

Dissertation presented to the Instituto Tecnológico de Aeronáutica, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in the Graduate Program of Engenharia Aeronáutica e Mecânica, Field of Propulsão Aeroespacial e Energia.

Ronaldo Chaves Reis

**OPTIMIZATION OF PRELIMINARY DESIGN OF
AXIAL FLOW TURBINES FOR TURBOPUMP
APPLICATIONS BASED ON REDUCED ORDER
METHODOLOGY**

Dissertation approved in its final version by signatories below:

Prof. Dr. Jesuino Takachi Tomita

Advisor

Prof. Dr. Pedro Teixeira Lacava

Dean for Graduate Education and Research

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP – Brazil
2021

Cataloging-in Publication Data
Documentation and Information Division

Reis, Ronaldo Chaves

Optimization of Preliminary Design of Axial Flow Turbines for Turbopump Applications Based on Reduced Order Methodology / Ronaldo Chaves Reis.

São José dos Campos, 2021.

32f.

Dissertation of Master of Science – Course of Engenharia Aeronáutica e Mecânica. Area of Propulsão Aeroespacial e Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2021. Advisor: Prof. Dr. Jesuino Takachi Tomita.

1. Axial Flow Turbine. 2. Turbopumps. 3. Optimization. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Title.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

REIS, Ronaldo Chaves. **Optimization of Preliminary Design of Axial Flow Turbines for Turbopump Applications Based on Reduced Order Methodology**. 2021. 32f.
Dissertation of Master of Science – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSION OF RIGHTS

AUTHOR'S NAME: Ronaldo Chaves Reis

PUBLICATION TITLE: Optimization of Preliminary Design of Axial Flow Turbines for Turbopump Applications Based on Reduced Order Methodology.

PUBLICATION KIND/YEAR: Dissertation / 2021

It is granted to Instituto Tecnológico de Aeronáutica permission to reproduce copies of this dissertation and to only loan or to sell copies for academic and scientific purposes. The author reserves other publication rights and no part of this dissertation can be reproduced without the authorization of the author.

Ronaldo Chaves Reis
Rua República do Líbano, 314
12.216-590 – São José dos Campos – SP

OPTIMIZATION OF PRELIMINARY DESIGN OF AXIAL FLOW TURBINES FOR TURBOPUMP APPLICATIONS BASED ON REDUCED ORDER METHODOLOGY

Ronaldo Chaves Reis

Thesis Committee Composition:

Prof. Dr.	Alan Turing	Presidente	-	ITA
Prof. Dr.	Jesuino Takachi Tomita	Advisor	-	ITA
Prof. Dr.	Linus Torwald	Membro externo	-	UXXX
Prof. Dr.	Richard Stallman		-	UYYY
Prof. Dr.	Donald Duck		-	DISNEY
Prof ^a . Dr ^a .	Minie Mouse		-	DISNEY

ITA

Aos amigos da Graduação e Pós-Graduação do ITA por motivarem tanto a criação deste template pelo Fábio Fagundes Silveira quanto por motivarem a mim e outras pessoas a atualizarem e aprimorarem este excelente trabalho.

Acknowledgments

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Dr. Donald E. Knuth, por ter desenvolvido o T_EX.

Ao Dr. Leslie Lamport, por ter criado o L^AT_EX, facilitando muito a utilização do T_EX, e assim, eu não ter que usar o Word.

Ao Prof. Dr. Meu Orientador, pela orientação e confiança depositada na realização deste trabalho.

Ao Dr. Nelson D'Ávila, por emprestar seu nome a essa importante via de trânsito na cidade de São José dos Campos.

Ah, já estava esquecendo... agradeço também, mais uma vez ao T_EX, por ele não possuir vírus de macro :-)

*"If I have seen farther than others,
it is because I stood on the shoulders of giants."*

— SIR ISAAC NEWTON

Resumo

Aqui começa o resumo do referido trabalho. Não tenho a menor idéia do que colocar aqui. Sendo assim, vou inventar. Lá vai: Este trabalho apresenta uma metodologia de controle de posição das juntas passivas de um manipulador subatuado de uma maneira subótima. O termo subatuado se refere ao fato de que nem todas as juntas ou graus de liberdade do sistema são equipados com atuadores, o que ocorre na prática devido a falhas ou como resultado de projeto. As juntas passivas de manipuladores desse tipo são indiretamente controladas pelo movimento das juntas ativas usando as características de acoplamento da dinâmica de manipuladores. A utilização de redundância de atuação das juntas ativas permite a minimização de alguns critérios, como consumo de energia, por exemplo. Apesar da estrutura cinemática de manipuladores subatuados ser idêntica a do totalmente atuado, em geral suas características dinâmicas diferem devido a presença de juntas passivas. Assim, apresentamos a modelagem dinâmica de um manipulador subatuado e o conceito de índice de acoplamento. Este índice é utilizado na sequência de controle ótimo do manipulador. A hipótese de que o número de juntas ativas seja maior que o número de passivas ($n_a > n_p$) permite o controle ótimo das juntas passivas, uma vez que na etapa de controle destas há mais entradas (torques nos atuadores das juntas ativas), que elementos a controlar (posição das juntas passivas).

Abstract

Well, the book is on the table. This work presents a control methodology for the position of the passive joints of an underactuated manipulator in a suboptimal way. The term underactuated refers to the fact that not all the joints or degrees of freedom of the system are equipped with actuators, which occurs in practice due to failures or as design result. The passive joints of manipulators like this are indirectly controlled by the motion of the active joints using the dynamic coupling characteristics. The utilization of actuation redundancy of the active joints allows the minimization of some criteria, like energy consumption, for example. Although the kinematic structure of an underactuated manipulator is identical to that of a similar fully actuated one, in general their dynamic characteristics are different due to the presence of passive joints. Thus, we present the dynamic modelling of an underactuated manipulator and the concept of coupling index. This index is used in the sequence of the optimal control of the manipulator.

List of Figures

FIGURE 3.1 – Fluxograma do processo de design ótimo.	21
--	----

List of Tables

List of Abbreviations and Acronyms

CTq	computed torque
DC	direct current
EAR	Equação Algébrica de Riccati
GDL	graus de liberdade
ISR	interrupção de serviço e rotina
LMI	linear matrices inequalities
MIMO	multiple input multiple output
PD	proporcional derivativo
PID	proporcional integrativo derivativo
PTP	point to point
UARMII	Underactuated Robot Manipulator II
VSC	variable structure control

List of Symbols

a	Distância
\mathbf{a}	Vetor de distâncias
\mathbf{e}_j	Vetor unitário de dimensão n e com o j -ésimo componente igual a 1
\mathbf{K}	Matriz de rigidez
m_1	Massa do cumpim
δ_{k-k_f}	Delta de Kronecker no instante k_f

Contents

1	INTRODUCTION	15
1.1	Motivation	15
1.2	Work Organization	15
2	OBJECTIVE	17
2.1	General Objective	17
2.2	Theme Identification	17
2.3	Contribution of the Present Work	17
3	LITERATURE REVIEW	19
3.1	Turbines	19
3.1.1	Loss Models	20
3.2	Optimization	20
3.2.1	Design Variables	20
3.2.2	Objective Function	20
3.2.3	Constraints	21
3.2.4	Design Variables Bounds	21
3.2.5	Modeling	21
3.3	Problem Declaration	23
3.4	Genetic Algorithms	23

3.4.1	NSGA-II	24
4	METHODOLOGY	25
5	DISCUSSION	26
6	CONCLUSION	27
	BIBLIOGRAPHY	28
	APPENDIX A – FIRST APPENDIX	32
	A.1 First Section of Appendix	32
	ANNEX A – FIRST ANNEX	33
	A.1 First section of Annex	33

1

Introduction

1.1 Motivation

Turbines play an important role when it comes to propulsion systems for both aeronautical and space and also power generation systems. Therefore, several countries including their thousands of companies, scientists and engineers have already dedicated lots of financial, temporal and computational resources to the development of turbines, seeking above all to improve their efficiency.

It is known that any gain in the efficiency of a turbine has direct effects on the reduction of fuel consumption and consequent financial savings, mainly when it comes to axial flow turbines as they are present in several applications and have an exceptional high scalability. Such benefit can also be pursued and achieved if turbine preliminary design tools were more efficient and speeded up the conceptual phase of its development. Then, there is a demand and need for tools of this type.

1.2 Work Organization

The chapter 1 aims to introduce the project, where are exposed a brief identification of the problem, overall scene and the motivation to solve it, in order to support and justify the need for this work.

In the following, chapter 2 puts in the general and specific objectives, theme identification and contributions of the present work.

Chapter 3 presents the literature review on two fronts, along the presentation of the nomenclature used. The first is the physics that describes the axial flow turbines and its design, which basically includes concepts of fluid and thermodynamics, based on a reduced order methodology. Then, the second presents a description of the genetic algorithms and their characteristics that try to mimic the concepts of natural and genetic evolution, as a tool to find optimal solutions of the problem.

Chapter 4 brings the methodology used for the development of the computational tool, with the definition of the optimization process.

Chapter 5 provides the results obtained from simulations, considering a turbine XX as a validation case. Then, an axial flow turbine is designed as being the optimal solution of the problem described in the previous chapter. Discussion and literature comparison also compound this chapter, along the critical evaluation of the tool performance capability.

Chapter 6 and last delivers final consideration and proposes future work of the studied theme.

2

Objective

2.1 General Objective

The main objective of the study is to design a computational tool for optimization of preliminary design of axial flow turbines with focus on turbopump usage. Project aims to use a reduced order methodology on turbine physics and genetic algorithm to handle the optimization process.

The process to find the optimal solution will be guided by maximizing the pressure ratio through turbine stage and also maximizing the overall efficiency in the operational envelope of the axial flow turbine.

2.2 Theme Identification

2.3 Contribution of the Present Work

This computer-aided engineering software aimed to be developed in this work has already been developed by other companies and countries. However, as this theme has strategical and state sovereignty characteristics due to the multidisciplinary technological dependencies, either this tool is restrictly available to be used in foreign countries were it was developed, either they are very expensive.

That stated, this tool has great potential to bring benefits to governamental organizations as Brazilian Air Force (FAB) and to companies and groups of the Defense Industrial

Base (BID) of Brazil.

3

Literature Review

3.1 Turbines

Uma modelagem simplificada e uni-dimensional para projetos de turbomáquinas pode produzir informações qualitativas de grande valor aos projetistas nas fases iniciais de desenvolvimento. Como exemplo, tendências específicas sobre o desempenho e funcionamento de uma turbina facilita a determinação da geometria básica da máquina (dimensões e formas), com baixo uso de recursos temporais e computacionais.

A primeira etapa é uma análise criteriosa dos requisitos e parâmetros do projeto. A análise do ciclo do motor vai fornecer informações como condições de entrada, razão de pressão, vazão e rotação.

Lista de referências pretendida para elaboração desta seção:

1. (SARAVANAMUTTOO *et al.*, 2017)
2. Notas de aula ME-211
3. (OLIVEIRA *et al.*, 2020)
4. (SCHOBEIRI, 2018)
5. (DENTON, 1993)
6. (MAIA *et al.*, 2019)
7. (DENTON; XU, 1998)

8. (CRAIG; COX, 1970)
9. (LEACH, 1983)
10. (KADHIM, 2018)
11. (WALLIS; DENTON, 1998)

3.1.1 Loss Models

3.2 Optimization

[ref] Optimization for Engineering Design Algorithms and Examples

Procedimento de formulação do problema tem o propósito de criar um modelo matemático do problema de design ótimo, a fim de que possa ser solucionado usando um algoritmo de otimização.

Inicialmente, deve-se perceber a necessidade de usar uma otimização nesse problema específico de projeto. Posto isso, deve-se escolher as variáveis de projeto associadas ao problema de projeto da Turbina. Em seguida, envolver outras considerações como restrições, função objetivo e intervalo das variáveis. A figura 3.1 traz um fluxograma típico para boa definição de um problema de otimização. Uma vez definido e declarado o problema, escolhe-se qual algoritmo de otimização será usado.

3.2.1 Design Variables

Sensibilidade de variáveis de projeto: O quão ‘importante’ é uma variável com relação a uma função objetivo. É possível que a mesma variável seja mais sensível em um aspecto do que em outro.

3.2.2 Objective Function

É interessante evitar, por questão de simplificação do processo computacional, o problema de otimização com várias funções objetivos. Usualmente, escolhe-se a principal

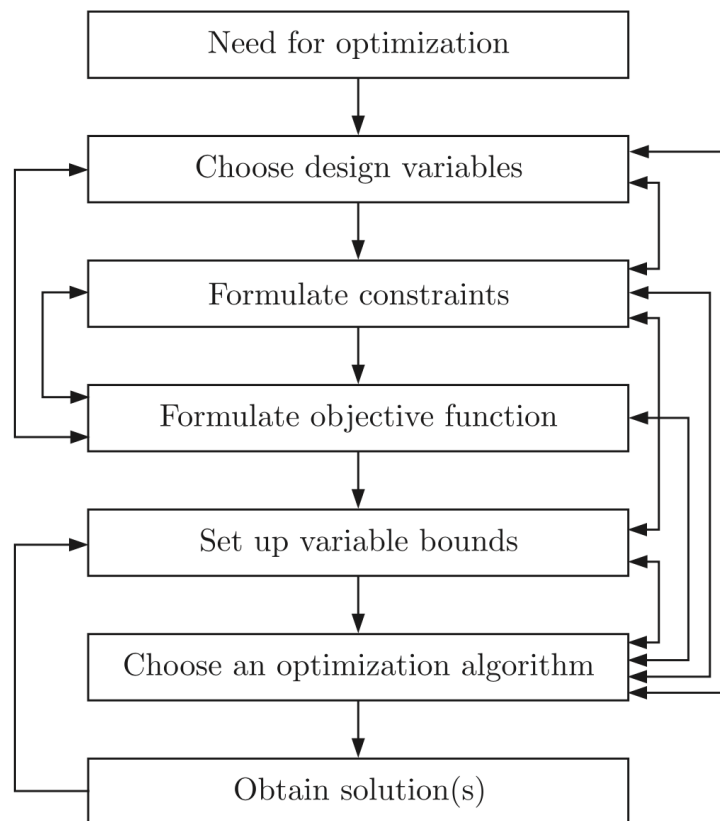


Figure 1.1 A flowchart of the optimal design procedure.

FIGURE 3.1 – Fluxograma do processo de design ótimo.

delas como função objetivo e modifica-se as outras em formas de restrições do problema, deixando elas em certo um intervalo.

3.2.3 Constraints

3.2.4 Design Variables Bounds

Usa-se uma primeiro chute dos limites das variáveis, considerando que a solução ótima está dentro desse intervalo. Em seguida, analisa-se o resultado da primeira simulação do algoritmo de otimização. A partir daí, faz-se os ajustes necessários no intervalo.

3.2.5 Modeling

Normalmente, a modelagem matemática do problema de otimização não é facilmente atingível. Uma aternativa é fazer uma modificação nas equações governantes, princi-

palmente quando se possui valores experimentais e observáveis do sistema. Assim, a formulação vai levar em consideração valores simulados *versus* valores observados, onde cria-se variáveis de projeto de maneira auxiliar (espaço de busca β , nesse caso), sendo a função objetivo $f(\beta)$ da equação 3.1, a qual deve ser minimizada. Tal processo tem muita similaridade com a metodologia de regressão linear, onde f representa o erro.

$$f(\beta) = (E_{observed} - E_{simulated})^2 \quad (3.1)$$

De acordo com [ref] Optimization for Engineering Design Algorithms and Examples, a inclusão de variáveis de projeto artificiais frequentemente com que o entendimento do problema seja simplificado, incluindo sua modelagem matemática.

Lista de referências pretendida para elaboração desta seção:

1. (MENGISTU; GHALY, 2004)
2. (ASGARSHAMSI *et al.*, 2014)
3. (THORN; HARTFIELD, 2016)
4. (ARABNIA; GHALY, 2009)
5. (CERVANTES; HARTFIELD, 2018)
6. (JUANGPHANICH *et al.*, 2019)
7. (JUANGPHANICH *et al.*, 2017)
8. (AGROMAYOR; NORD, 2019)
9. (ABADI *et al.*, 2017)
10. (AMINYAVARI *et al.*, 2016)
11. (BA *et al.*, 2019)
12. (LÉONARD; ADAM, 2008)
13. (ÖKSÜZ; AKMANDOR, 2010)
14. (ARABNIA, 2012)

15. (JENKINS, 1982)
16. (JENKINS, 1983)
17. (CERVANTES, 2018)
18. (SIVASHANMUGAM, 2011)
19. (MENGISTU, 2005)
20. (AMANO; XU, 2003)
21. (RAO; SAVSANI, 2012)
22. (DEB, 2012)

3.3 Problem Declaration

A tarefa de otimização será cumprida com o uso de algoritmos genéticos, enquanto que o projeto preliminar da turbina será simplificado e uni-dimensional.

Pretende-se utilizar um estudo de caso mais simples com o objetivo de entender o funcionamento da ferramenta de otimização e familiarização do método. Tal exemplo base pode ser feito considerando apenas uma variável de projeto. Após essa fase, o processo formulado como um todo deverá ser resolvido. Pretende-se limitar a quantidade de variáveis de projeto para X, sendo estas facilmente adimensionalizadas para fim de comparação.

3.4 Genetic Algorithms

De acordo com a [ref] Optimization for Engineering Design Algorithms and Examples, Algoritmos Genéticos (AG, daqui em diante) permitem uma maneira fácil de encontrar múltiplas soluções ótimas simultaneamente em uma única rodada de simulação. Em se tratando de problemas de otimização multiobjetivo, surge um conjunto de soluções ótimas conhecida como Soluções Ótimas de Pareto ou Fronteira de Pareto. Também, AG demonstra um maneira de lidar com múltiplos objetivos e ajuda a encontrar multiplas soluções ótimas de Pareto simultaneamente.

3.4.1 NSGA-II

Lista de referências pretendida para elaboração desta seção:

1. (DEB *et al.*, 2002)

4

Methodology

Methodology

5

Discussion

Discussion

6

Conclusion

Conclusion

Bibliography

ABADI, S. N. R.; AHMADPOUR, A.; ABADI, S.; MEYER, J. CFD-based shape optimization of steam turbine blade cascade in transonic two phase flows. **Applied Thermal Engineering**, Elsevier BV, v. 112, p. 1575–1589, fev. 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.10.058>>.

AGROMAYOR, R.; NORD, L. O. Preliminary design and optimization of axial turbines accounting for diffuser performance. **International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power**, MDPI AG, v. 4, n. 3, p. 32, set. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/ijtp4030032>>.

AMANO, R. S.; XU, C. Aerodynamic blade optimal design of turbomachinery. In: **International Gas Turbine Congress**. [S.l.]: Gas Turbine Society of Japan, 2003.

AMINYAVARI, M.; MAMAGHANI, A. H.; SHIRAZI, A.; NAJAFI, B.; RINALDI, F. Exergetic, economic, and environmental evaluations and multi-objective optimization of an internal-reforming SOFC-gas turbine cycle coupled with a rankine cycle. **Applied Thermal Engineering**, Elsevier BV, v. 108, p. 833–846, set. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2016.07.180>>.

ARABNIA, M. **Aerodynamic Shape Optimization of Axial Turbines in Three Dimensional Flow**. Tese (Doutorado) — Concordia University, Montréal, Québec, Canada, mar. 2012.

ARABNIA, M.; GHALY, W. A strategy for multi-point shape optimization of turbine stages in three-dimensional flow. In: **Volume 7: Turbomachinery, Parts A and B**. ASMEDC, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/gt2009-59708>>.

ASGARSHAMSI, A.; BENISI, A. H.; ASSEMPOUR, A.; POURFARZANEH, H. Multi-objective optimization of lean and sweep angles for stator and rotor blades of an axial turbine. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, SAGE Publications, v. 229, n. 5, p. 906–916, jun. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0954410014541080>>.

BA, W.; WANG, Z.; LI, X.; GU, C. Three-dimensional optimal design of a cooled turbine considering the coolant-requirement change. **Open Physics**, Walter de Gruyter GmbH, v. 17, n. 1, p. 768–778, dez. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1515/phys-2019-0080>>.

CERVANTES, N. **An Evolutionary Strategies Method to Optimize Turbine and Compressor Blades**. Dissertação (Mestrado) — Auburn University, Auburn, Alabama, maio 2018.

CERVANTES, N.; HARTFIELD, R. J. An evolutionary strategies method for optimizing compressor and turbine blades. In: **2018 Joint Propulsion Conference**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/6.2018-4736>>.

CRAIG, H. R. M.; COX, H. J. A. Performance estimation of axial flow turbines. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, SAGE Publications, v. 185, n. 1, p. 407–424, jun. 1970. Disponível em: <https://doi.org/10.1243/pime_proc_1970_185_048_02>.

DEB, K. **Optimization for Engineering Design - Algorithms and Examples**. [S.l.]: PHI Learning Private Limited, 2012. ISBN 978-81-203-4678-9.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), v. 6, n. 2, p. 182–197, abr. 2002. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/4235.996017>>.

DENTON, J. D. Loss mechanisms in turbomachines. In: . American Society of Mechanical Engineers, 1993. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/93-gt-435>>.

DENTON, J. D.; XU, L. The exploitation of three-dimensional flow in turbomachinery design. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications, v. 213, n. 2, p. 125–137, fev. 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1243/0954406991522220>>.

JENKINS, J. M. A comprehensive method for preliminary design optimization of axial gas turbine stages. In: **18th AIAA/SAE/ASME Joint Propulsion Conference**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1982.

JENKINS, J. M. A comprehensive method for preliminary design optimization of axial gas turbine stages, part ii: Code verification. In: **19th AIAA/SAE/ASME Joint Propulsion Conference**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1983.

JUANGPHANICH, P.; MAESSCHALCK, C. D.; PANIAGUA, G. Turbine passage design methodology to minimize entropy production—a two-step optimization strategy. **Entropy**, MDPI AG, v. 21, n. 6, p. 604, jun. 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.3390/e21060604>>.

JUANGPHANICH, P.; MAESSCHALCK, C. G. D.; PANIAGUA, G. From conceptual 1d design towards full 3d optimization of a highly loaded turbine stage. In: **55th AIAA Aerospace Sciences Meeting**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/6.2017-0110>>.

KADHIM, H. T. K. **Effect of non-axisymmetric casing on flow and performance of an axial turbine**. Tese (Doutorado) — University of Leicester, 2018.

LEACH, K. P. **Energy Efficient Engine High-Pressure Turbine Component Rig Performance Test Report**. maio 1983.

LÉONARD, O.; ADAM, O. A quasi-one-dimensional CFD model for multistage turbomachines. **Journal of Thermal Science**, Springer Science and Business Media LLC, v. 17, n. 1, p. 7–20, mar. 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11630-008-0007-z>>.

MAIA, A. A. G.; SILVA, J. F. da; TOMITA, J. T.; BRIGHENTI, C. Preliminary design of axial flow turbine for a small jet engine. In: **Proceedings of the 5th World Congress on Mechanical, Chemical, and Material Engineering**. Avestia Publishing, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.11159/htff19.189>>.

MENGISTU, T.; GHALY, W. Single and multipoint shape optimization of gas turbine blade cascades. In: **10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/6.2004-4446>>.

MENGISTU, T. T. **Aerodynamic Design and Optimization of Turbomachinery Blading**. Tese (Doutorado) — Concordia University, Montréal, Québec, Canada, abr. 2005.

ÖKSÜZ Özhan; AKMANDOR, İ. S. Multi-objective aerodynamic optimization of axial turbine blades using a novel multilevel genetic algorithm. **Journal of Turbomachinery**, ASME International, v. 132, n. 4, maio 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3213558>>.

OLIVEIRA, I.; SILVA, G. P.; TONON, D.; BRIGHENTI, C.; TOMITA, J. T. Interactive learning platform for turbine design using reduced order methods. In: . American Society of Mechanical Engineers, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/gt2020-16028>>.

RAO, R. V.; SAVSANI, V. J. **Mechanical Design Optimization Using Advanced Optimization Techniques**. Springer London, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2748-2>>.

SARAVANAMUTTOO, H. I. H.; ROGERS, G. F. C.; COHEN, H.; STRAZNICKY, P. V.; NIX, A. C. **Gas Turbine Theory (7th Edition)**. Pearson, 2017. ISBN 1292093099. Disponível em: <<https://www.xarg.org/ref/a/1292093099/>>.

SCHOBEIRI, M. T. **Gas Turbine Design, Components and System Design Integration**. Springer International Publishing, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/978-3-319-58378-5>>.

SIVASHANMUGAM, V. K. **Three Dimensional Aero-Structural Shape Optimization of Turbomachinery Blades**. Dissertação (Mestrado) — Concordia University, Montréal, Québec, Canada, jan. 2011.

THORN, C. R.; HARTFIELD, R. J. Three dimensional turbine blade optimization using evolutionary algorithm with viscous flow analysis. In: **54th AIAA Aerospace Sciences Meeting**. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/6.2016-0115>>.

WALLIS, A. M.; DENTON, J. D. Comparison of design intent and experimental measurements in a low aspect ratio axial flow turbine with three-dimensional blading. In: **International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition**. [S.l.]: American Society of Mechanical Engineers, 1998.

Appendix A -

First appendix

A.1 First Section of Appendix

if needed

Annex A -

First annex

A.1 First section of Annex

If needed.