias de diferentes objetos visando maximizar o valor dos materiais selecionados. Ainda, o problema da mochila fracionária pode ser resolvido em tempo polinomial, mostrando como uma mudança aparentemente pequena na estrutura de um problema pode ter um significativo impacto na complexidade computacional.

3.4. PRINCÍPIOS DE PROJETOS DA SOLUÇÃO PROPOSTA ALGORÍTMICOS

A solução proposta perpassa por dois pontos macros:

1. ordenação das entradas por algum critério – implementado um mergesort para isso;
2. solução ótima para cada subproblema de maneira que, ao produzir soluções ótimas para os subproblemas, o problema apresente solução ótima.

Descreve-se como a solução foi pensada e implementada para cada algoritmo.

PROBLEMAS	DESCRIÇÃO (ALTO NÍVEL)
Algoritmo Guloso	A partir da definição de algoritmo guloso e dos problemas algorítmicos, buscou-se encontrar uma estrutura do problema, onde a repetição de ilhas é permitida e a solução ótima considerasse esse fato e o orçamento total disponível. A partir de algumas observações, percebeu-se que o quociente custo_diário/pontuação para cada ilha permitiria encontrar uma relação do tipo "melhor custo benefício". Ordenando as ilhas crescentemente, quanto mais à esquerda melhor a relação custo_diário/pontuação da ilha. De outra forma, quanto mais à direita, pior essa relação. A cada iteração do algoritmo, adiciona a melhor solução disponível naquele momento, dado que a solução ótima para cada subproblema é adicionar ilhas de "melhor custo benefício" visando, portanto, a maximização da pontuação a partir dessa estratégia de construção do roteiro dentro de um orçamento máximo.
Programação Dinâmica	A partir da definição de programação dinâmica e dos problemas algorítmicos, buscou-se encontrar uma estrutura do problema, onde não é permitida a repetição de ilhas e a solução ótima considerasse esse fato e o orçamento total disponível. A partir de algumas observações, percebeu-se que a solução deveria considerar as pontuações definidas para cada ilha de tal forma que, a cada iteração do algoritmo, a ilha com maior pontuação significativa e compatível com o orçamento é adicionada. Uma vez adicionada no conjunto solução (roteiro), ela passa ser desconsiderada e, as próximas iterações do programa visam adicionar outra(s) ilha(s) considerando a estratégia anterior especificada.

4. ANÁLISE DE COMPLEXIDADE

Segundo especificação do trabalho, os algoritmos implementados deveriam ter, cada qual, uma complexidade máxima especificada:

- **Algoritmo guloso:** o tempo de execução para o problema não pode ser superior a O(m log m);
- **Algoritmo de programação dinâmica:** o tempo de execução para o problema não pode ser superior a O(n * m).

4.1. STRUCT E CLASSES

A solução implementa uma struct e uma classe. A seguir, um resumo do "tamanho" destes objetos:

Classe	Nome	Tipo	Atributos	Métodos		
				public	protected	private
Viagem.h	Ilha	struct	4	-	-	-
Viagem.h	Viagem	class	-	14	-	12

4.2. TEMPO

Conforme especificação, a validação do tempo de execução do algoritmo será feito na seção de Avaliação Experimental considerando as complexidades **O(m log m)** para o **Algoritmo Guloso** e **O (n * m)** para o **Algoritmo de Programação Dinâmica.**

4.3. ESPAÇO

O espaço de memória das principais estruturas implementadas como solução desse problema tem tamanho **polinomial O(n^2)**. A seguir, detalham-se essas estruturas:

Arquivo	Objeto	Espaço	Descrição
Main.cpp	viagem_guloso	O(n * s)	Objeto da classe viagem que armazena "n" ilhas da entrada numa estrutura (struct) de "s" campos.
Main.cpp	viagem_dinamico	O(n * s)	Objeto da classe viagem que armazena

			"n" ilhas da entrada numa estrutura (struct) de "s" campos.

4.2. PROVA DE CORRETUDE

ALGORITMO	PROVA DE CORRETUDE
Mergesort	**Passo base:** n = 1. Um conjunto com um único elemento está ordenado. **Passo indutivo:** Seja S um conjunto de n >= 2 inteiros e x um elemento qualquer de S. Podemos particionar S em dois conjuntos, S_1 e S_2, de tamanhos n/2 (piso) e n/2 (teto). Como n >= 2, ambos S_1 e S_2 possuem menos de n elementos. Por hipótese de indução, sabemos ordenar os conjuntos S_1 e S_2 . Podemos, então, obter S ordenado intercalando os conjuntos ordenados S_1 e S_2.
Guloso	Dado o tamanho da prova e a impossibilidade de reproduzi-la na íntegra aqui, apresenta-se uma prova de corretude para o caso dos objetos estarem ordenados em ordem decrescente de acordo com o valor por peso. A prova está nos anexos. Observe que o algoritmo implementado ordena em ordem crescente os objetos em termo do valor preço. Observe, ainda que a prova, considera objetos em ordem decrescente. Considere, então, que um $V_{crescenete} = V_{decrescenteinverso}$.
Programação Dinâmica	Dado o tamanho da prova e a impossibilidade de reproduzi-la na íntegra aqui, apresenta-se uma prova de corretude para o caso dos objetos estarem ordenados em ordem decrescente de acordo com o valor por peso. A prova está nos anexos. Observe que o algoritmo implementado ordena em ordem decrescente por pontuação os objetos. Segue, então, diretamente da prova.

5. AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

Os testes compreenderam a execução de **20 arquivos**, com diferentes tamanhos de entradas: (1) **4 arquivos** são referentes àqueles disponibilizados pelos monitores da disciplina, (2) **7 arquivos** disponibilizados por outros alunos no Moodle e (3) **9 arquivos** próprios gerados.

Os testes foram executados um **total de 10 execuções simultâneas** com **custos, pontuações e número de ilhas variadas**, conforme instruções no arquivo de especificação do trabalho

5.1. MÉDIA E DESVIO PADRÃO

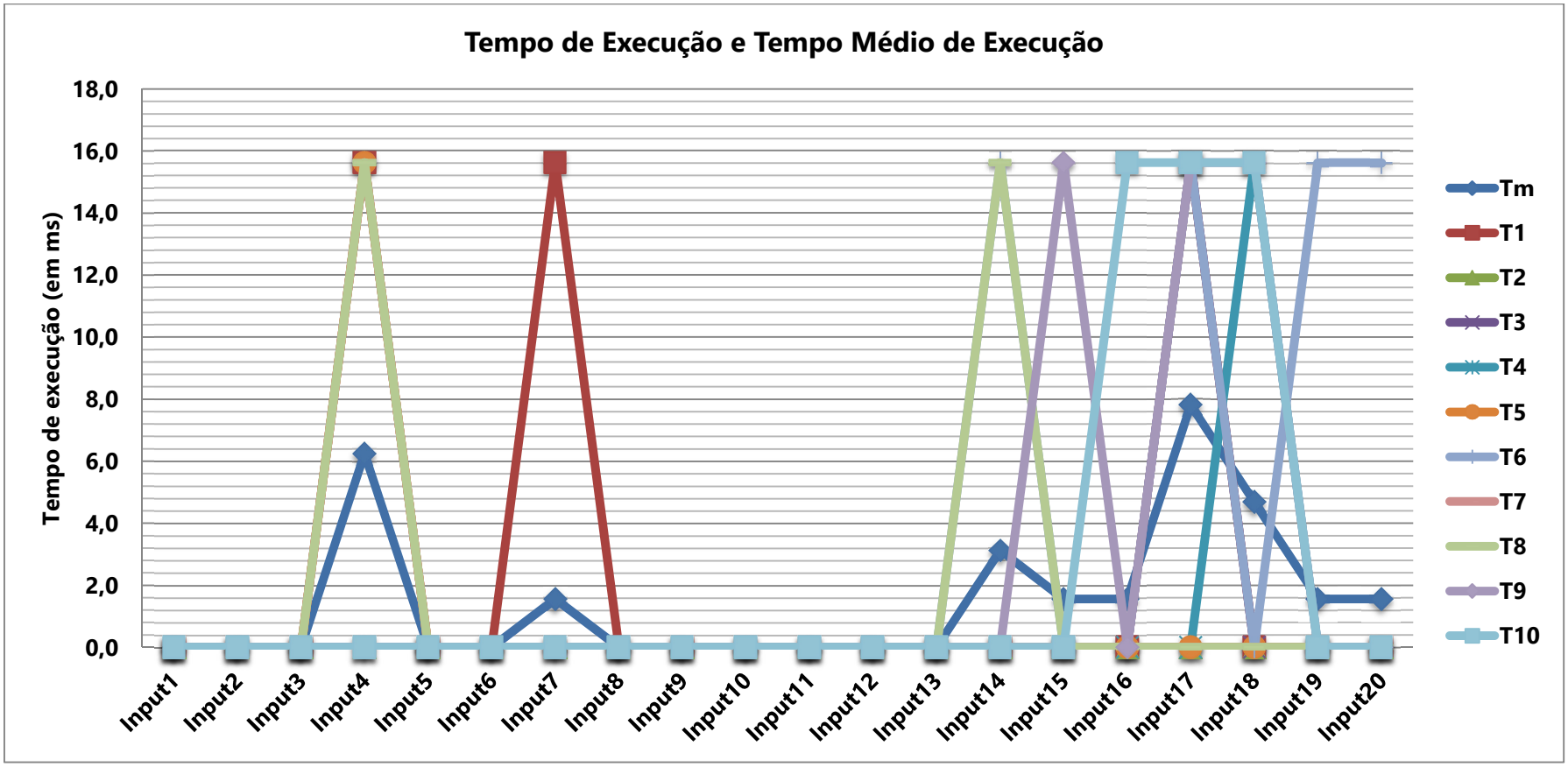
5.1.1. TABELA DE MÉDIAS

A tabela abaixo apresenta a média (em ms) de 10 execuções consecutivas de cada arquivo de entrada:

Input1	**Input2**	**Input3**	**Input4**	**Input5**	**Input6**	**Input7**	**Input8**	**Input9**	**Input10**
0,000	0,000	0,000	6,250	0,000	0,000	1,563	0,000	0,000	0,000
Input11	**Input12**	**Input13**	**Input14**	**Input15**	**Input16**	**Input17**	**Input18**	**Input19**	**Input20**
0,000	0,000	0,000	3,125	1,563	1,563	7,813	4,688	1,563	1,563
							Média Global	**1,484**	

5.1.2. GRÁFICOS DE MÉDIAS

O valor "Tm" representa o **tempo médio** de todas as **10 execuções simultâneas realizadas para um mesmo arquivo de entrada.** Graficamente, é possível identificar quais arquivos consumiram maior tempo médio de execução. Destacam-se os arquivos: **input4, input17 e input18.**

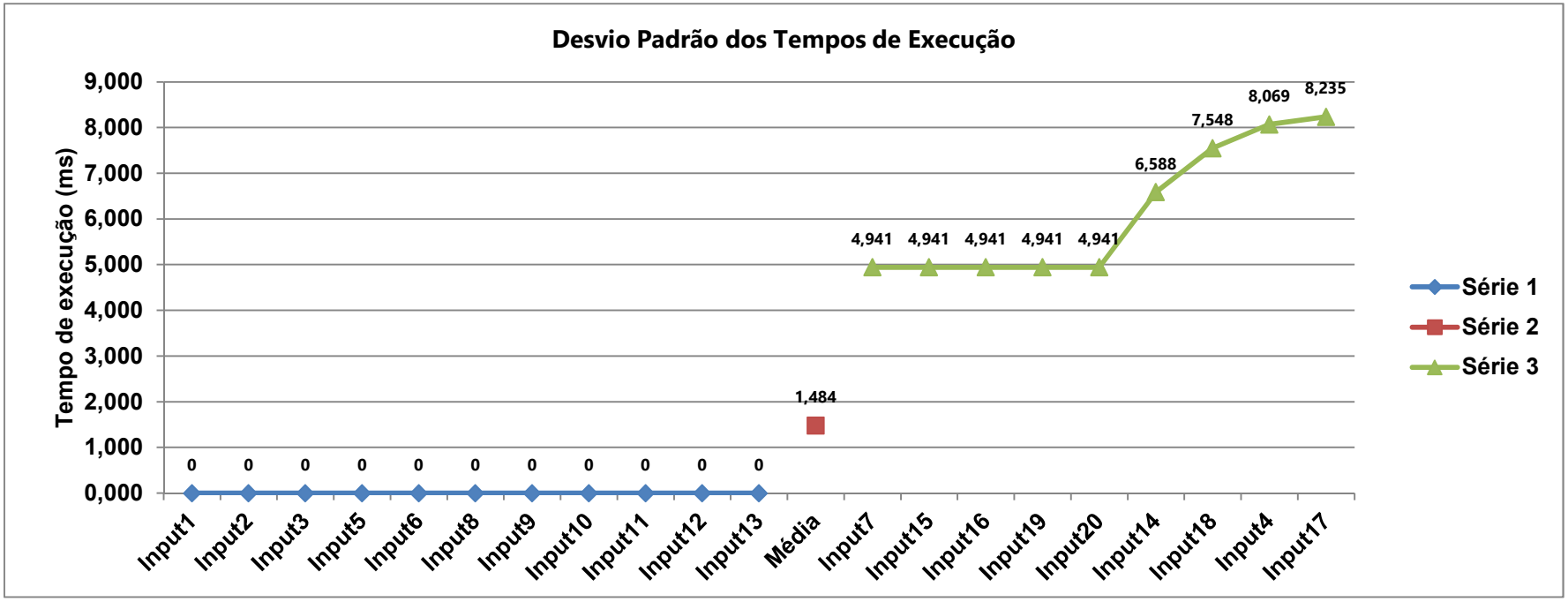

Tempo de Execução e Tempo Médio de Execução
Tempo de execução (em ms)
18,0
16,0
14,0
12,0
10,0
8,0
6,0
4,0
2,0
0,0
Input1
Input2
Input3
Input4
Input5
Input6
Input7
Input8
Input9
Input10
Input11
Input12
Input13
Input14
Input15
Input16
Input17
Input18
Input19
Input20
Tm
T1
T2
T3
T4
T5
T6
T7
T8
T9
T10

5.1.3. TABELA DE DESVIOS PADRÕES

A tabela abaixo apresenta os desvios padrões das 10 execuções de cada arquivo de entrada:

Input1	Input2	Input3	Input4	Input5	Input6	Input7	Input8	Input9	Input10
0,000	0,000	0,000	8,069	0,00	0,00	4,941	0,000	0,000	0,000
Input11	**Input12**	**Input13**	**Input14**	**Input15**	**Input16**	**Input17**	**Input18**	**Input19**	**Input20**
0,000	0,000	0,000	6,588	4,941	4,941	8,235	7,548	4,941	4,941

5.1.4. GRÁFICOS DE DESVIOS PADRÕES



5.1. BREVE DISCUSSÃO DAS DUAS ABORDAGENS

As abordagens apresentadas, Gulosa e Dinâmica, visam maximizar a pontuação do roteiro dado um orçamento de viagem.

Caso o grupo viajante considere mais vantajoso aumentar o tempo de estadia no local, a abordagem Gulosa deve ser preferida, uma vez que é possível se manter mais dias viajando, a que pense contra conhecer menos ilhas. Há uma priorização em conhecer ilhas do tipo "melhor custo benefício".

Caso o grupo viajante considere mais vantajoso conhecer mais lugares, a abordagem de Programação Dinâmica deve ser preferida, dado que não haverá repetição de ilhas, a maximização dos pontos leva a conhecer lugares em que o grupo considera "mais interessante".

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho prático 2 foi menos complexo que o trabalho anterior. Considera-se que a complexidade foi assimilar os conceitos dos dois paradigmas de programação utilizados, entender o problema como um todo e, a partir daí, buscar uma solução ótima a partir da identificação da estrutura do problema.

Ao implementar dois algoritmos baseados em paradigmas distintos e que, às vezes, conforme visto na literatura, podem resolver os mesmos problemas, a proposta do trabalho guiou a entender que uma determinada estrutura de problema pode ter uma solução preferível do que outra, focando-se na complexidade de tempo para se obter uma solução. O foco final, então, visa levar a uma solução ótima, a partir da resolução de subproblemas de um problema maior.

7. ANEXOS

Anexo 1 – Prova de Corretude

Suponha que os objetos estão ordenados em ordem decrescente de acordo com o valor por peso, isto é:

$$\frac{v_1}{w_1} \geq \frac{v_2}{w_2} \geq \ldots \geq \frac{v_n}{w_n}$$

Seja $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ a solução encontrada pelo algoritmo guloso. Caso todos os elementos de X possuam valor 1, a solução é ótima. Caso contrário, considere j como sendo o menor índice tal que o elemento x_j é menor que 1 (neste caso, $x_i = 1$ quando $i < j$; $x_i = 0$ quando $i > j$; e $\sum_{i=1}^{n} x_1 wi = W$). Seja $V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_1 v_i$ o valor da solução de X.

Seja também $Y = \{y_1, \ldots, y_n\}$ uma solução viável qualquer, e desta forma, $\sum_{i=1}^{n} y_1 wi \leq W$) e portanto, $\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_1)wi \geq 0$. Considerando $V(Y) = \sum_{i=1}^{n} y_1 v_i$ o valor da solução de Y.

Tem-se então que:

$$V(X) - V(Y) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)v_i = \sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)w_i\frac{v_i}{w_i}$$

Quando $i < j$, $x_i = 1$ e então $x_i - y_i$ é maior ou igual a zero, enquanto $v_i/w_i \geq v_j/w_j$. Quando $i > j$, $x_i = 0$ e então $x_i - y_i$ é menor ou igual a zero, enquanto $v_i/w_i \leq v_j/w_j$. Por fim, quando $i = j$, $v_i/w_i = v_j/w_j$. Assim, em todo caso $(x_i - y_i)(v_i/w_i) \geq (x_j - y_j)(v_j/w_j)$. Portanto,

$$V(X) - V(Y) \geq (v_j/w_j)\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)wi \geq 0$$

Com isso, provou-se que nenhuma solução viável possui um valor maior que $V(X)$, e sendo assim, a solução X é ótima.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Problema da Mochila. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_da_mochila> Acesso em: 14 out 2019;
2. Problema da Mochila Fracionada. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Continuous_knapsack_problem> Acesso em: 14 out 2019;
3. CORMEN, T. H et al. Algoritmos Teória e Prática. Tradução Vandenberg Souza. Editora Campus, 4ª tiragem. Disponível em: <https://www.cin.ufpe.br/~ara/algoritmos-%20portugu%EAs-%20cormen.pdf> Acesso em: 15 out 2019;