

Une alternative à la modélisation morphodynamique par transfert local forcée par un modèle à résolution de phase

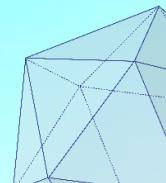
JMVPR 2023 – Île d'Aix

R. Dupont ^{1,2,3} **F. Bouchette** ^{1,3} **B. Mohammadi** ^{2,3}

1 GEOSCIENCES-M, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, ronan.dupont@umontpellier.fr, frederic.bouchette@umontpellier.fr

2 IMAG, Univ Montpellier, CNRS, Montpellier, France, bijan.mohammadi@umontpellier.fr

3 GLADYS, Univ Montpellier, CNRS, Le Grau du Roi, France



Biodiversité
Agriculture
Alimentation
Environnement
Terre
Eau



Sommaire

- ▶ I) Introduction
- ▶ II) Modèle OptiMorph
- ▶ III) L'approche d'Hadamard
- ▶ IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant



I) Introduction

- ▶ Un nouveau modèle morphodynamique générique couplable avec n'importe quel modèle hydrodynamique.
- ▶ Un nouveau modèle hydrodynamique à faible complexité.
- ▶ Des cas-tests de benchmark très connus validés.
- ▶ Un modèle à création de barres sédimentaires: très performant sur la phénoménologie.



II) Modèle OptiMorph

0) Workflow

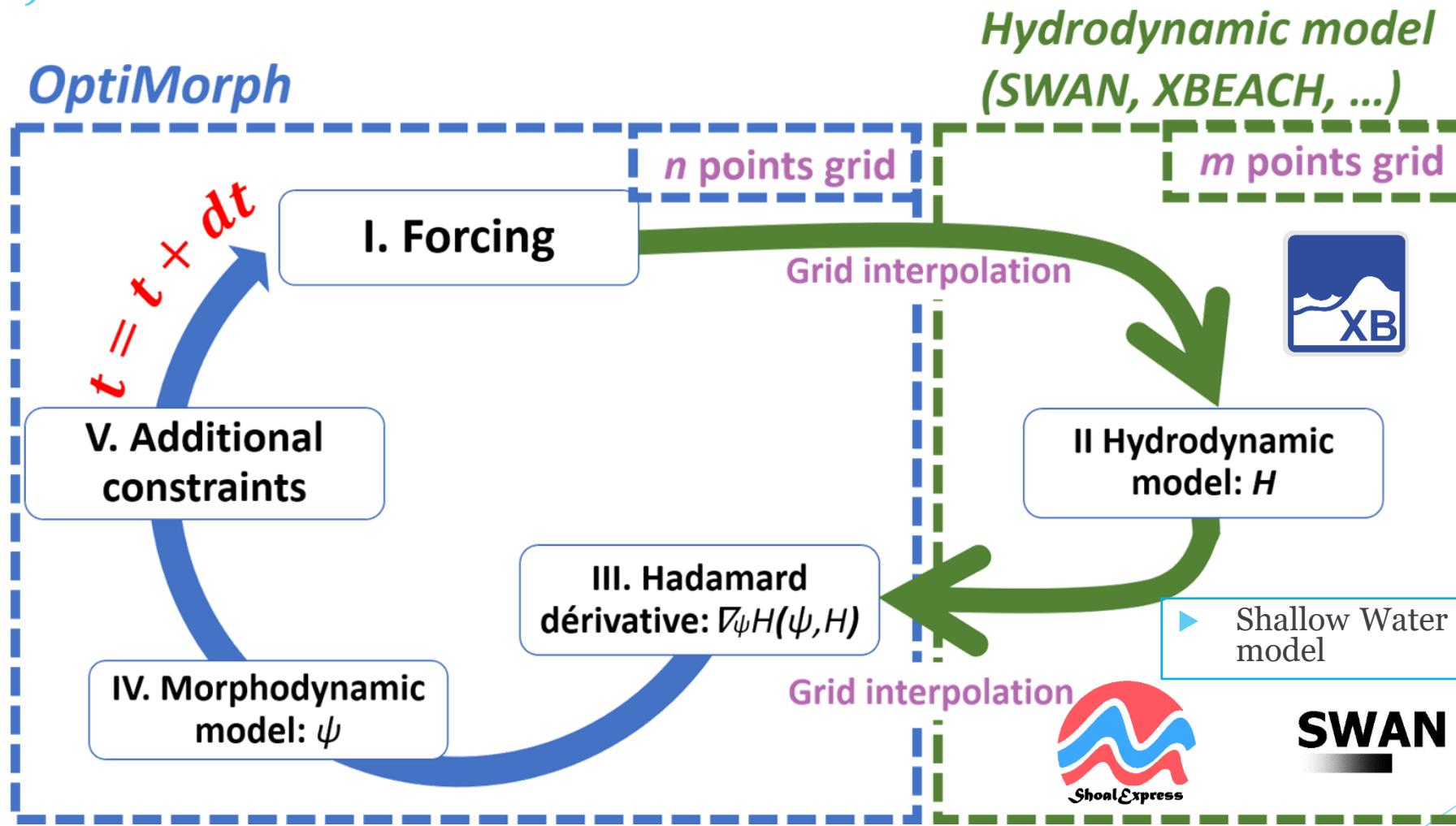


Figure 1. Diagramme de fonctionnement d'OptiMorph.

II) Modèle OptiMorph

1) Forçages - paramètres

Physique	Paramètres	Définition
Paramètres numériques	Δx	Pas spatial [m]
	Δt	Pas de temps [s]
	T_f	Temps de simulation [s]
Domaine	L	Taille du domaine [m]
	h_0	Profondeur d'eau au large [m]
	α	Pente pour une bathy linéaire
Hydrodynamique	$H_0(t)$	Hauteur d'eau au large [m]
	H_{max}	Hauteur d'eau maximale au large [m]
	T_0	Période de vague [s]
Morphodynamique	ψ_0	Bathymétrie initiale
	γ	Mobilité sédimentaire [m.s.kg⁻¹]
	β	Pente maximale

Tab 1. Différents paramètres de forçage.

II) Modèle OptiMorph

2) Modèles hydrodynamiques

SWAN

Simulating WAves Nearshore



► Shallow Water model



Généré par DALL-E2 (openai)

II) Modèle OptiMorph

2) Extended Shoaling (ShoalExpress)

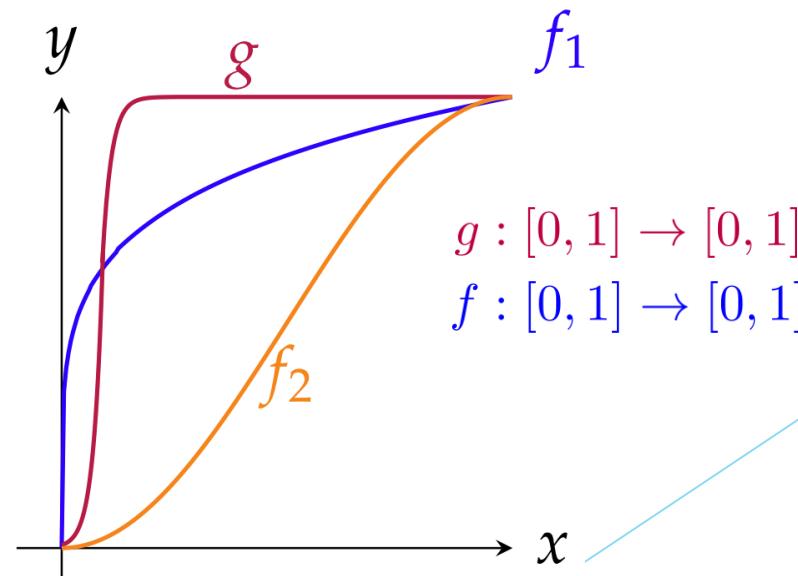
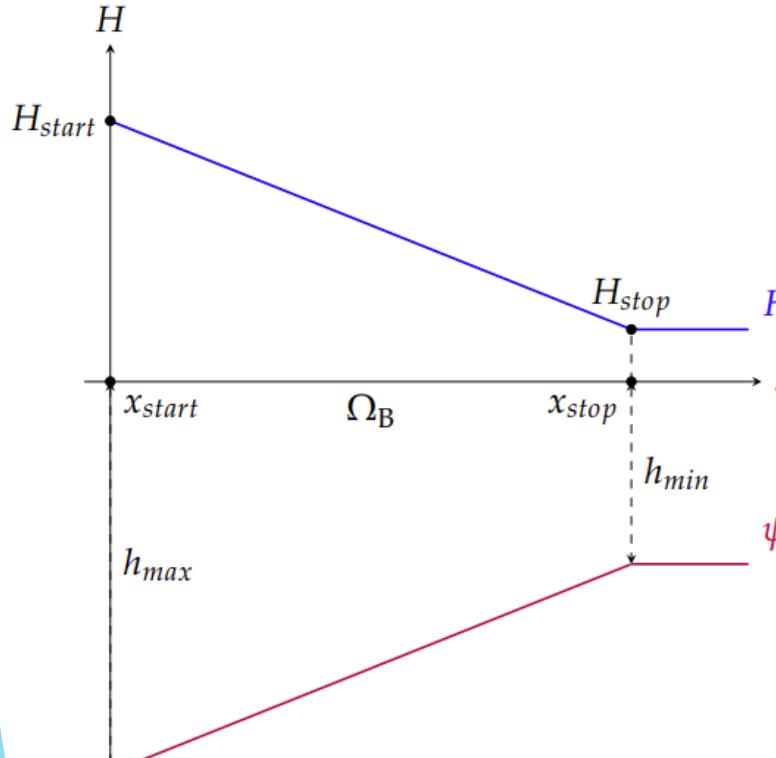
Modèle ShoalExpress :

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$



Paramétrisation du déferlement:

$$\mathcal{F}(\gamma h(x, t)) = H(x_{start}) + [H(x_{stop}) - H(x_{start})] \cdot f\left(\frac{x - x_{start}}{x_{stop} - x_{start}}\right) \cdot g\left(\frac{h_{max} - h}{h_{max} - h_{min}}\right)$$



II) Modèle OptiMorph

2) Résultats hydrodynamiques pour le test LIP11D – 1C

Experiment	Initial Geometry	H_S [m]	T_P [s]	Duration [h]
LIP11-1A	Initial beach profile	0.9	5	
LIP11-1B	Result of 1A	1.4	5	18
LIP11-1C	Result of 1B	0.6	8	13

Different type of H with the following configuration:
LIP11D - 1C

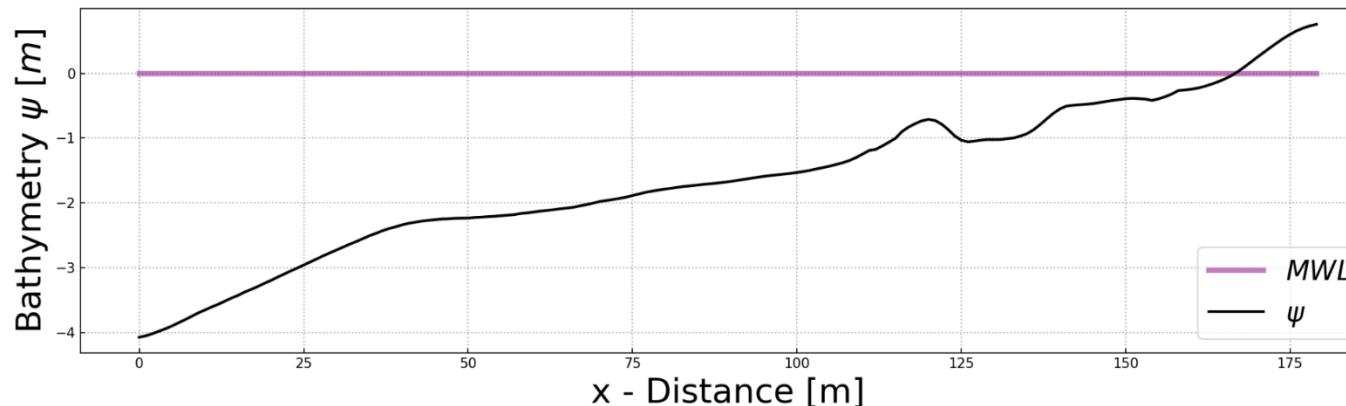
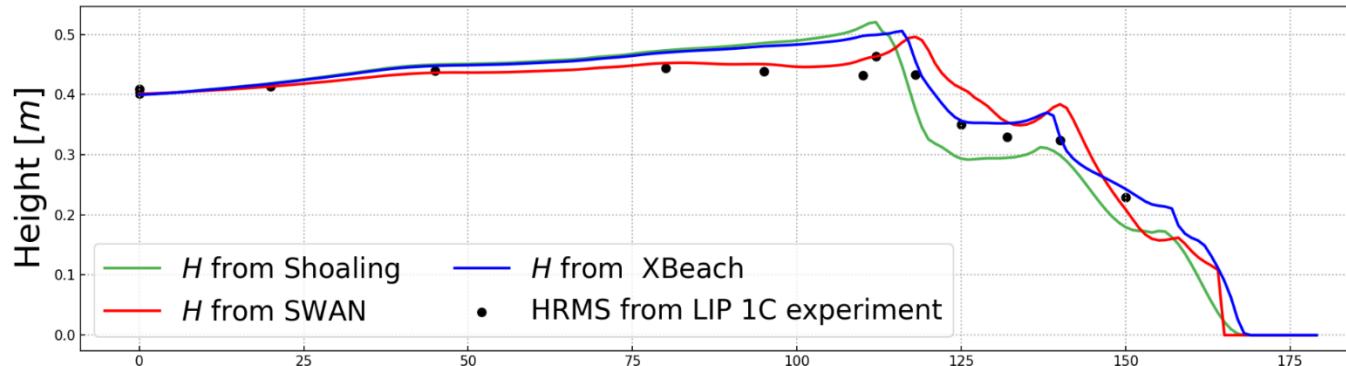


Figure 2. Résultats hydrodynamiques avec les modèles ShoalExpress, SWAN et XBeach

II) Modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

Hypothèse:

L'évolution au cours du temps du fond marin ψ est basée sur l'hypothèse que le fond évolue de telle sorte que l'énergie des vagues soit minimisée.

Corollaire:

En prenant une infinité de géométries quelconques, la plus réaliste correspondra à celle où l'énergie des vagues sera la plus faible.

Modèle: minimisation de J

$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [kg.m^{-3}]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

H : significant wave height [m]

II) Modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

Experiment	Initial Geometry	$H_S[m]$	$T_P[s]$	Duration [h]
LIP11-1A	Initial beach profile	0.9	5	
LIP11-1B	Result of 1A	1.4	5	18
LIP11-1C	Result of 1B	0.6	8	13

Comparison of Wave Energy E_H for 2 different configurations with the following problem:

$$H_0 = 0.85 \text{ m} - h_0 = 4.1 \text{ m} - T_0 = 5 \text{ s}$$

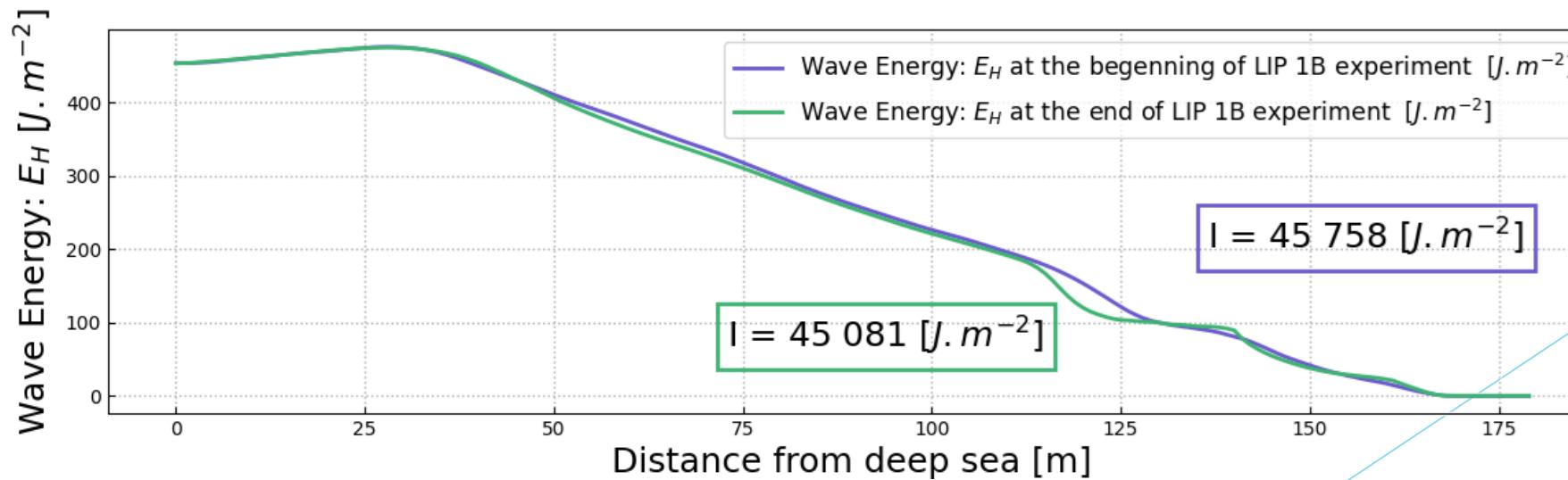
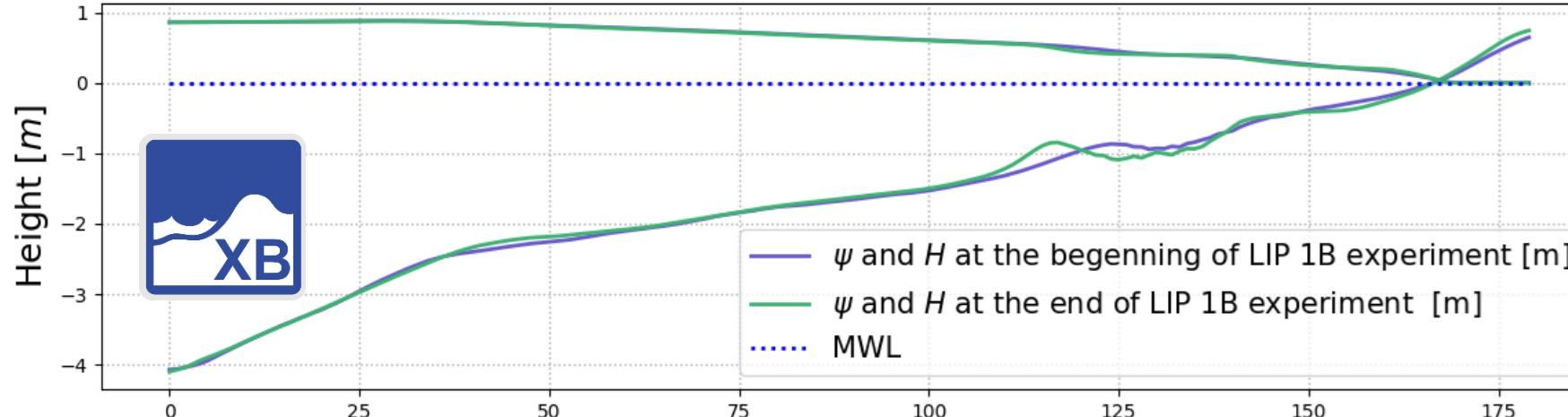


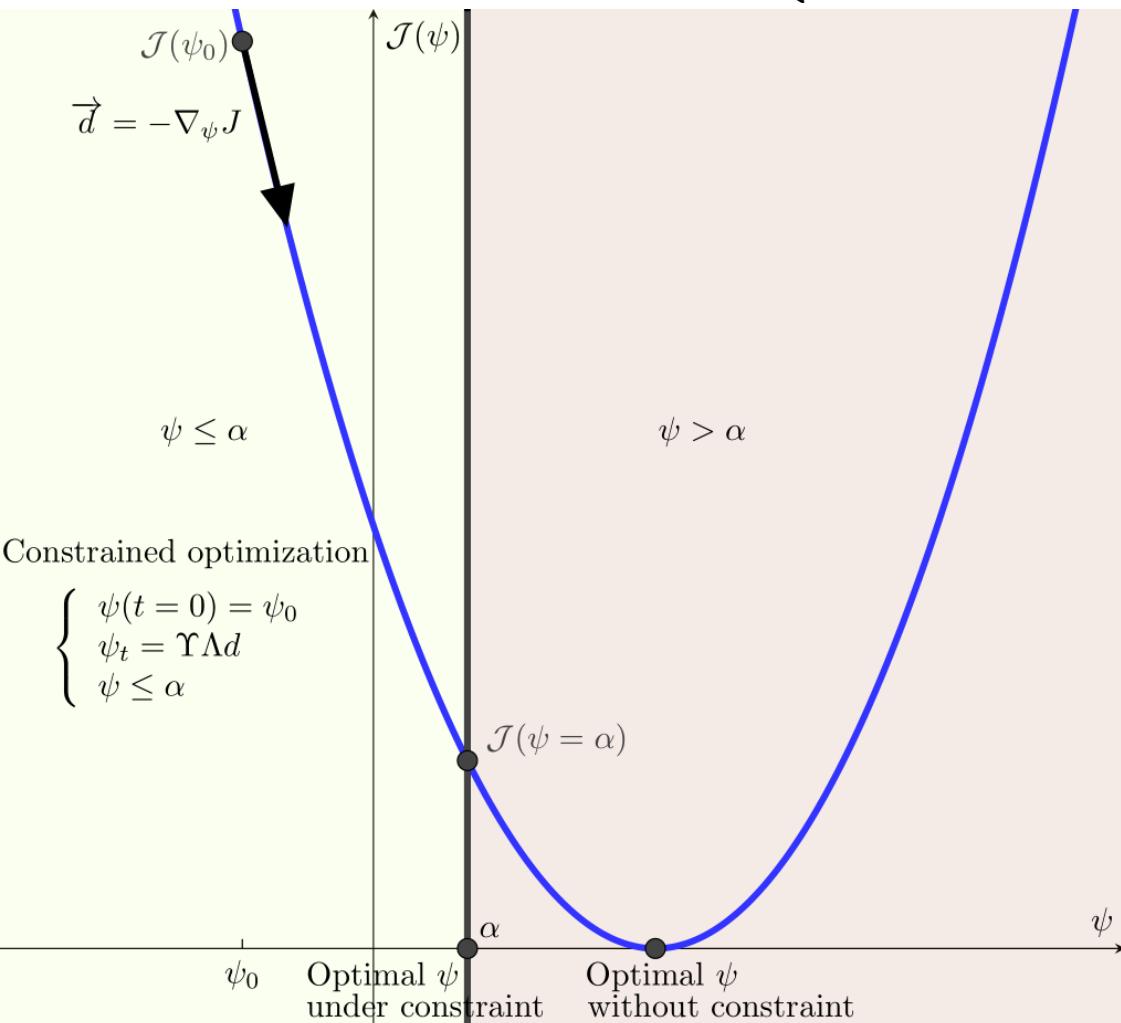
Figure 3. Calcul d'énergie de H selon deux configurations différentes. Violet état avant expérience en canal; vert: après.

II) Modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

► Governing equations

$$\begin{cases} \psi(t=0) = \psi_0 \\ \dot{\psi}_t = \Upsilon \Lambda d \end{cases}$$



ψ_t : evolution of the seabed over time [$m.s^{-1}$]

Υ : abrasion of sand [$m.s. kg^{-1}$]

Λ : excitation of the seabed by the water waves

ψ_0 : initial seabed elevation [m]

$d = -\nabla_{\psi} J$ + constraints : the decent direction [$J.m^{-2}$]

► Cost-function

$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [$kg.m^{-3}$]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

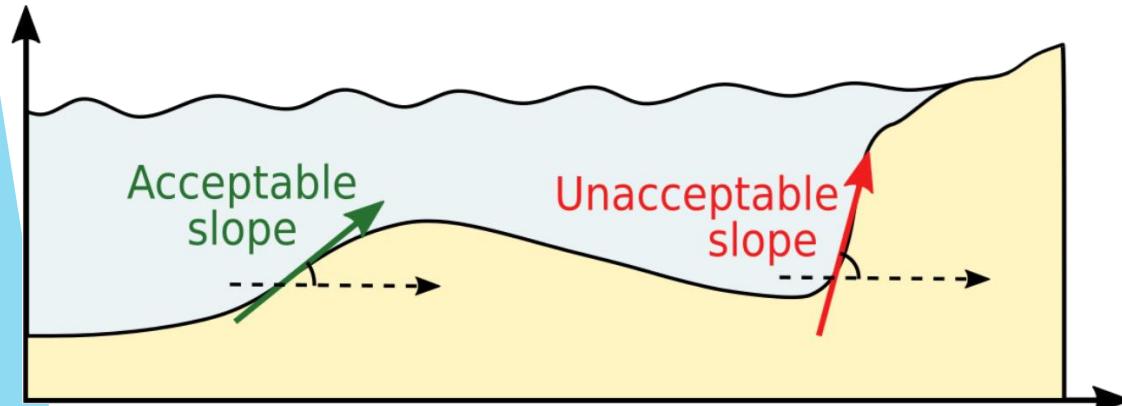
H : significant wave height [m]

II) Modèle OptiMorph

4) Contraintes additionnelles

► Contrainte de pente

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}$$



► Contrainte de conservation sableuse

$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T]$$

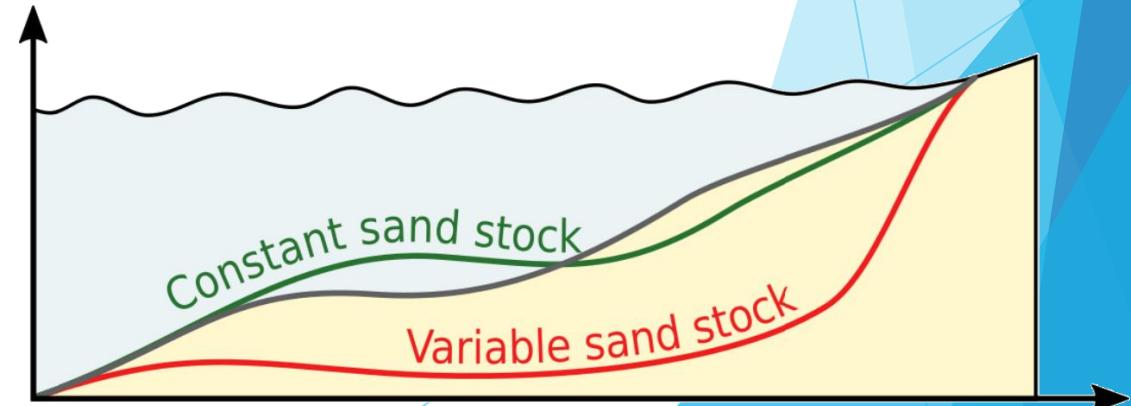


Figure 4. a) Contrainte de pente

b) Conservation du stock sableux.

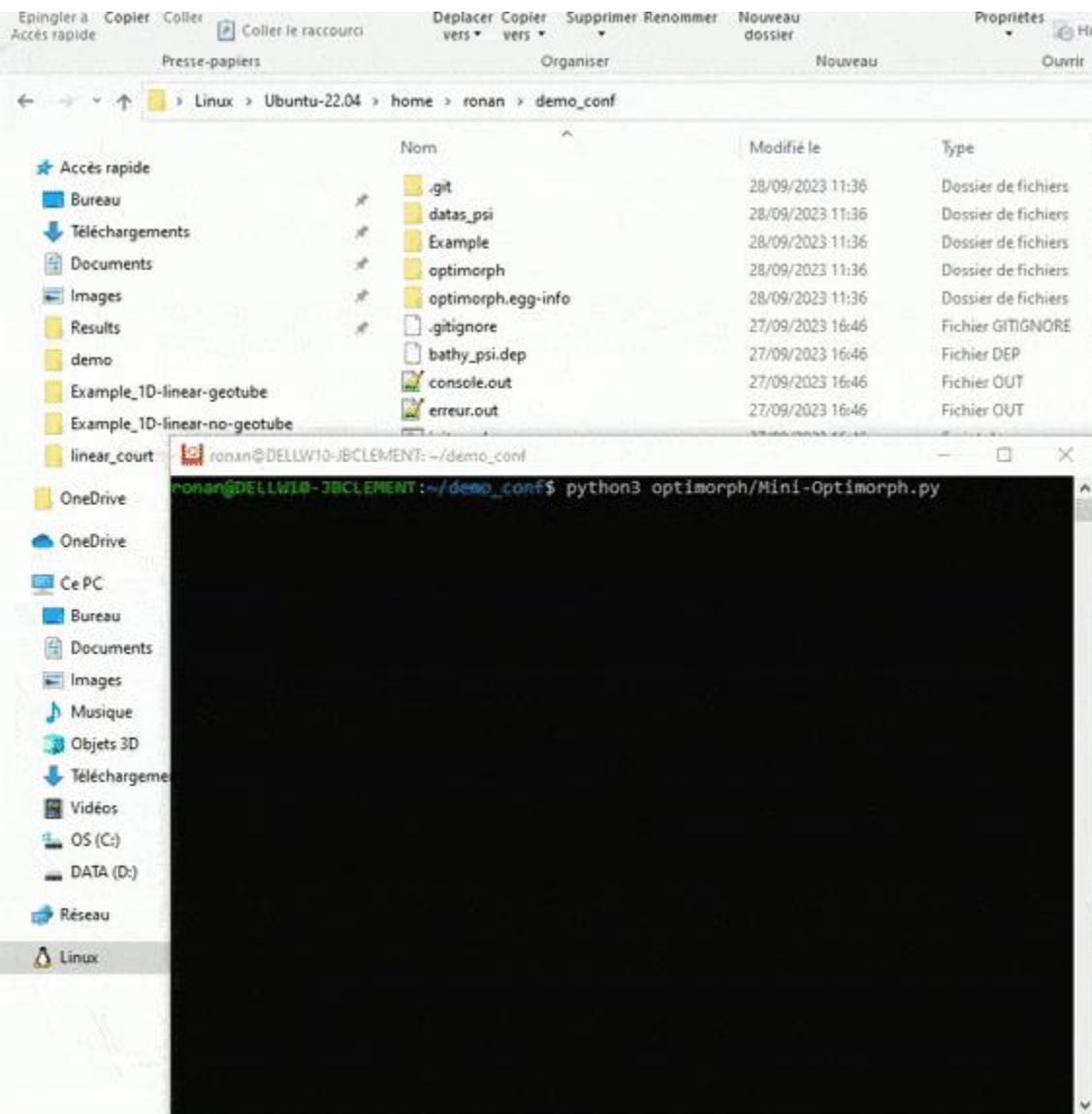
II) Modèle OptiMorph

5) Temps de calculs - Démonstration

► 500 itérations avec



+ OptiMorph = 14 s

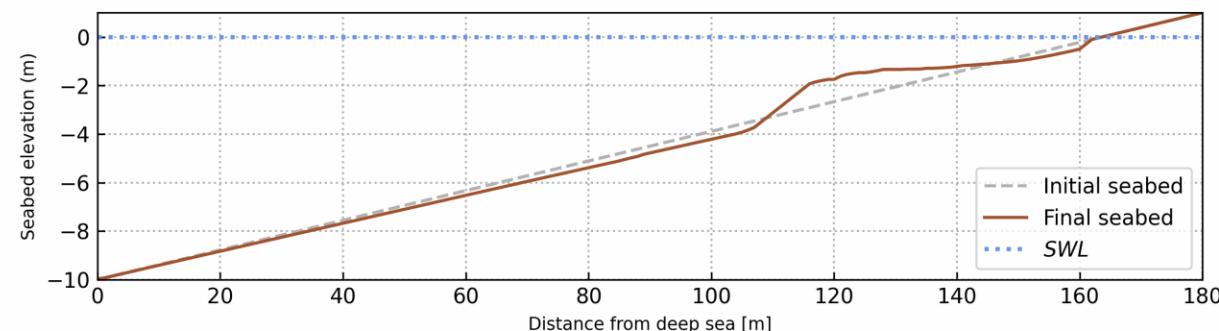
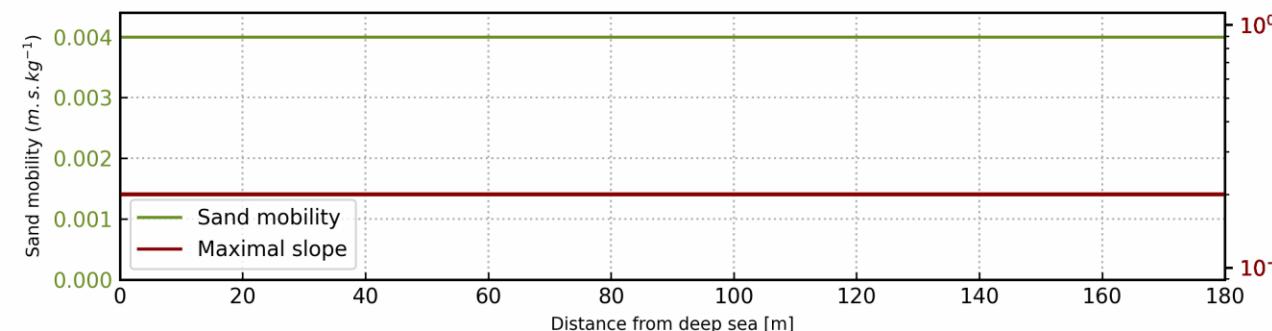
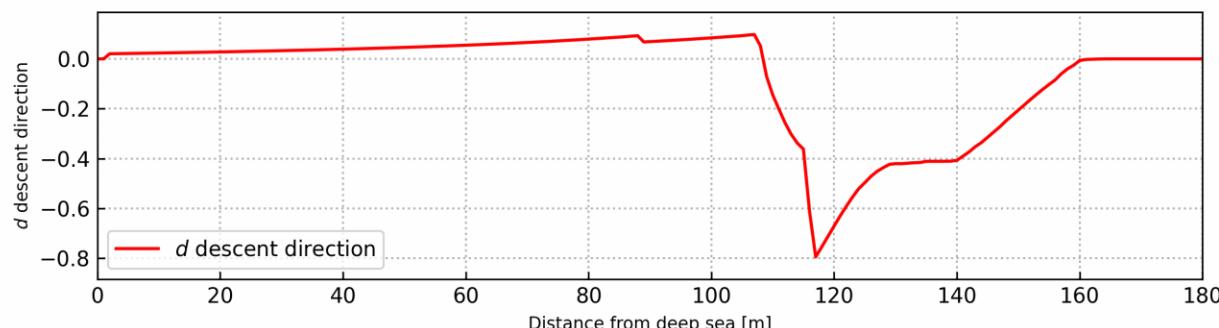
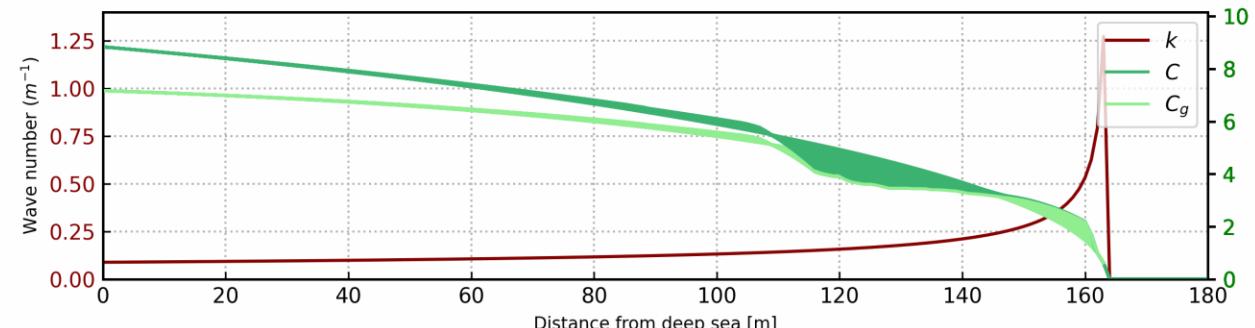
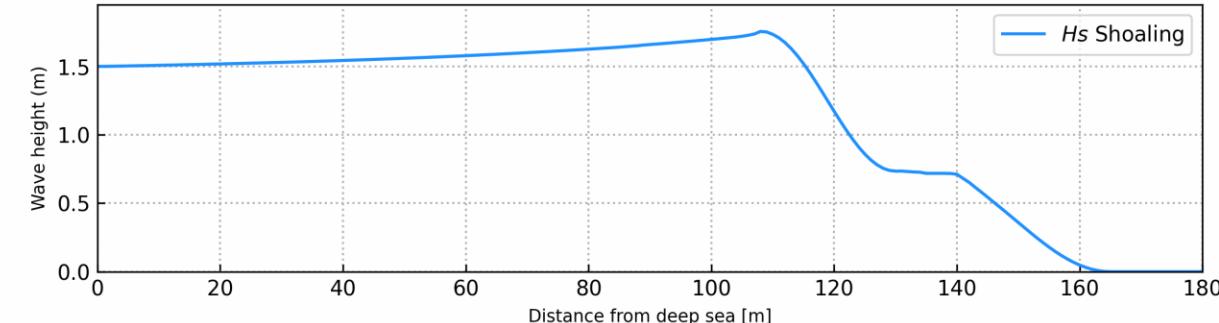
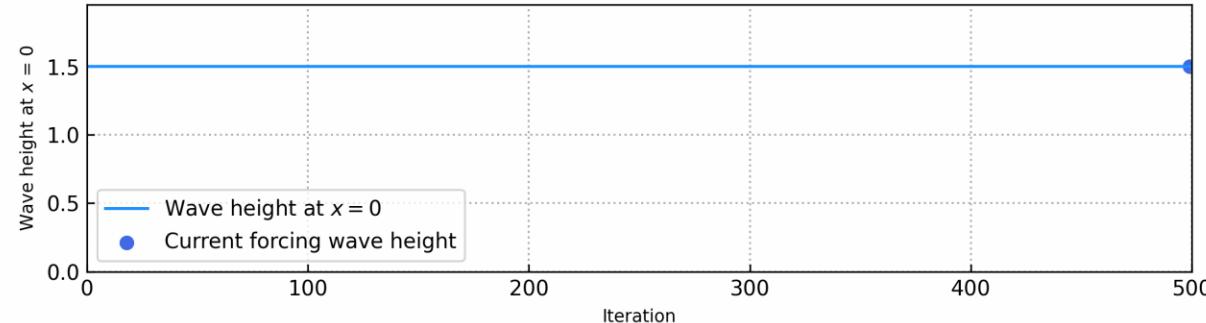


```
user_config.yaml
1 dirname: Example_1D-linear-no-geotube # dirname to save figs and data
2 figname: Example Simulation 1D of storm in linear bathymetry WITHOUT geotube
# simulation name appear on figs
3 debug: False # this mode plot some interesting values
4 makeGifs: False # make gifs
5 T0: 8 # wave period
6 Hmax: 1.5 # maximum wave height
7 h0: 10
8 Omega: 180
9 n_iteration: 500
10 ifre: 1000 # save and plot every ifre iteration
11 mobility: 0.004
12 bathy_type: 0 # [0:18]
13 slope_max: 0.2 #
14 id_cost_fct: 1 # cost function [1:12]
15 hydro_mode: 0 # : 0 = shoaling, 1 = swan, 2 = XBeach
16 dynamic: False
17 gamma: 0.55
18 geotube:
19     state: False
20     position_x: 110 # geotube position x [m]
21     position_y: 10 # geotube position y [m] ONLY FOR 2D MODE
22     length: 6 # geotube Length [m]
23     height: 2 # geotube height [m]
24 two_dimension:
25     state: False
26     n_i: 300
27     n_j: 60
28     L_x: 600
29     L_y: 20
30
```

II) Modèle OptiMorph

6) Forçages – exemple + résultats

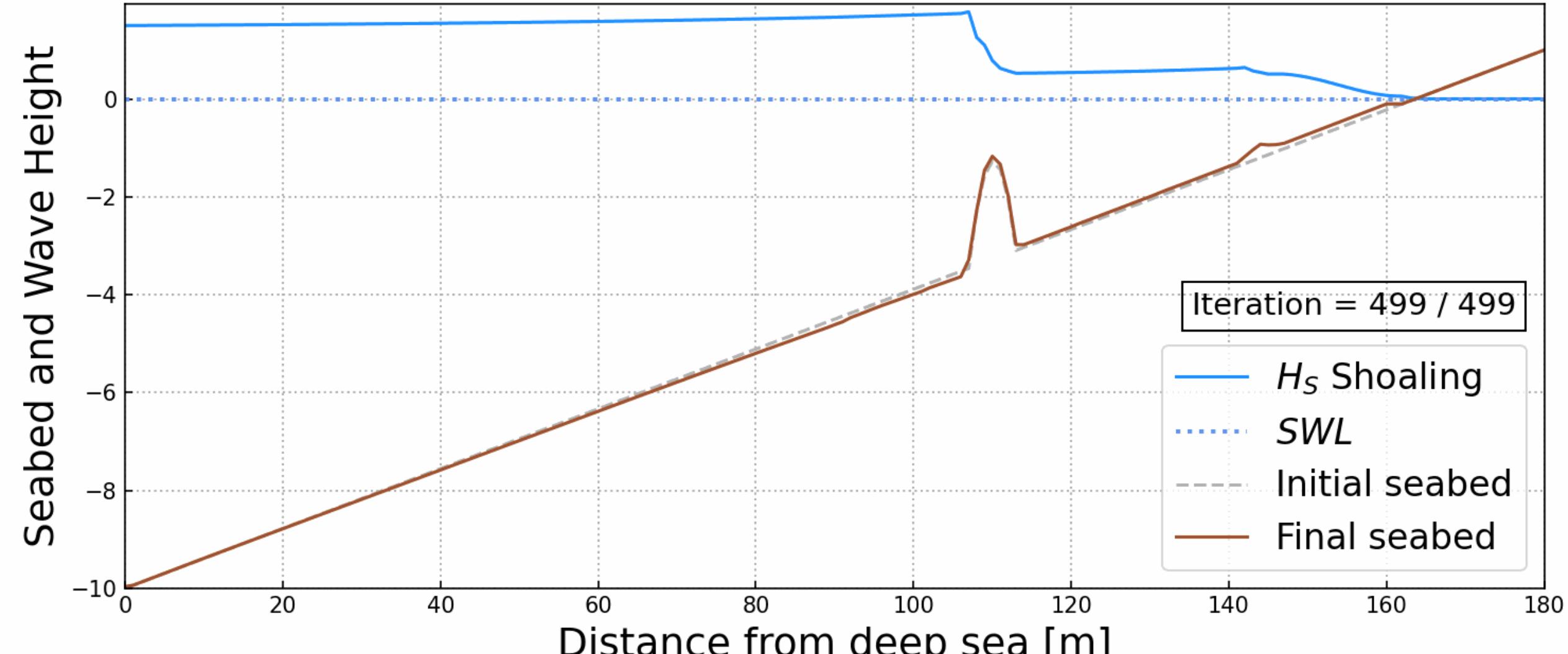
Example Simulation 1D of storm in linear bathymetry WITHOUT geotube
Parameters: $H_0 = 1.5 \text{ m}$ - $T_0 = 8 \text{ s}$ - $h_0 = 10 \text{ m}$
Iteration = 499 / 499



II) Modèle OptiMorph

6) Forçages – exemple + résultats

Seabed and wave evolution with parameters:
 $H_0 = 1.5 \text{ m}$ - $T_0 = 8 \text{ s}$ - $h_0 = 10 \text{ m}$

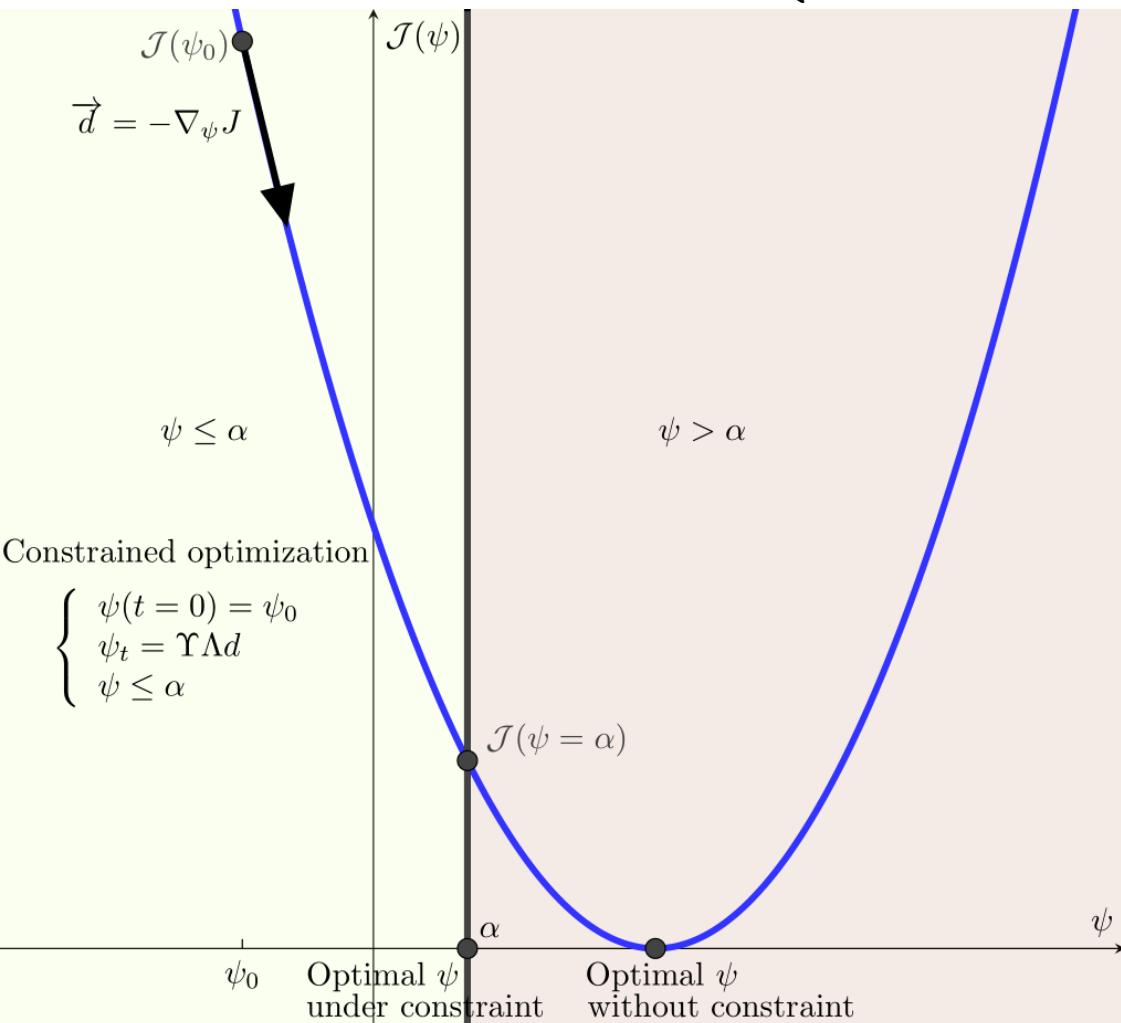


II) Modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique

► Governing equations

$$\begin{cases} \psi(t=0) = \psi_0 \\ \dot{\psi}_t = \Upsilon \Lambda d \end{cases}$$



ψ_t : evolution of the seabed over time [$m.s^{-1}$]

Υ : abrasion of sand [$m.s. kg^{-1}$]

Λ : excitation of the seabed by the water waves

ψ_0 : initial seabed elevation [m]

$d = -\nabla_{\psi} J$ + constraints : the decent direction [$J.m^{-2}$]

► Cost-function

$$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega_S} \rho_w g H^2(\psi, x, t) dx \quad [J.m^{-1}]$$

Ω_S : shoaling zone [m]

ρ_w : water density [$kg.m^{-3}$]

g : gravitational acceleration [$m.s^{-2}$]

H : significant wave height [m]

III) L'approche d'Hadamard

1) Formalisme mathématique

$$\nabla_{\psi} J = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\varepsilon} [J(\psi + \varepsilon \vec{n}) - J(\psi)] \right)$$

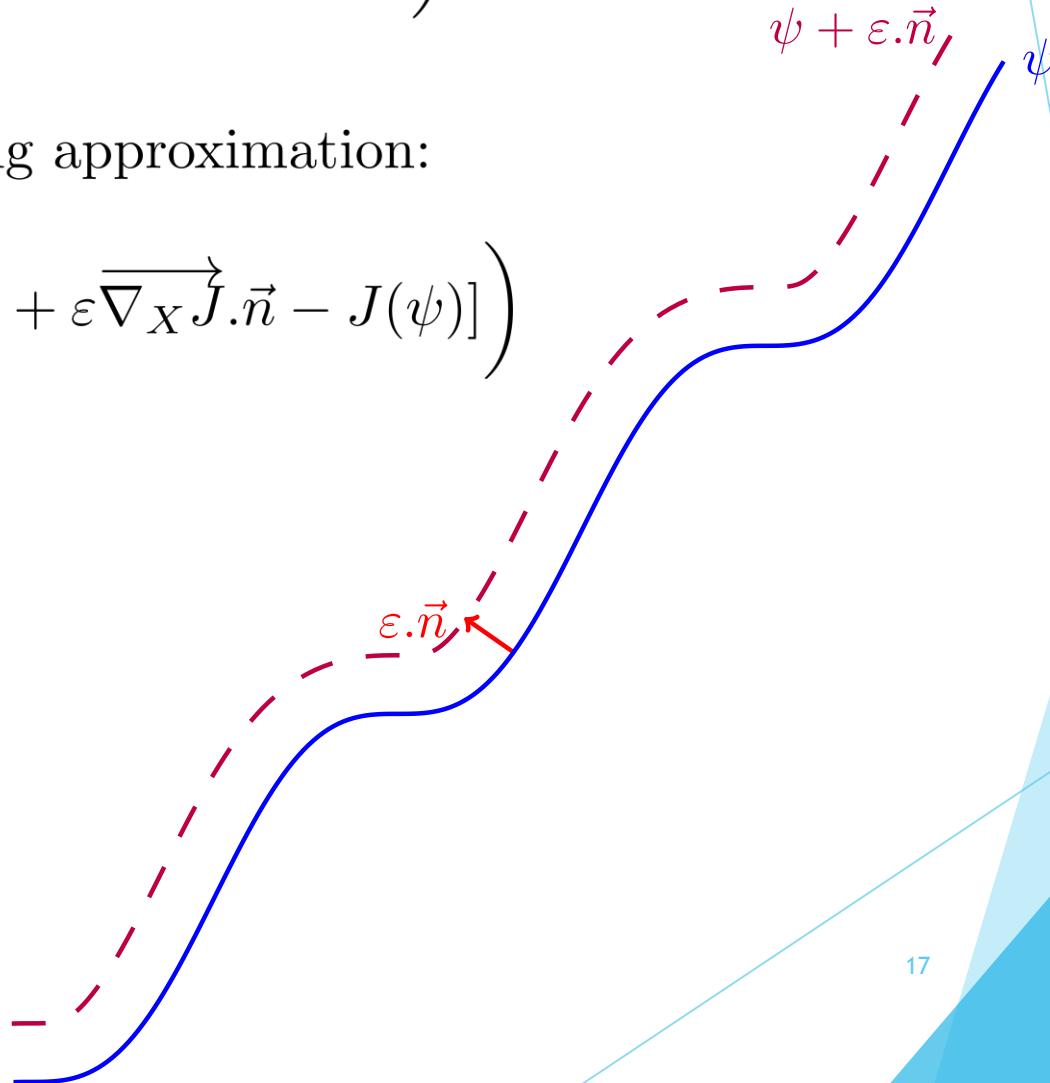
where \vec{n} is the normal to the shape ψ .

At order 1 we will consider the following approximation:

$$\nabla_{\psi} J \approx \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\varepsilon} [J(\psi) + \varepsilon \overrightarrow{\nabla_X J} \cdot \vec{n} - J(\psi)] \right)$$

with $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$$\boxed{\nabla_{\psi} J = \nabla_X J \cdot n}$$

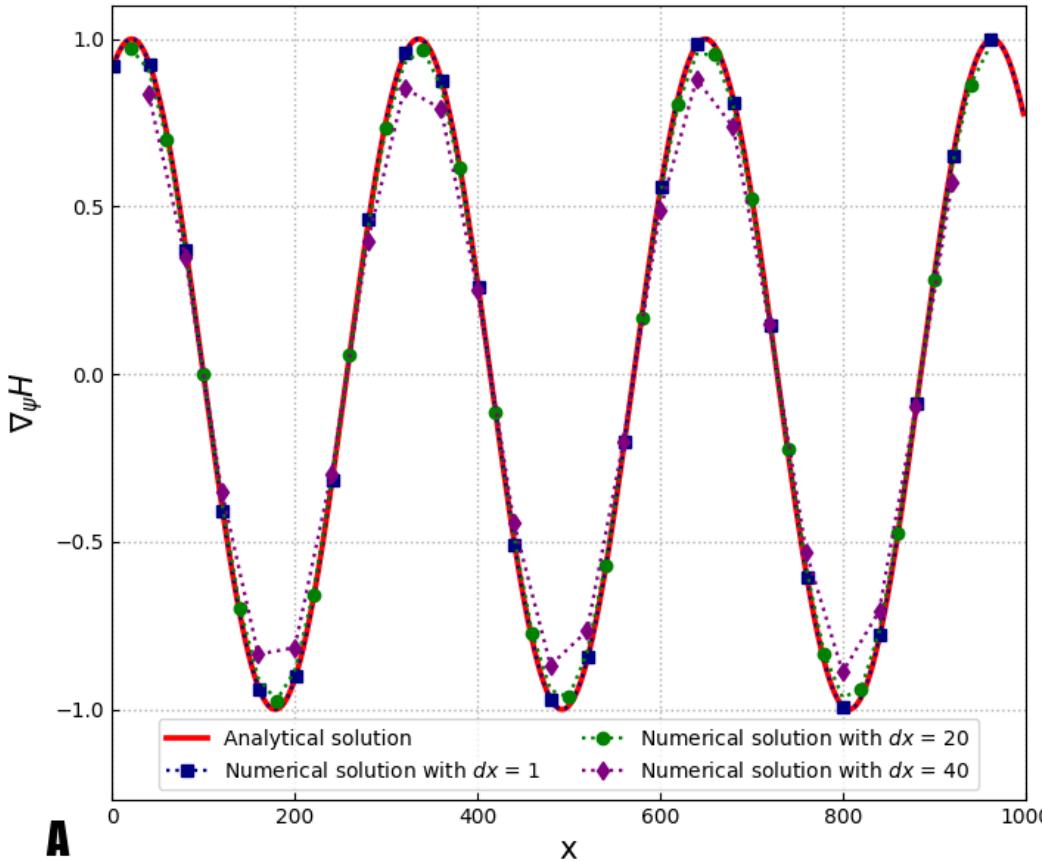


III) L'approche d'Hadamard

1) Formalisme mathématique

En posant ici $J = H$,

$\nabla_\psi H$ using Hadamard approximation with the following problem:
 $\psi = ax + b$, $H = \cos(\psi)$, with $a = 0.02$, $b = -2$



Error \mathcal{E}_{L^2} between the analytical and numerical solution of the Hadamard approximation - Logarithmic scale

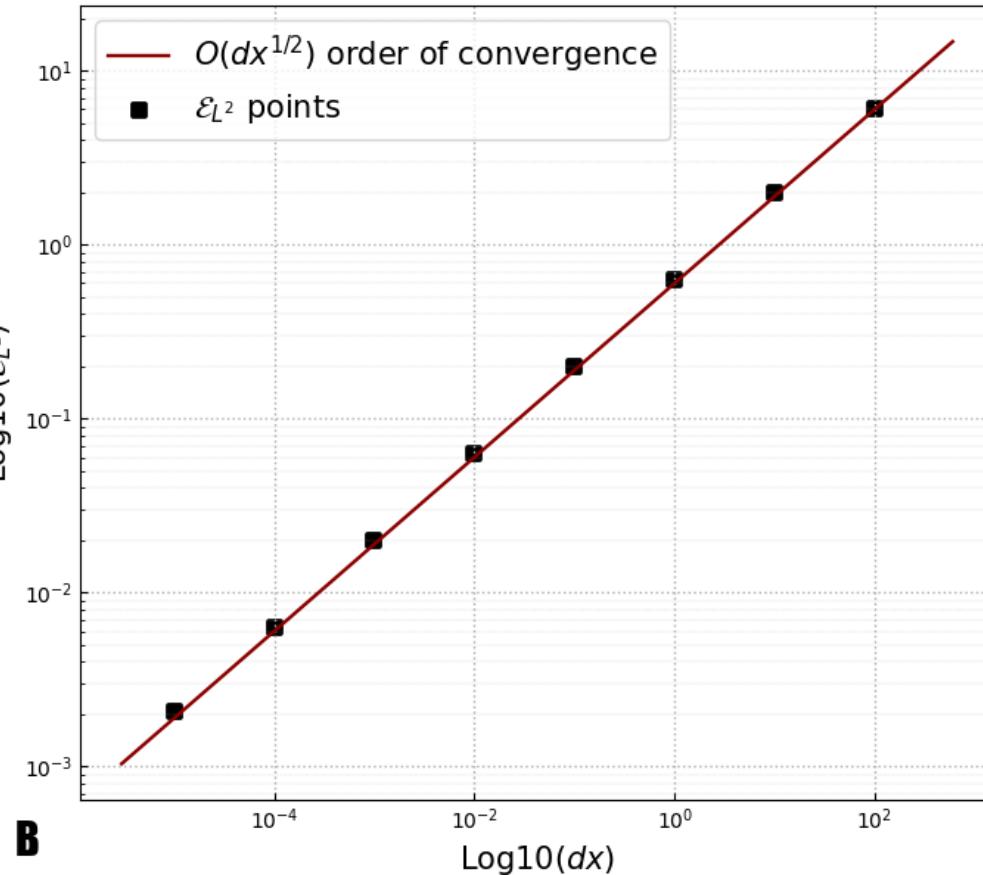


Figure 5. a) Solution analytique et approximative avec l'approche Hadamard,
b) Erreur numérique calculée par rapport à la solution analytique.

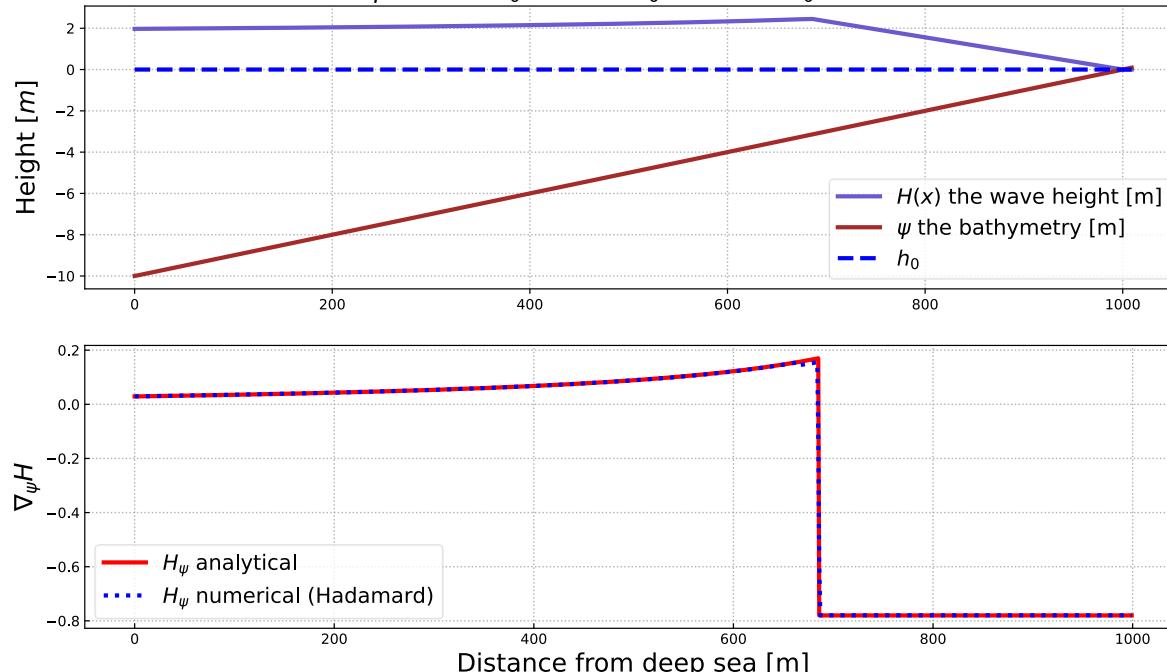
III) L'approche d'Hadamard

2) Implémentation dans notre modèle

$$\overrightarrow{\nabla_X H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial \psi} \end{pmatrix} \quad \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$$

$$\nabla_\psi H \approx \frac{\partial H}{\partial x} n_x + \frac{\partial H}{\partial \psi} n_y$$

Comparison of numerical and analytical $\nabla_\psi H$ on the following problem:
 ψ linear - $H_0 = 2$ m - $h_0 = 10$ m - $T_0 = 10$ s



Comparison of numerical and analytical $\nabla_\psi H$ on the following problem:
 ψ linear with perturbations - $H_0 = 2$ m - $h_0 = 10$ m - $T_0 = 10$ s

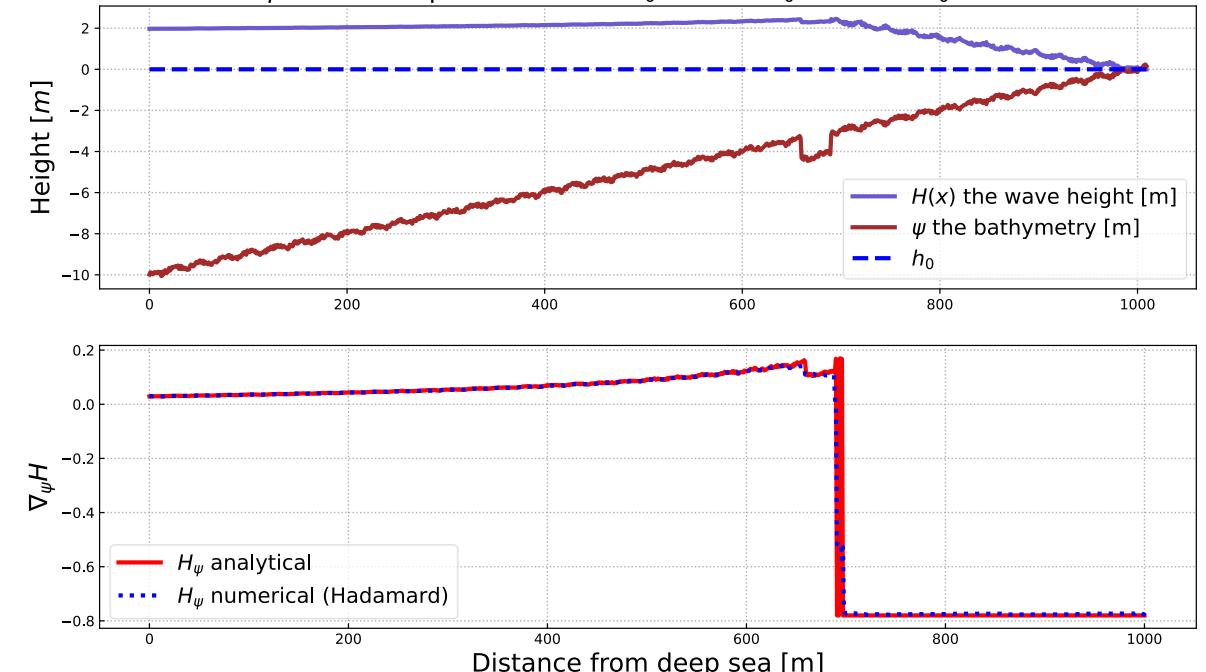


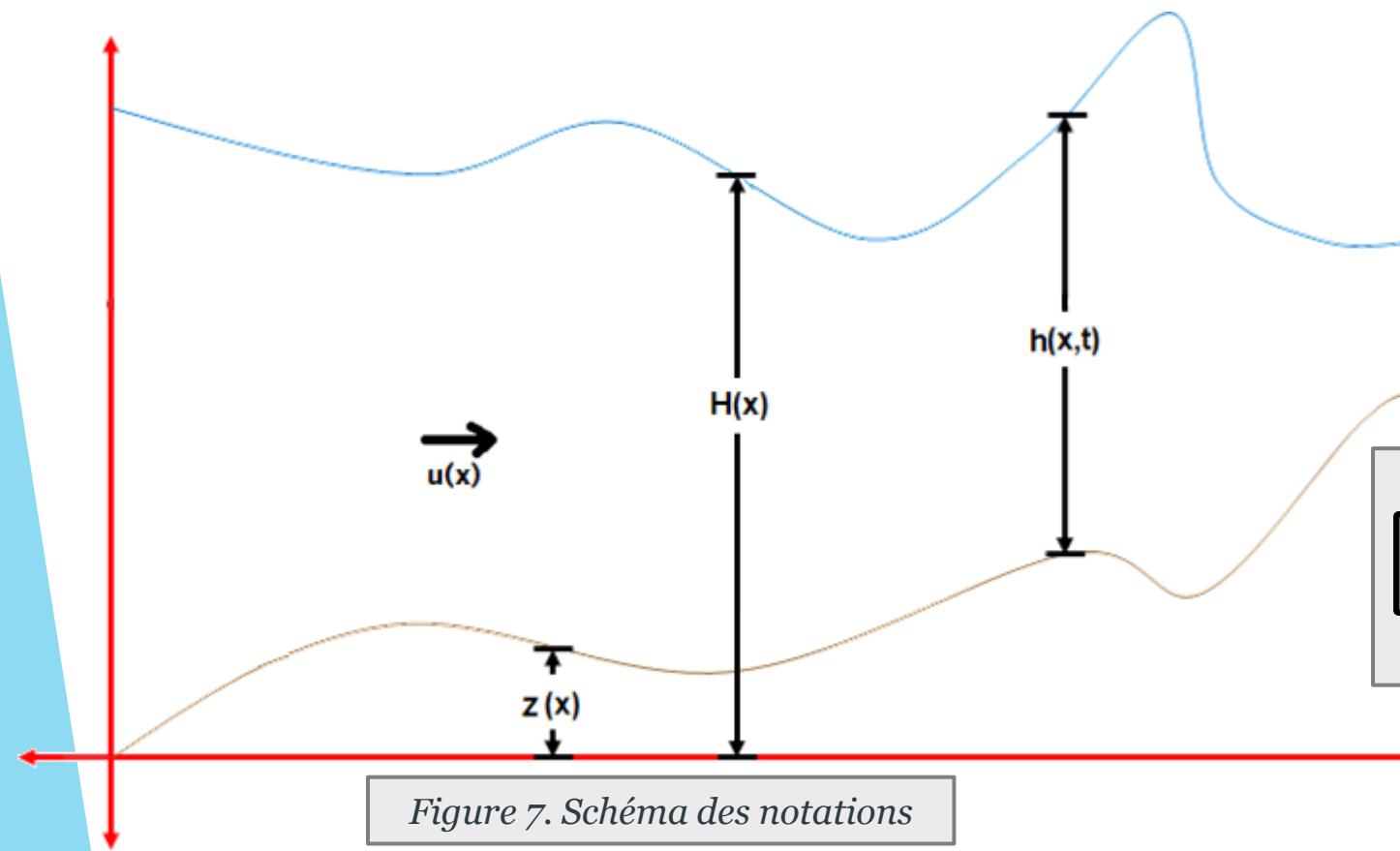
Figure 6. a) Solution analytique et approximative avec l'approche Hadamard sur un cas simple,
b) Solution analytique et approximative avec l'approche Hadamard sur un cas perturbé.

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

1) Modèle hydrodynamique

$$\begin{cases} \partial_t h + \partial_x q &= 0, \\ \partial_t q + \partial_x \left(\frac{q^2}{h} + \frac{1}{2}gh^2 \right) &= -gh\partial_x Z. \end{cases}$$

- ▶ Finite Volumes
- ▶ Riemann solver of Roe (VFRoe scheme)



 P. Fabrie F. Marche, Ph. Bonneton and N. Seguin. *Evaluation of well-balanced bore-capturing schemes for 2d wetting and drying processes.* IJNMF, 53/5:867–894, 2007.

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

2) Nouvelle fonctionnelle

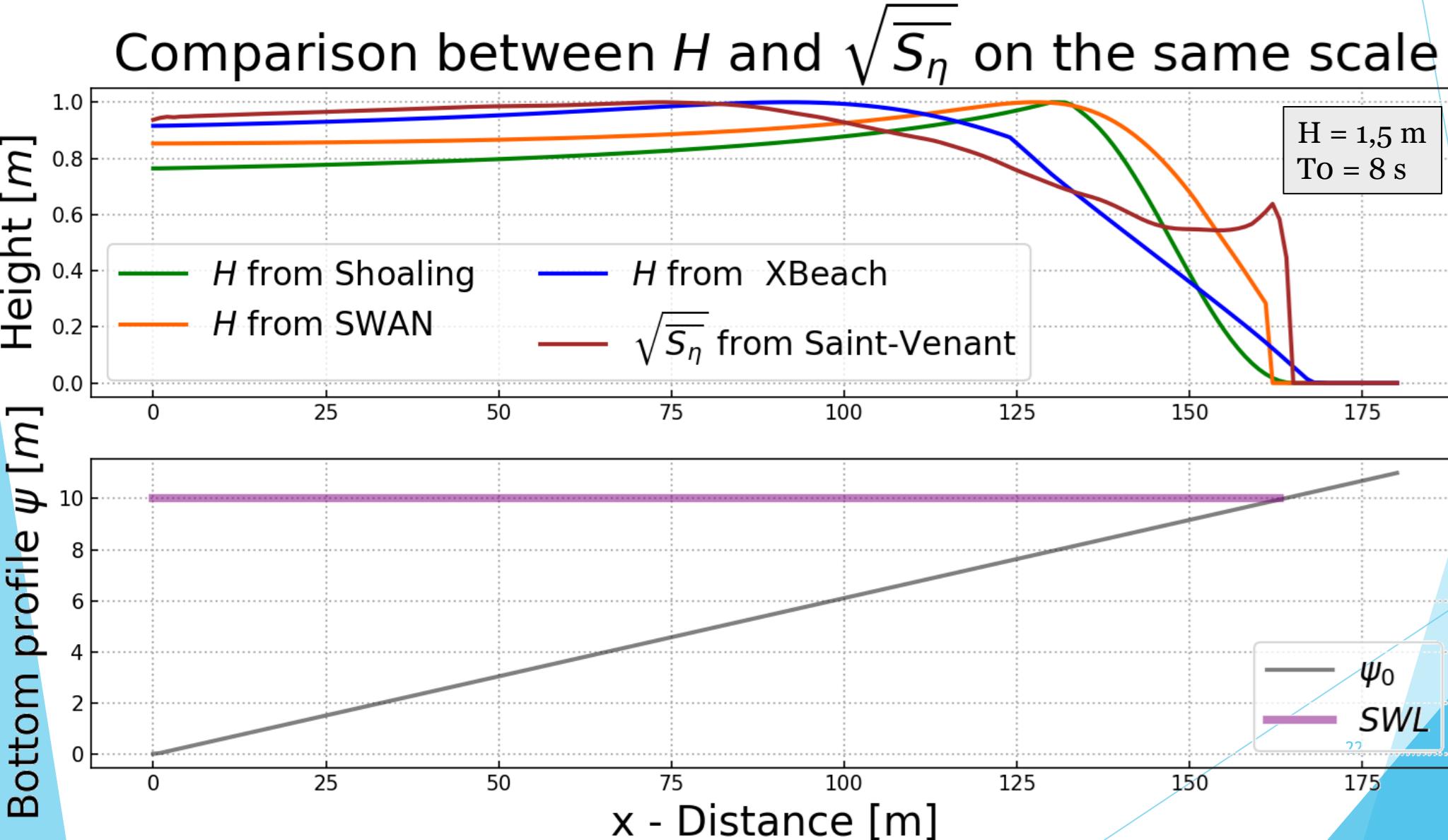
Modèle	Fonctionnelle
<i>Spectral (f)</i>	$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega} \rho_w g H^2(x, t) dx$
<i>Temporel (t)</i>	$J(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{\Omega} \rho_w g \overline{S_{\eta}(x, t)} dx$

avec $\overline{S_{\eta}(x, t)} = \frac{1}{n_T T_0} \int_{t-n_T T_0}^t \eta(t, x)^2 dt, \quad n_T > 2$

$$\sqrt{\overline{S_{\eta}}} \sim H$$

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente forte) - comparaison entre H et $\sqrt{S_\eta}$

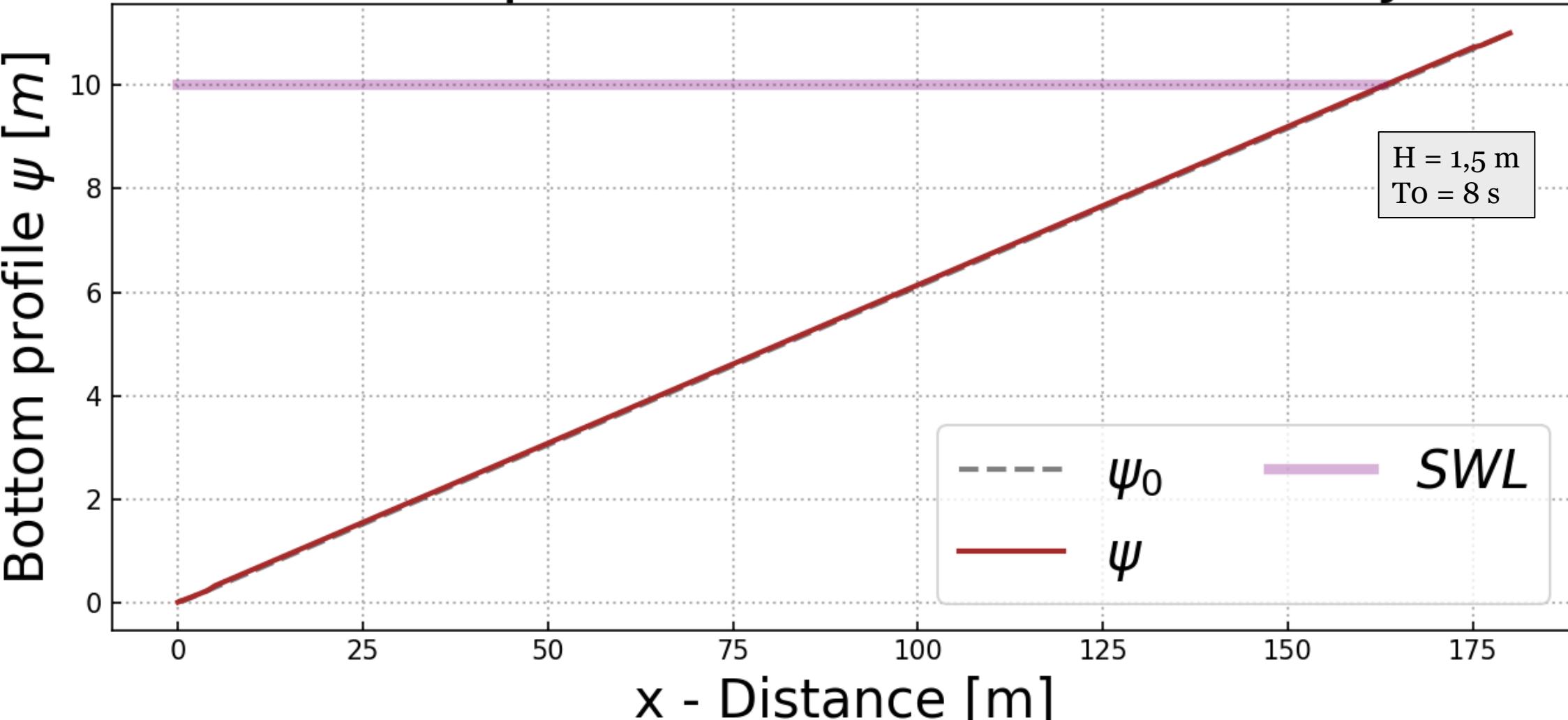


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente forte)

Figure 9. Evolution du fond marin sur 3 jours avec le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 0 days

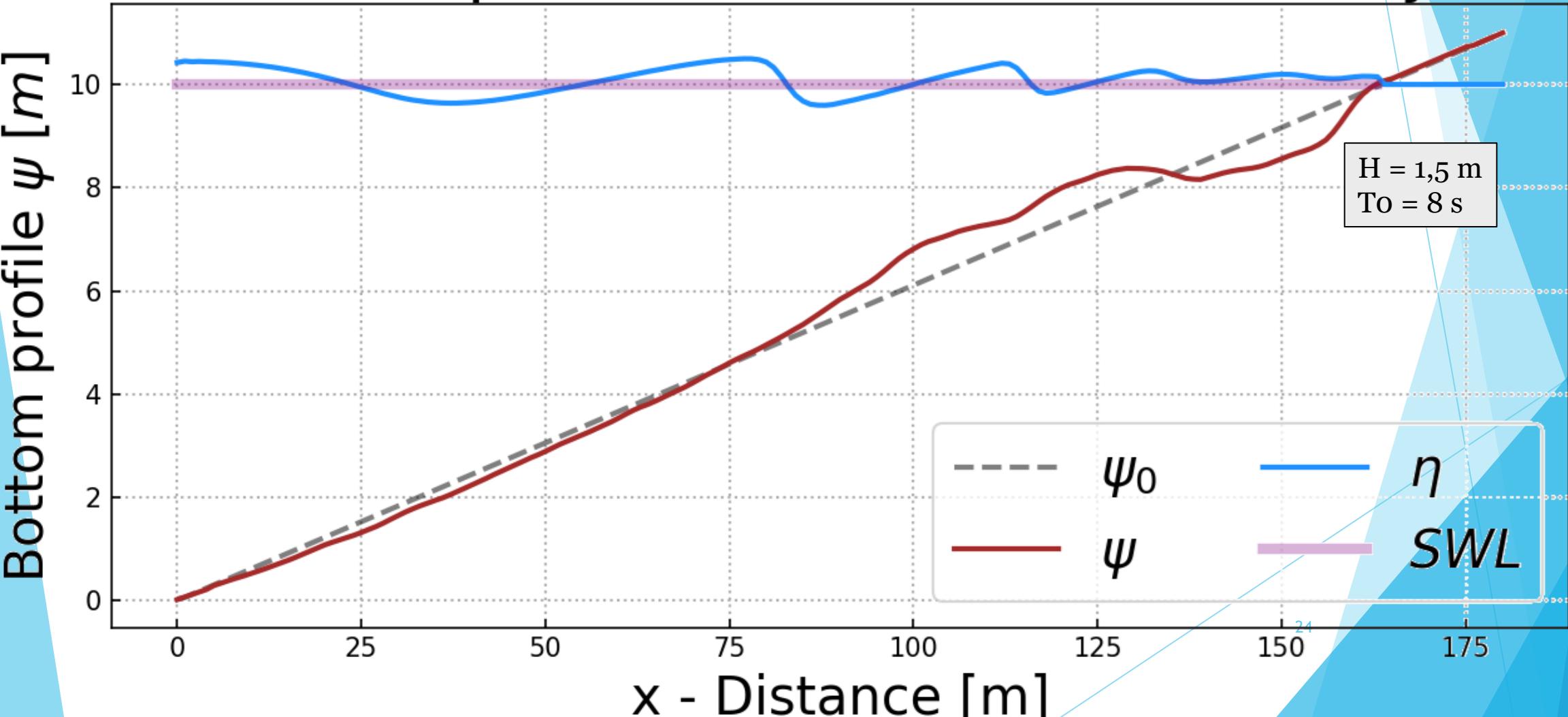


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente forte)

Figure 9. Evolution du fond marin sur 3 jours avec le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 3.0 days

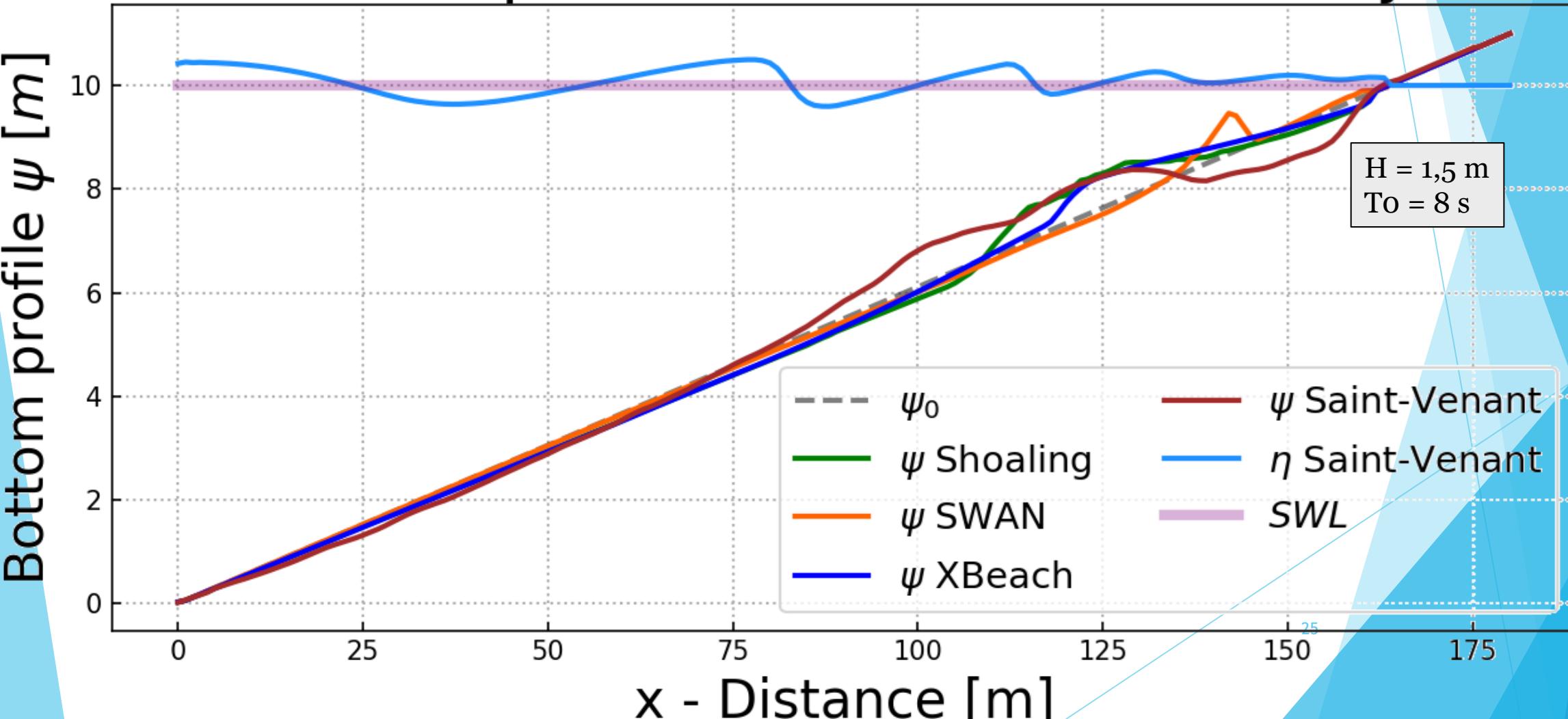


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente forte)

Figure 10. Evolution du fond marin sur 3 jours avec les modèles Saint-Venant, ShoalExpress, Swan, XBeach

Bottom profile evolution after 3 days



IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne) - comparaison entre H et $\sqrt{S_\eta}$

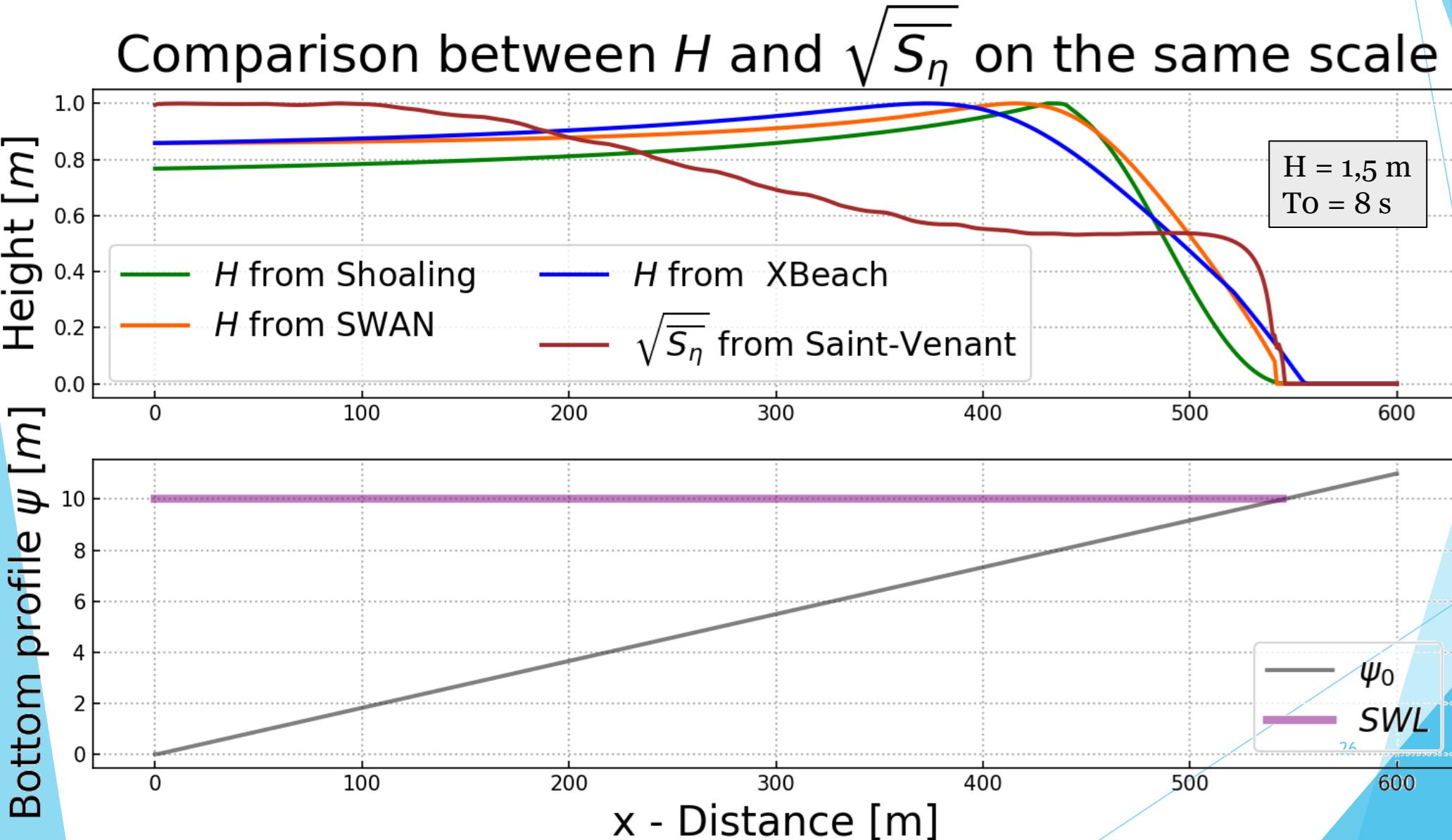


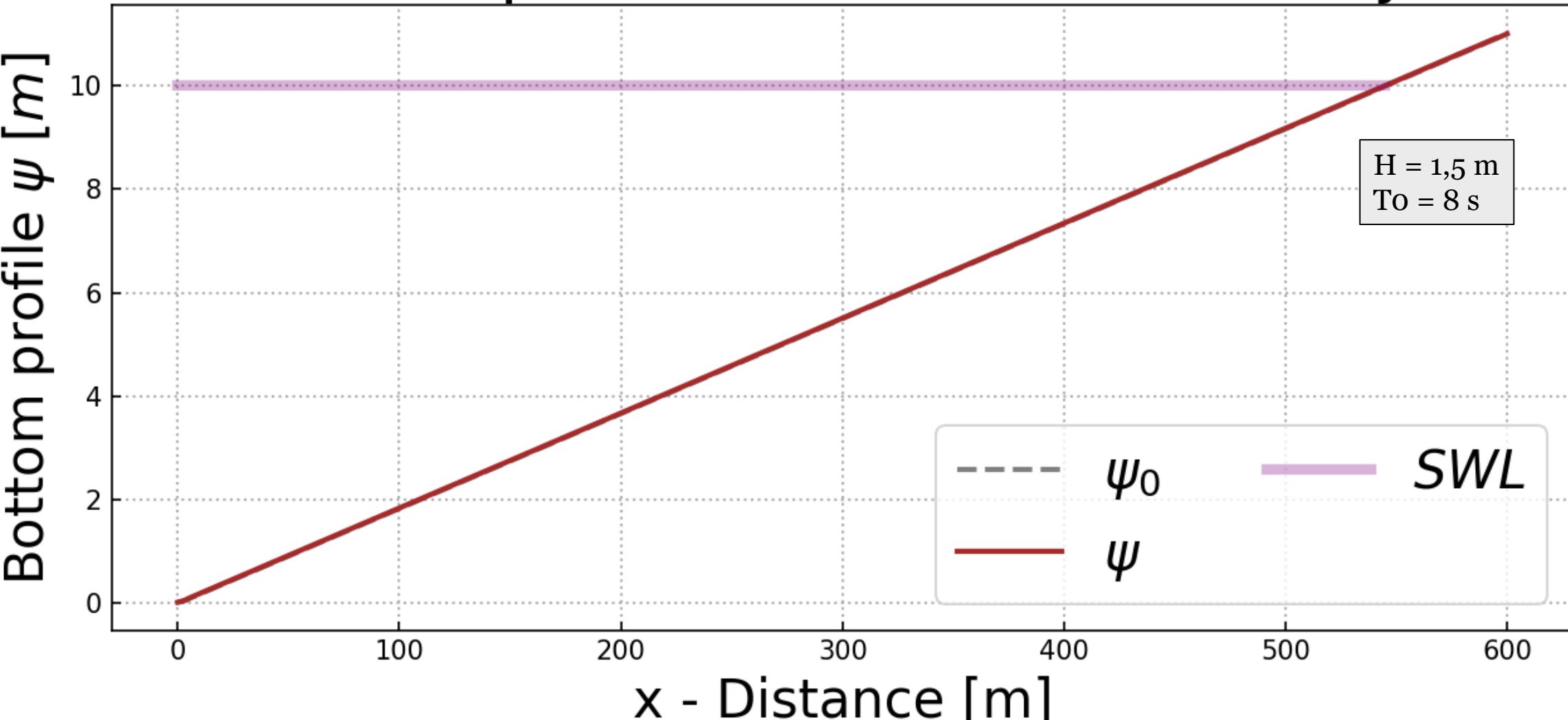
Figure 11. Comparaison des « H_s like » sur un fond linéaire à pente moyenne.
 $\Omega = 600 \text{ m}$, $h_0 = 10 \text{ m}$

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 12. Evolution du fond marin sur 3 jours avec
le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 0 days

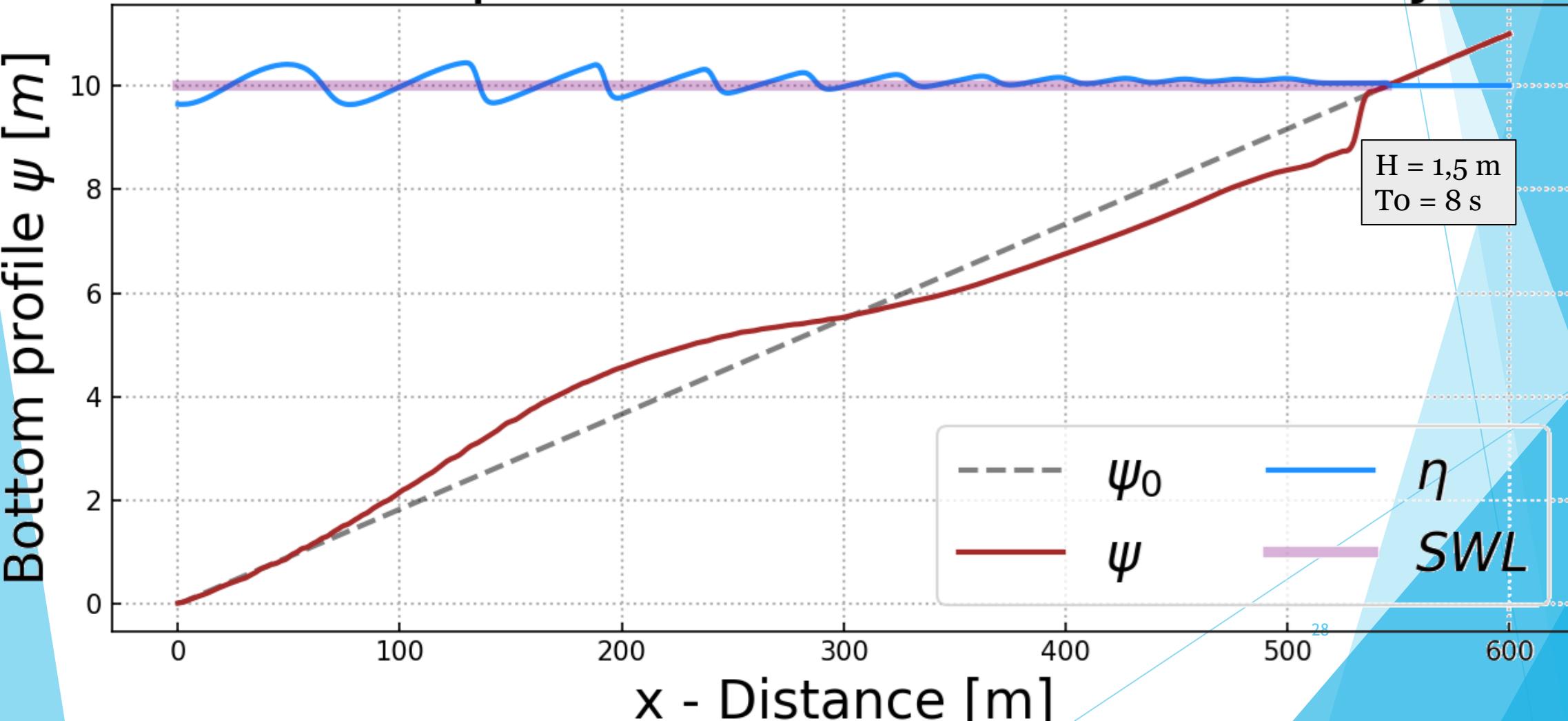


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 12. Evolution du fond marin sur 3 jours avec le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 3.0 days

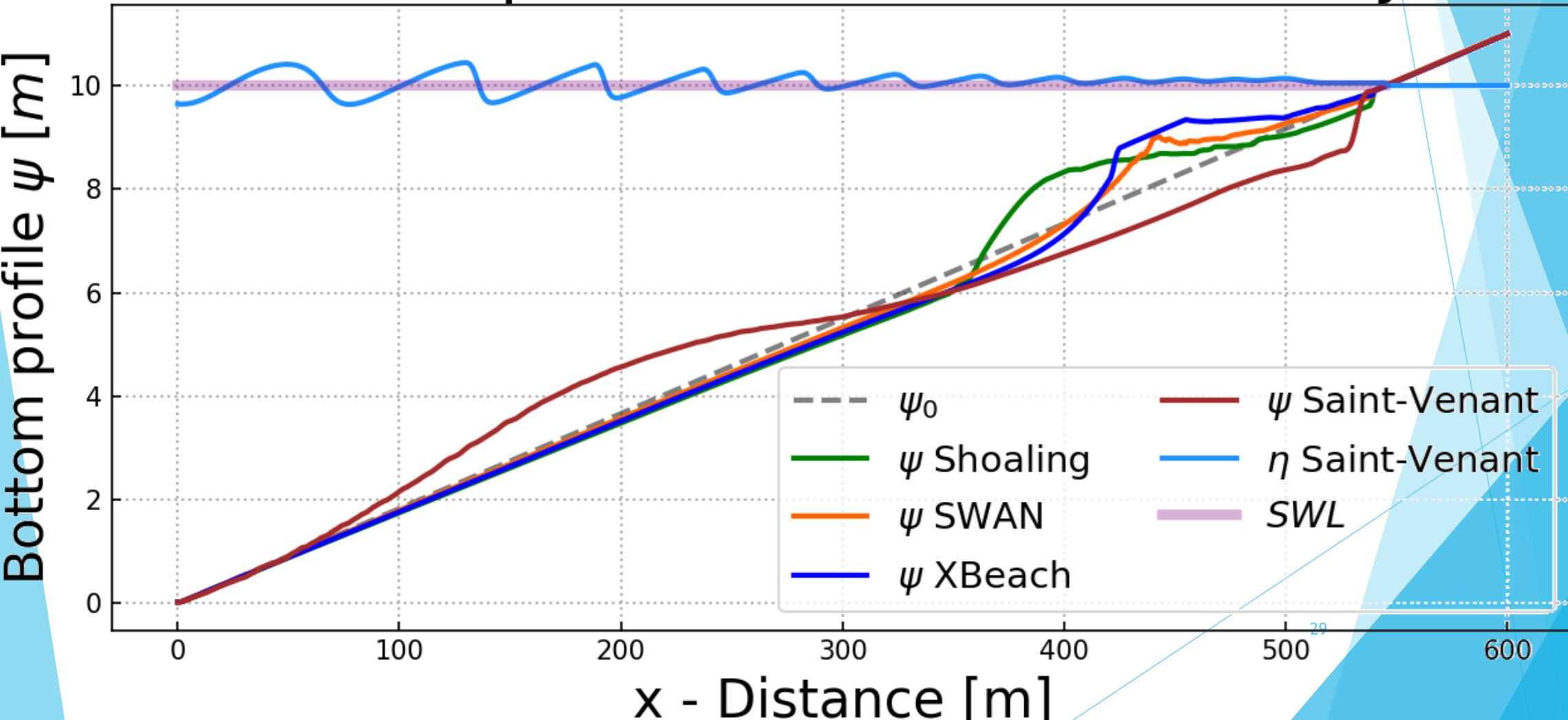


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 13. Evolution du fond marin sur 3 jours avec les modèles Saint-Venant, ShoalExpress, Swan, XBeach

Bottom profile evolution after 3 days



IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne) - comparaison entre H et $\sqrt{S_\eta}$

Comparison between H and $\sqrt{S_\eta}$ on the same scale

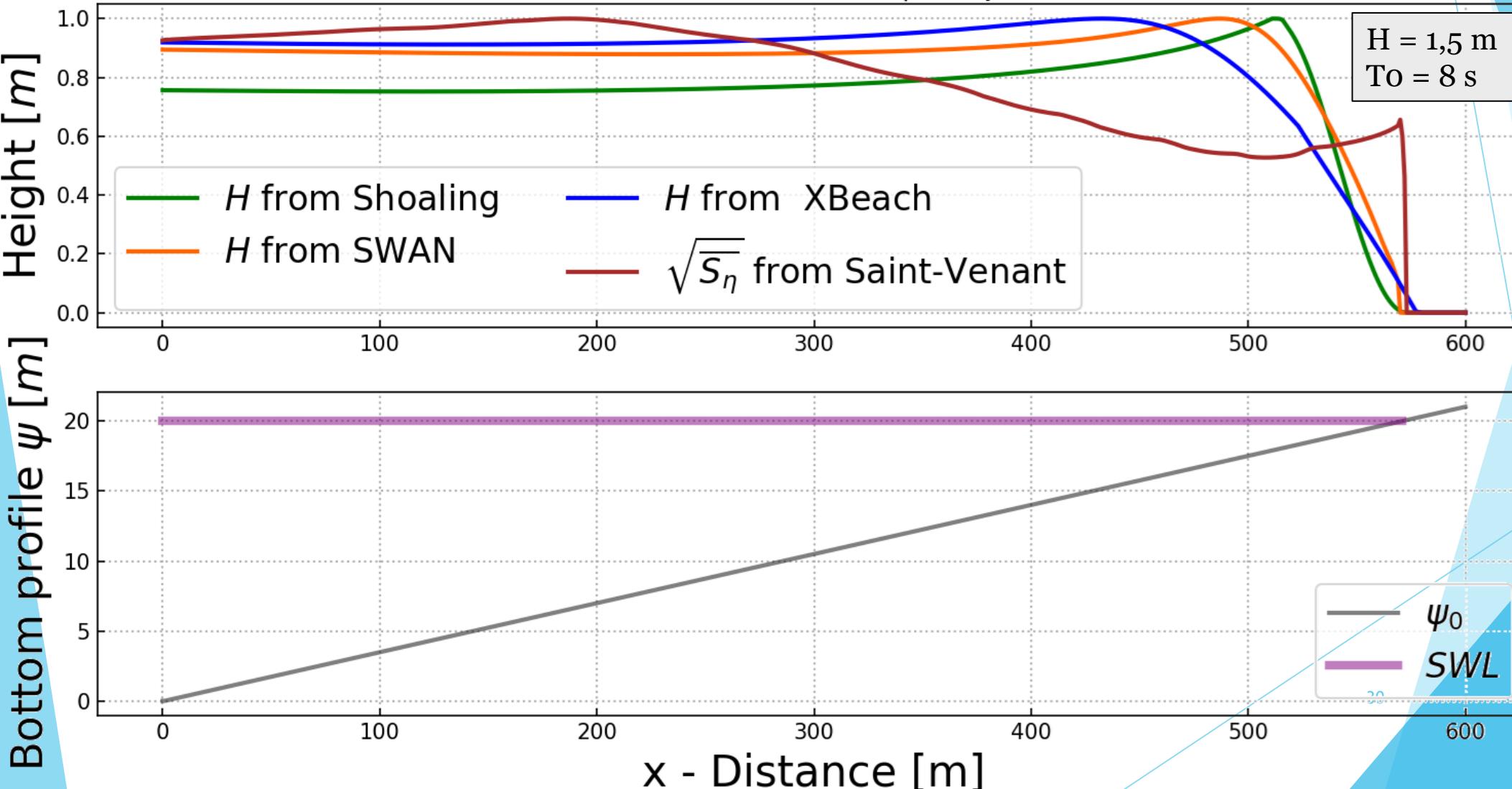


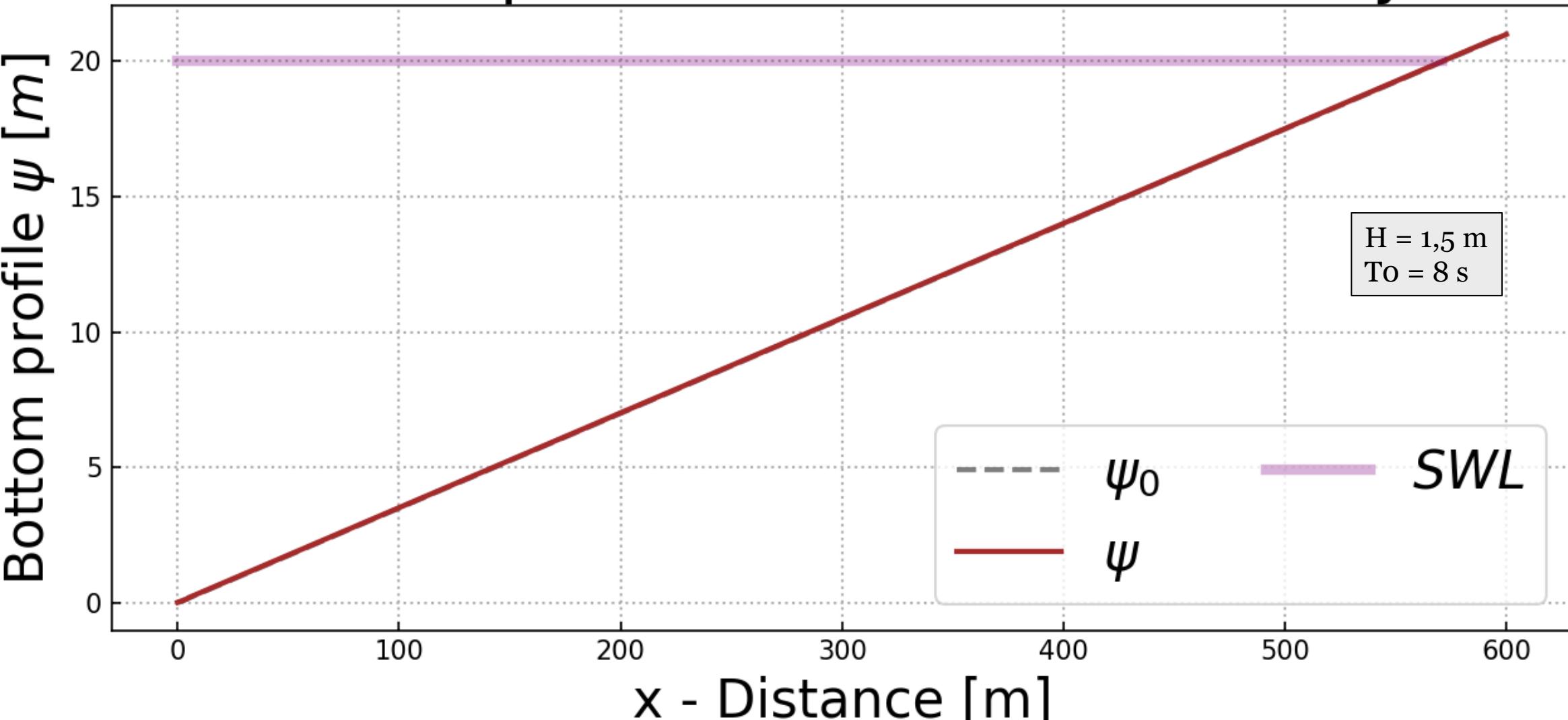
Figure 14.
Comparaison des
« H_s like » sur un
fond linéaire à pente
forte et domaine
restreint.
 $\Omega = 600 \text{ m}, h_0 = 20 \text{ m}$

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 15. Evolution du fond marin sur 3 jours avec le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 0 days

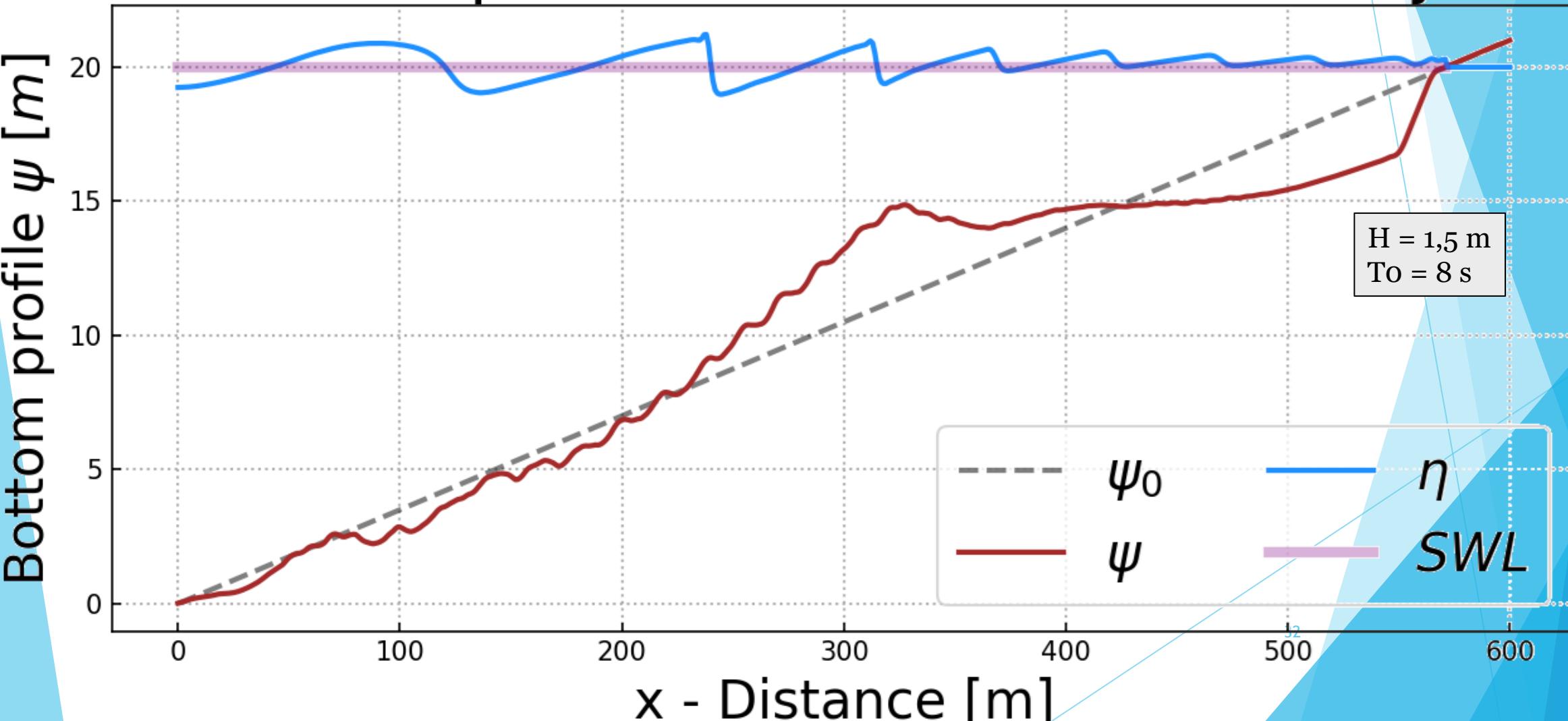


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 15. Evolution du fond marin sur 3 jours avec le modèle Saint-Venant.

Bottom profile evolution after 3.0 days

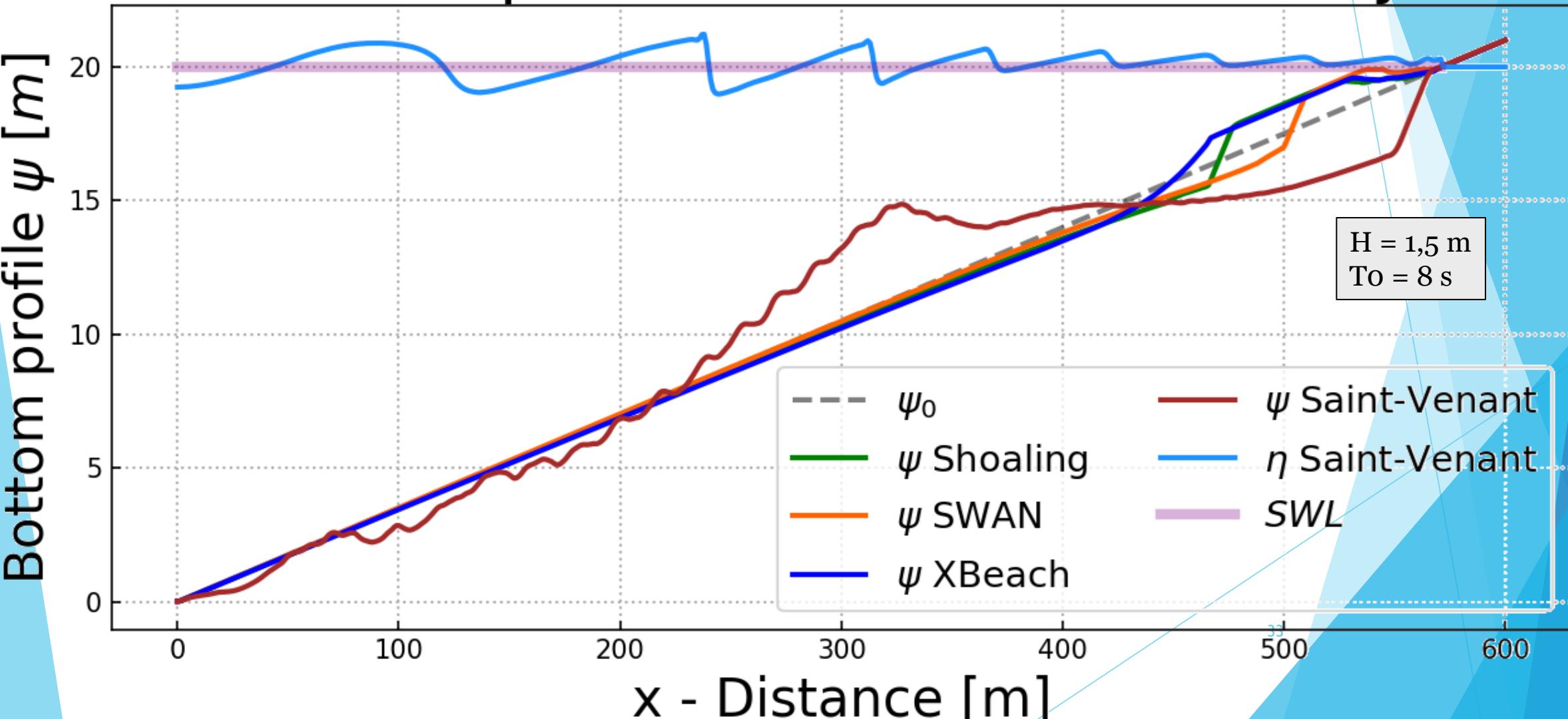


IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats fond linéaire (pente moyenne)

Figure 16. Evolution du fond marin sur 3 jours avec les modèles Saint-Venant, ShoalExpress, Swan, XBeach

Bottom profile evolution after 3 days



IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues:

Saint-Venant

3) Résultats LIP11D – 1C - comparaison entre H et $\sqrt{S\eta}$

Experiment	Initial Geometry	$H_S[m]$	$T_p[s]$	Duration [h]
LIP11-1A	Initial beach profile	0.9	5	
LIP11-1B	Result of 1A	1.4	5	18
LIP11-1C	Result of 1B	0.6	8	13

Different type of H with the following configuration:
LIP11D - 1C

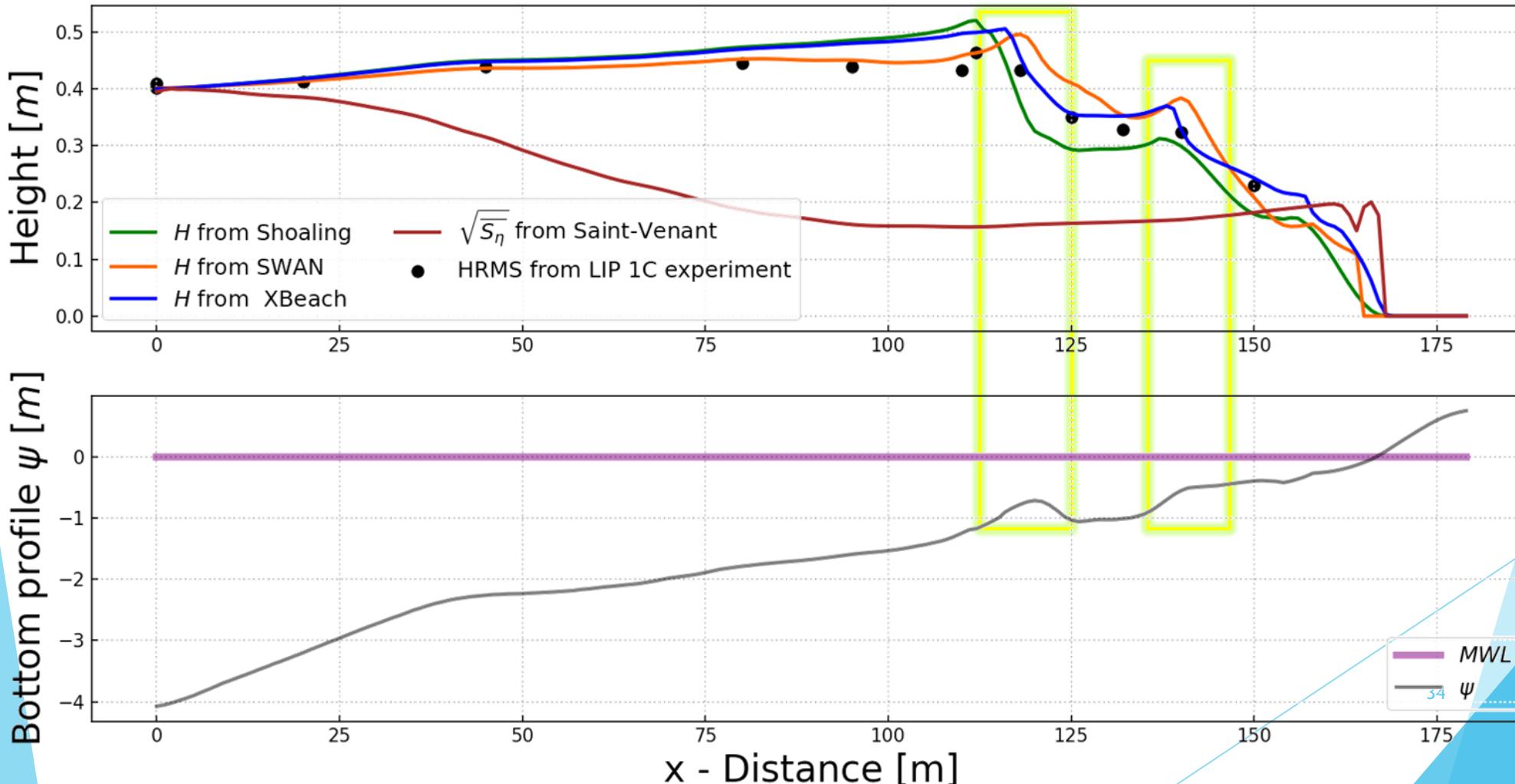
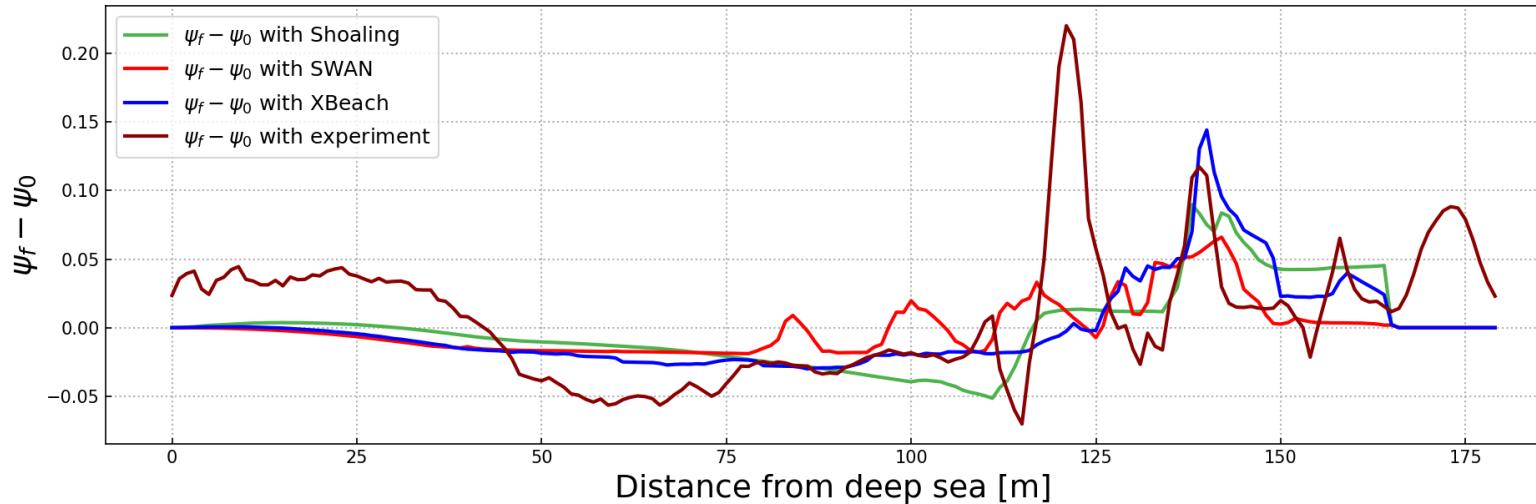
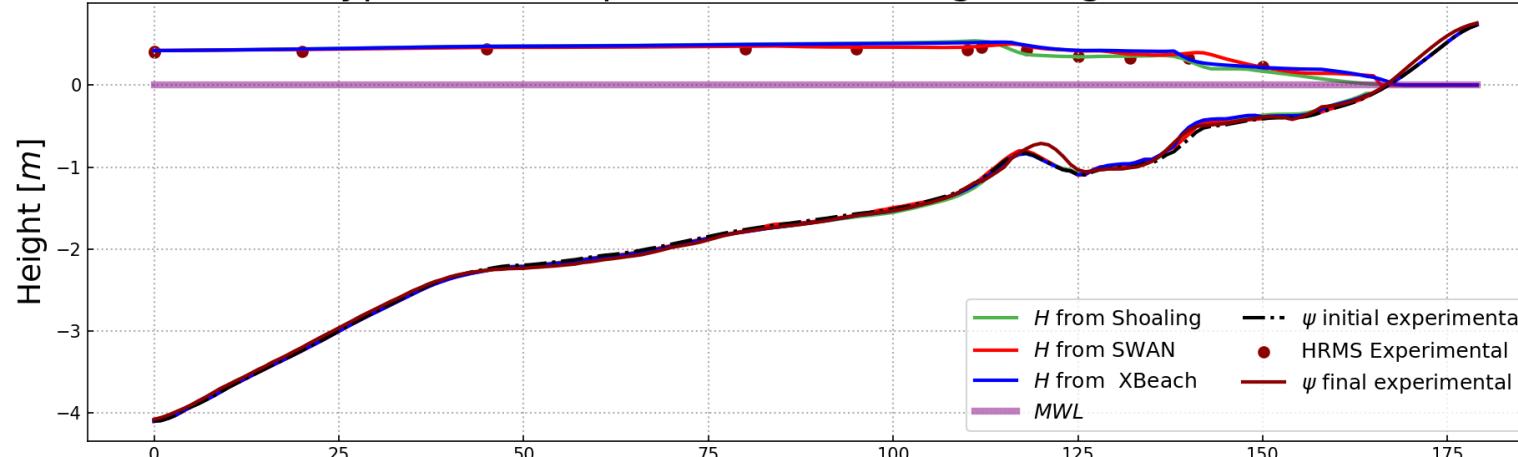


Figure 17. Comparaison des « H_s like » sur le fond LIP 1C.
 $\Omega = 180 \text{ m}$, $h_0 = 4,1 \text{ m}$

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

3) Résultats LIP11D – 1C

Different type of H and ψ with the following configuration: LIP11D - 1C



Experiment	Initial Geometry	$H_S[m]$	$T_P[s]$	Duration [h]
LIP11-1A	Initial beach profile	0.9	5	
LIP11-1B	Result of 1A	1.4	5	18
LIP11-1C	Result of 1B	0.6	8	13

Figure 18. Résultats hydro-morphodynamiques obtenus avec OptiMorph en utilisant l'approche Hadamard avec des modèles hydrodynamiques : Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration bathymétrique de l'expérience du canal LIP 1C.

IV) Couplage avec un modèle à résolution vagues à vagues: Saint-Venant

o) Intérêt d'un tel modèle ?

Avantages:

- ▶ De nouvelles variables pour notre fonctionnelle (u).
- ▶ Précision à chaque pas de temps.
- ▶ Notion du temps.

Inconvénients:

- ▶ Temps de calculs plus longs.
- ▶ Stabilité plus difficile à mettre en place.

Suggestions ? Un modèle vagues à vagues générant un $\sqrt{S\eta}$ (« Hs like ») répondant à notre problématique ?



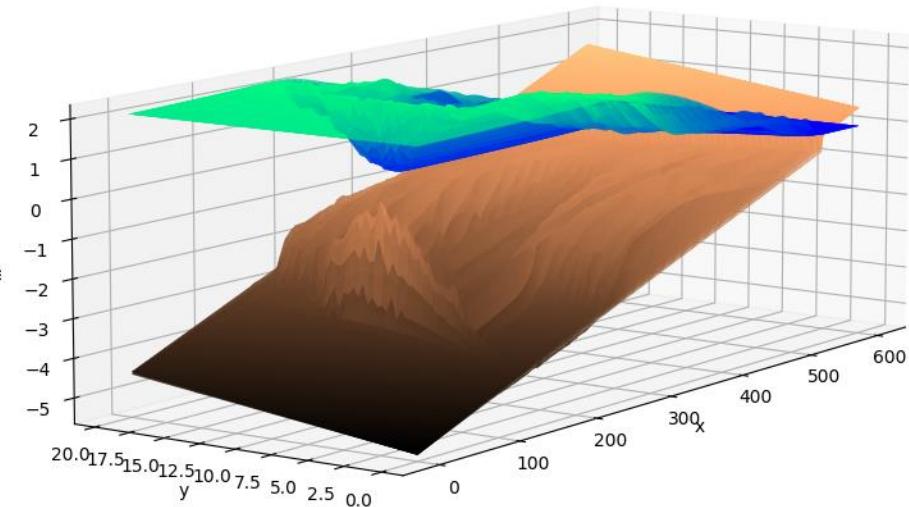
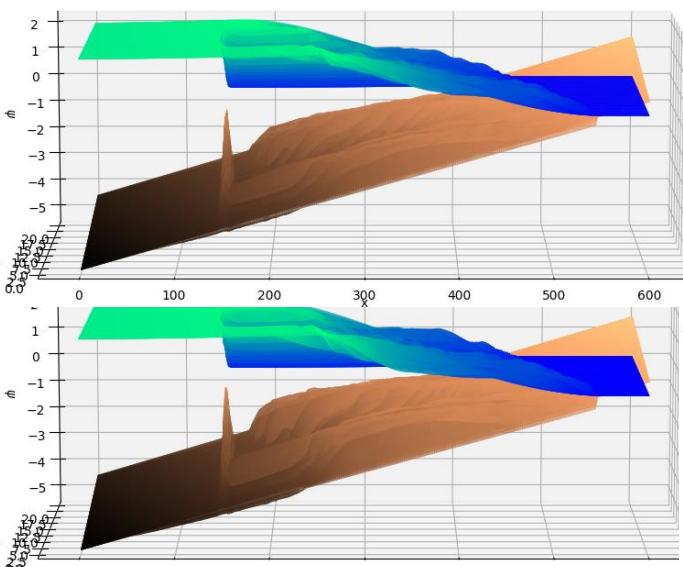
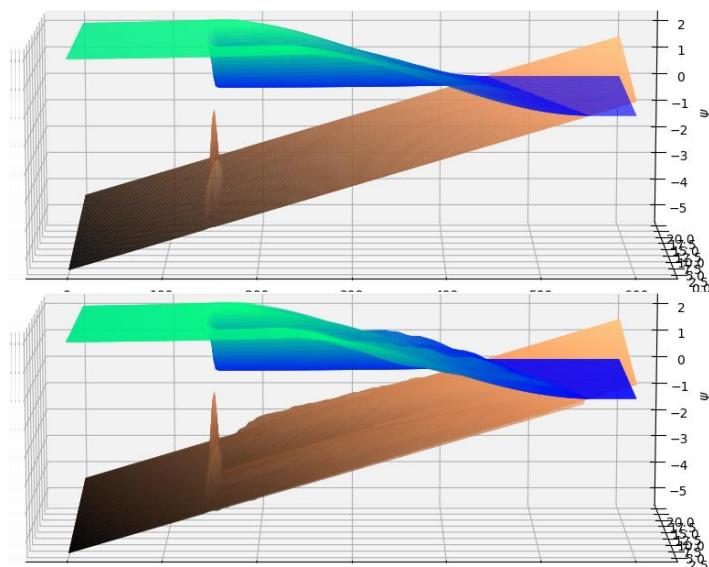
Références:

Merci de votre attention!

- [1] M. Cook. Calcul optimal pour la modélisation de la dynamique naturelle des plages sableuses et la conception d'ouvrages de défense du littoral à faible impact anthropique. Theses, Université Montpellier, Dec. 2021.
- [2] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, and N. Fraysse. Application of Opti-Morph: Optimized beach protection by submerged geotextile tubes. Sept. 2021.
- [3] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, S. Meulé, and N. Fraysse. Opti-Morph, a new platform for sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization. Aug. 2021.
- [4] M. Cook, F. Bouchette, B. Mohammadi, L. Sprunck, and N. Fraysse. Optimal Port De-sign Minimizing Standing Waves with A Posteriori Long Term Shoreline Sustainability Analysis. China Ocean Engineering, 35(6):802–813, Dec. 2021.
- [5] D. Isebe, P. Azerad, F. Bouchette, B. Ivorra, and B. Mohammadi. Shape optimization of geotextile tubes for sandy beach protection. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 74(8):1262–1277, May 2008.
- [6] D. Isebe, P. Azerad, B. Mohammadi, and F. Bouchette. Optimal shape design of de-fense structures for minimizing short wave impact. Coastal Engineering, 55(1):35–46, Jan. 2008.
- [7] D. Isèbe, P. Azérad, F. Bouchette, and B. Mohammadi. Design of Passive De-fense Structures in Coastal Engineering. International Review of Civil Engineering (IRECE), 5(2):75, Mar. 2014.
- [8] B. Mohammadi and F. Bouchette. Extreme scenarios for the evolution of a soft bed interacting with a fluid using the Value at Risk of the bed characteristics. Computers & Fluids, 89:78–87, Jan. 2014.
- [9] B. Mohammadi and A. Bouharguane. Optimal dynamics of soft shapes in shallow waters. Computers & Fluids, 40(1):291–298, Jan. 2011.
- [10] Dupont, Ronan, Megan Cook, Frédéric Bouchette, Bijan Mohammadi, and Samuel Meulé (2023). “Sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization”. In: Ocean Modelling, p. 102197.

VII) Perspectives

- ▶ Extension + validation du modèle en 2D
- ▶ Préparation d'une nouvelle conférence internationale: ICCE ? AGU ? ...
- ▶ Soumission du nouvel article
- ▶ Rédaction du chapitre 4 ...



Définition de Y

$$\psi_t + \frac{1}{1 - \lambda_p(x)} \operatorname{div}(q(x, t)) = 0$$

$$\psi_t = -\frac{1}{1 - \lambda_p(x)} q_x = -\Upsilon(x) \Lambda(x) \nabla_\psi J(x, t).$$

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \Upsilon(s) \nabla_\psi J(s, t) ds = \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \frac{1}{1 - \lambda_p(s)} q_s(s, t) ds.$$

$$\Upsilon(x) = F(x, t) \frac{1}{1 - \lambda_p(x)},$$

$$F(x, t) = \frac{q(x + \varepsilon, t) - q(x - \varepsilon, t)}{2\varepsilon \overline{\nabla_\psi J}|_{(x, t)}}$$

$$\overline{\nabla_\psi J}|_{(x, t)} = (1/(2\varepsilon)) \int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \nabla_\psi J(s, t) ds$$

$$\Upsilon = \overline{F} \frac{1}{1 - \lambda_p}$$

$$\overline{F} = \frac{q(x_R, 0) - q(x_L, 0)}{\int_{x_L}^{x_R} \nabla_\psi J(s, 0) ds},$$

III) L'approche d'Hadamard

3) Temps de calculs

	Hydrodynamic	Morphodynamic		
Simulation with 180 points	Shoaling	SWAN	XBeach ¹	Descent without hydrodynamic
Computation time with 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time with 500 iterations (s)	8	145	3692	6

*Tab 2: Temps de calculs sur une grille de **180 points**.*

VI) Application with Hadamard Approach + Discussion

1) Configurations en pleine mer

Evolution of ψ with different hydrodynamic models and different bathymetry
 $H_0 = 2 \text{ m}$, $T_0 = 12 \text{ s}$, $h_0 = 20 \text{ m}$, $\Omega = 1000 \text{ m}$, Dynamic forcing

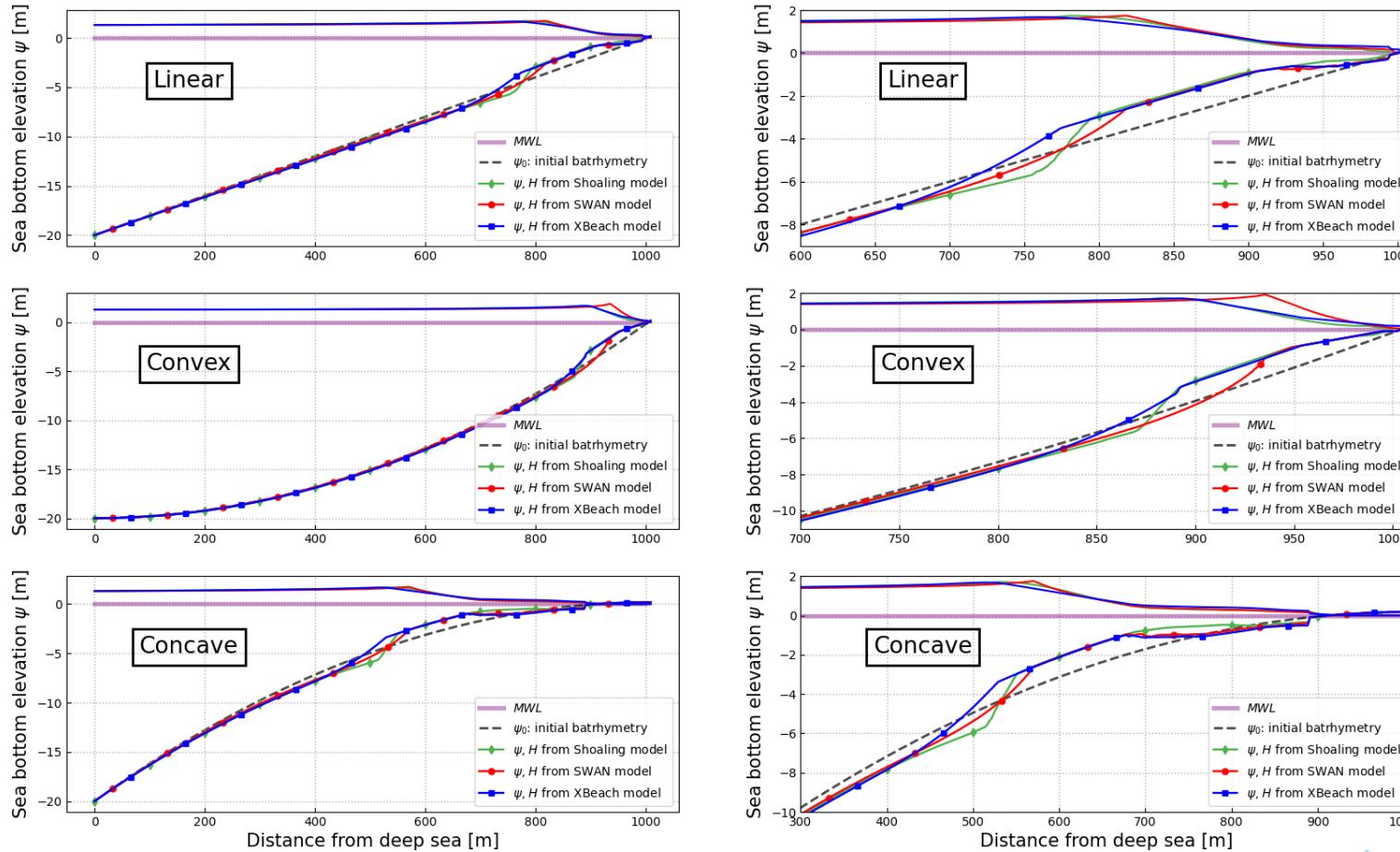


Figure 11. Évolution de ψ en utilisant l'approche de Hadamard avec les modèles Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu). Simulation sur la configuration en pleine mer avec des configurations linéaires, convexes et concaves. Paramètres de simulation de $H_0=2 \text{ m}$, $T_0=12 \text{ s}$, $h_0=20 \text{ m}$, $\Omega=1000 \text{ m}$.

VI) Application with Hadamard Approach + Discussion

1) Configurations en pleine mer - Discussion

Hydro-morphodynamic results with different breaking criterion γ

Simulation with OptiMorph using SWAN model - $H_0 = 2 \text{ m}$, $T_0 = 12 \text{ s}$

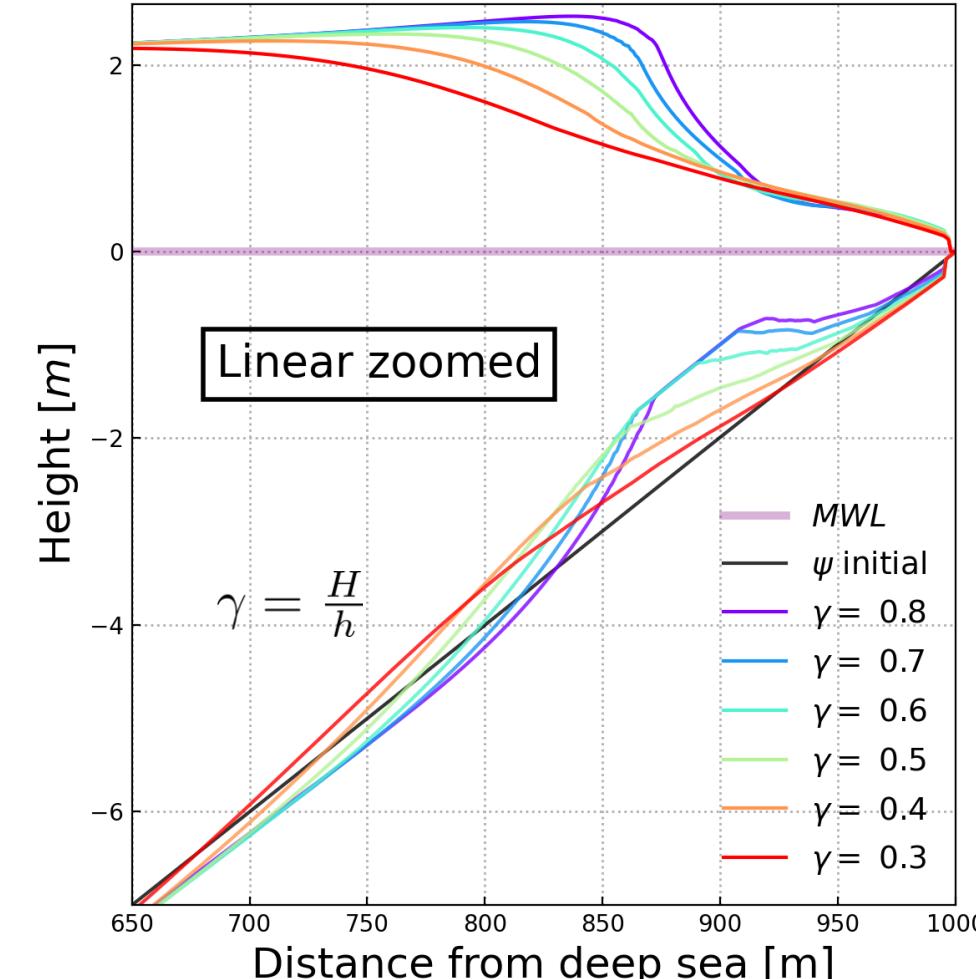
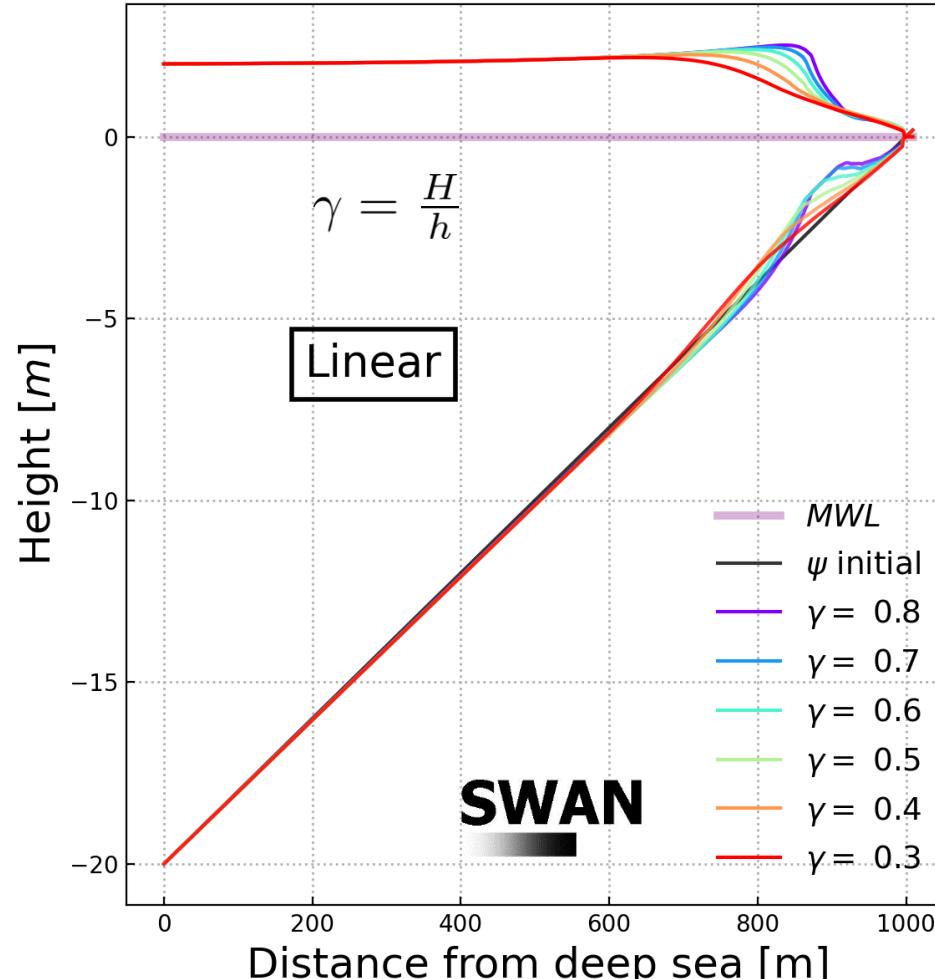


Figure 12. Résultats hydro-morphodynamiques obtenus avec OptiMorph en utilisant l'approche Hadamard avec le modèle SWAN. Différents critères de déferlements sont testés dans [0,3-0,8]

II) Modèle OptiMorph

2) Modèle hydrodynamique de base

Simple shoaling:

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(t)Ks(x, h) & \text{pour } x \in \Omega_S \\ \gamma h(x, t) & \text{pour } x \in \Omega_B \end{cases}$$

$$\Omega_B = \{x_i \in L \mid \frac{H_i}{h_i} < \gamma\}$$

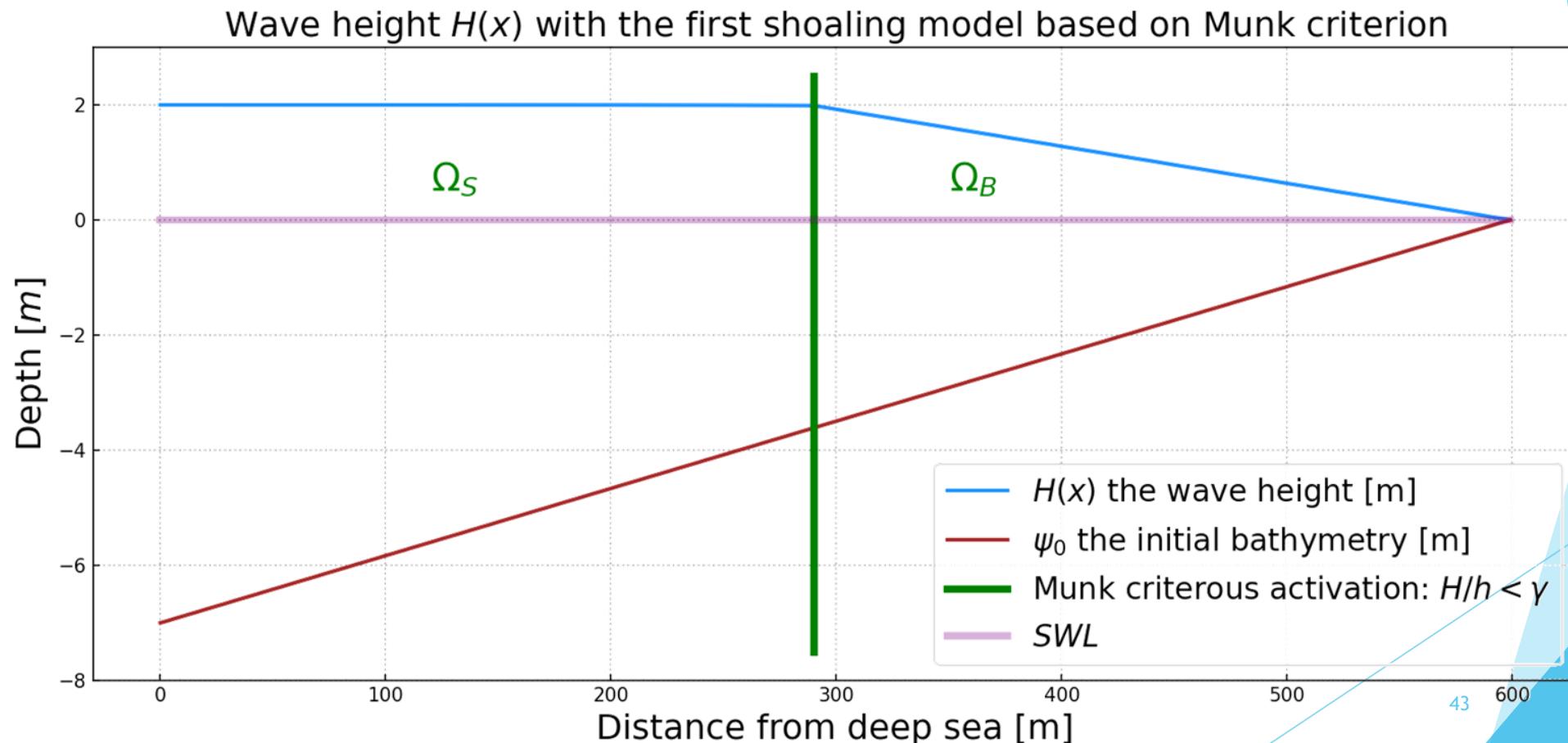
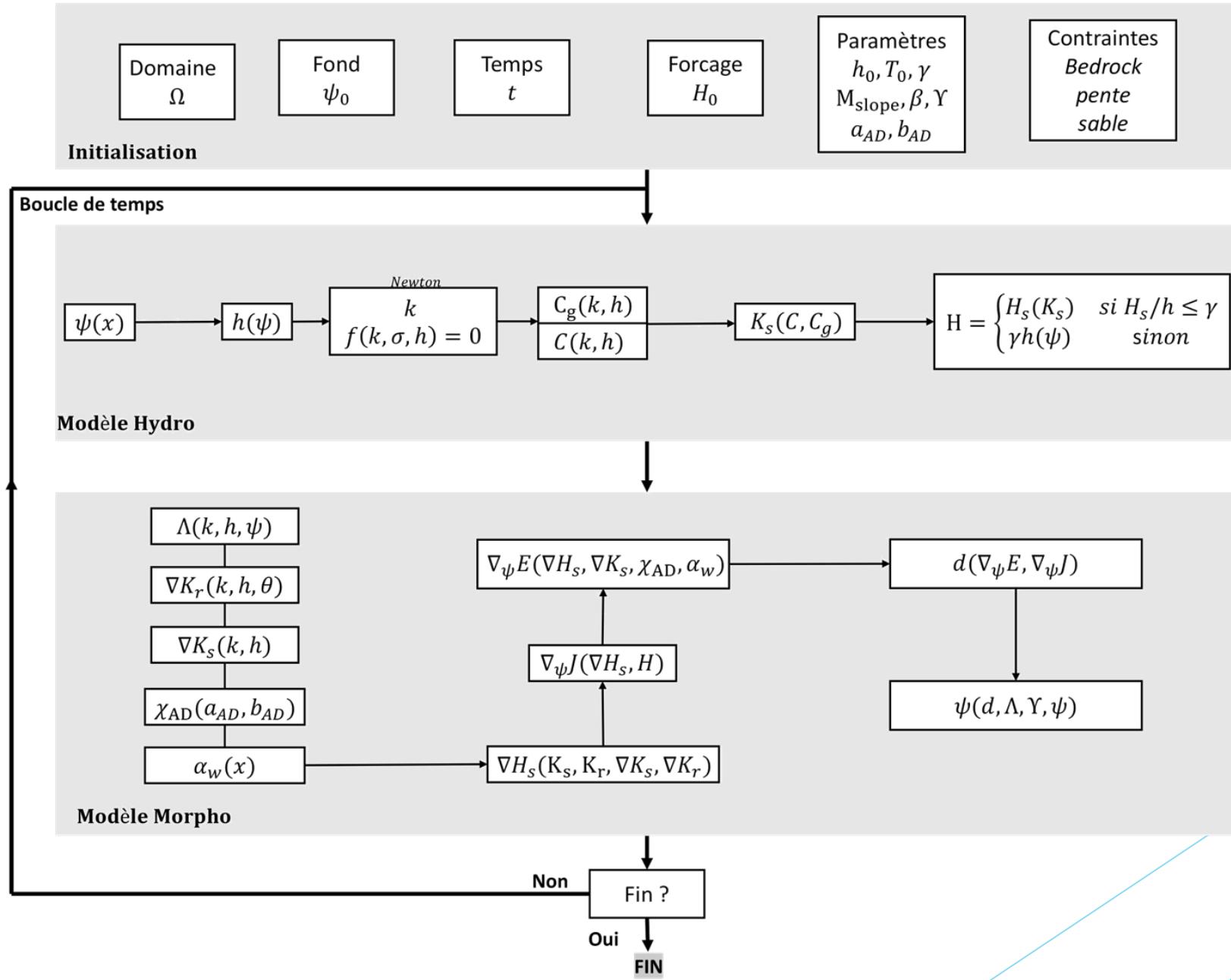
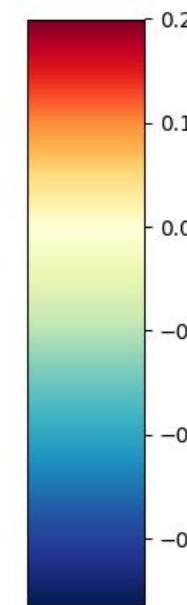
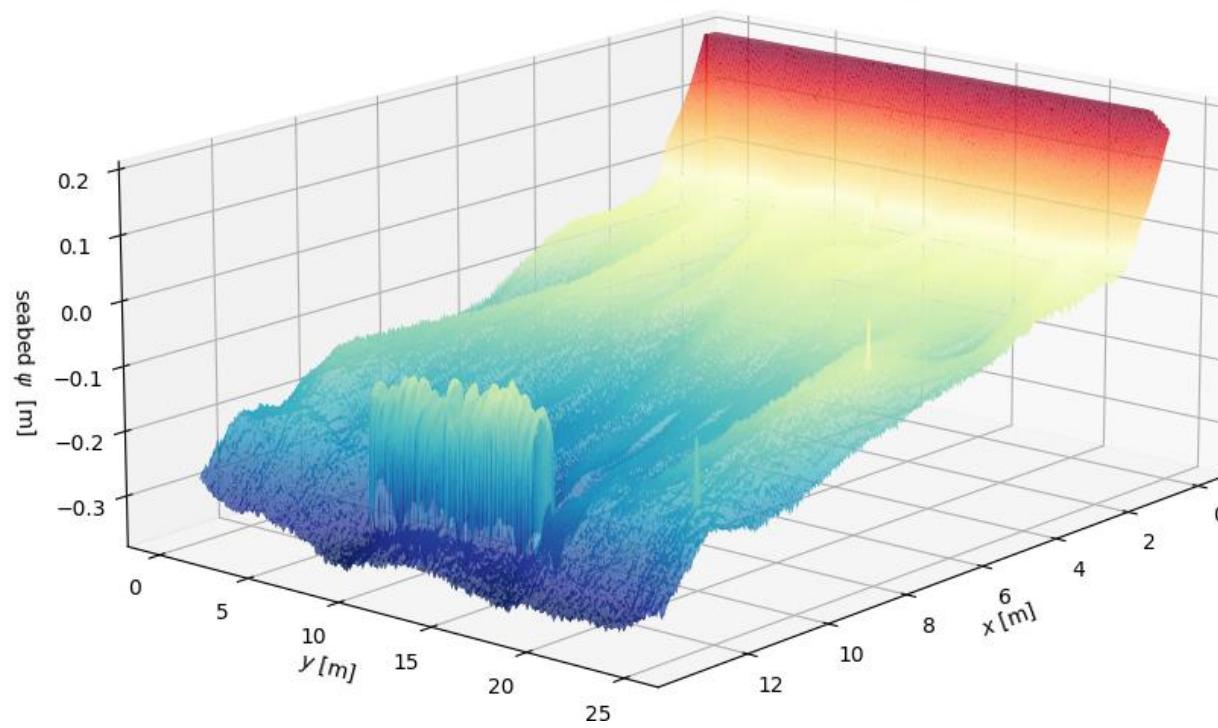
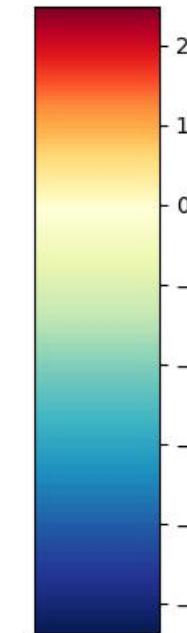
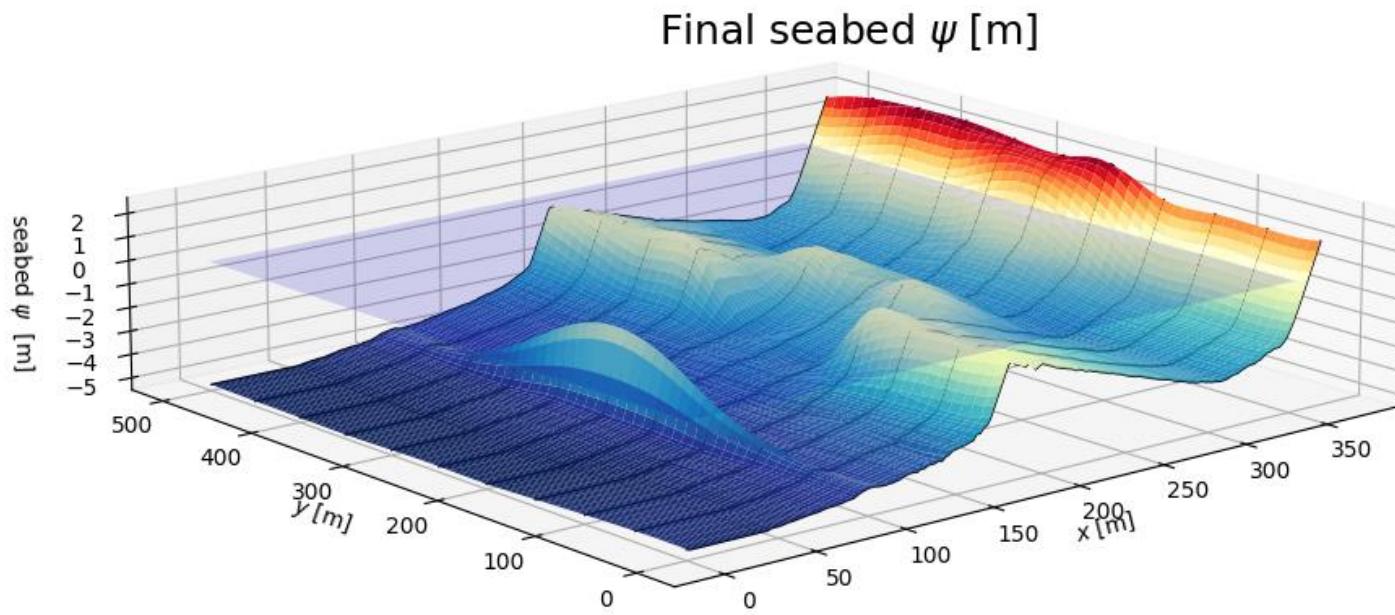


Figure 3. Modèle hydrodynamique basé sur le critère de Shoaling.

Appendix



Final seabed ψ [m]

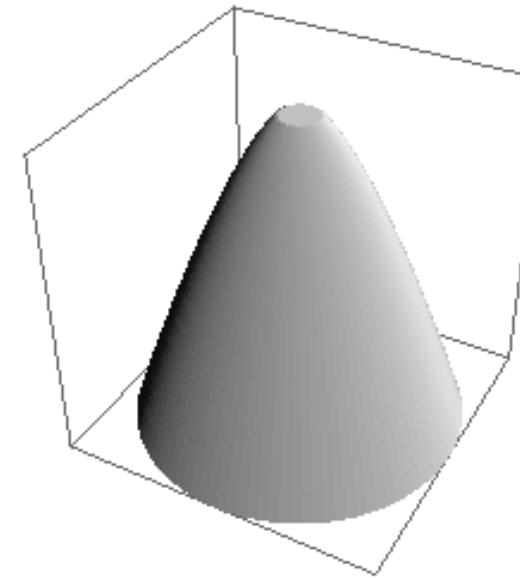
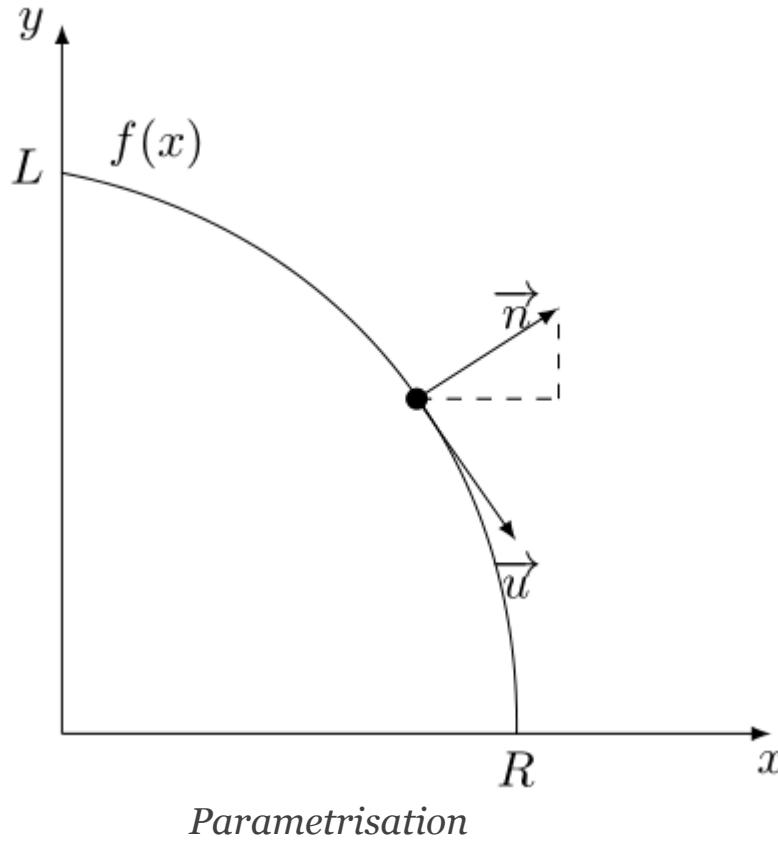


II) Rappel du modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique – Justification de l'hypothèse

Minimize $F(x, y, y') = \int_0^R \frac{x}{1+y'^2} dx$

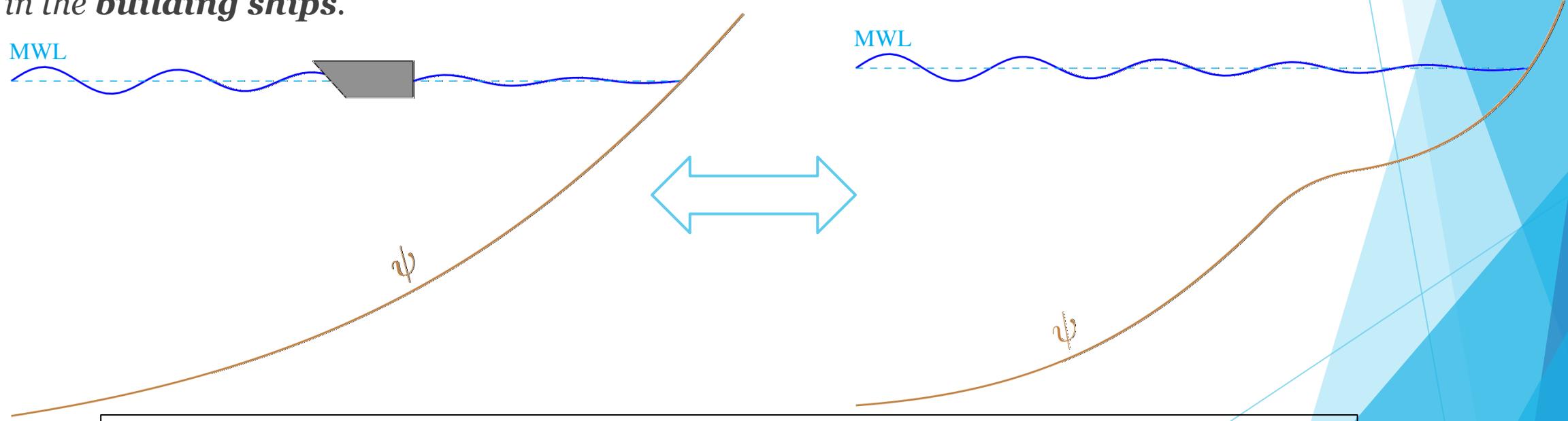
Newton, Proposition 34 of Book 2 of the Principia.



II) Présentation du modèle OptiMorph

3) Modèle morphodynamique – Justification de l'hypothèse

*If in a rare medium, consisting of equal particles freely disposed at equal distances from each other, a globe and a cylinder described on equal diameter move with equal velocities in the direction of the axis of the cylinder, (then) the **resistance** of the globe will be half as great as that of the cylinder I reckon that this proposition will be not without application in the **building ships**.*



Minimizing resistance on the boat (wave, friction)
↔ minimizing the resistance of seabed