

# Couplage vagues-morphodynamique du littoral par principe de minimisation

Présentée par Ronan Dupont  
le 30 septembre 2024

Sous la direction de Frédéric BOUCHETTE  
et Bijan MOHAMMADI

Devant le jury composé de

M. YATES  
E. I. TURKI  
P. MARCHESIELLO  
C. CHOQUET  
M. ERSOY  
F. BOUCHETTE  
B. MOHAMMADI

Chargée de Recherches, HDR  
Maîtresse de conférences, HDR  
Directeur de recherche, HDR  
Professeure  
Maître de conférences, HDR  
Professeur  
Professeur

École des Ponts, LHSV  
Univ de Normandie  
IRD, LEGOS  
Univ de La Rochelle  
Université de Toulon  
Univ de Montpellier  
Univ de Montpellier

Rapporteuse  
Rapporteuse  
Examinateur  
Examinateur  
Examinateur  
Directeur de thèse  
Directeur de thèse

## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.



Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.



Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
- Développer un outil pour l'ingénierie côtière, facilitant la conception de structures côtières.



Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
- Développer un outil pour l'ingénierie côtière, facilitant la conception de structures côtières.
- Explorer une nouvelle manière de penser la dynamique du littoral.



Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

# Sommaire

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique
- 3 Extension à un modèle générique
- 4 Évolution du modèle en 2D
- 5 Conclusion et Perspectives

- 1** Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- 2** Vers un modèle morphodynamique
- 3** Extension à un modèle générique
- 4** Évolution du modèle en 2D
- 5** Conclusion et Perspectives

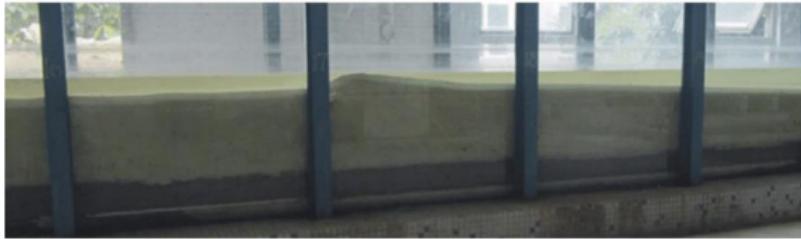
Quelle quantité doit évoluer ?

Fond marin  $\psi$



*Figure 2: Plage de l'Espiguette*

## Quelle quantité minimiser ?

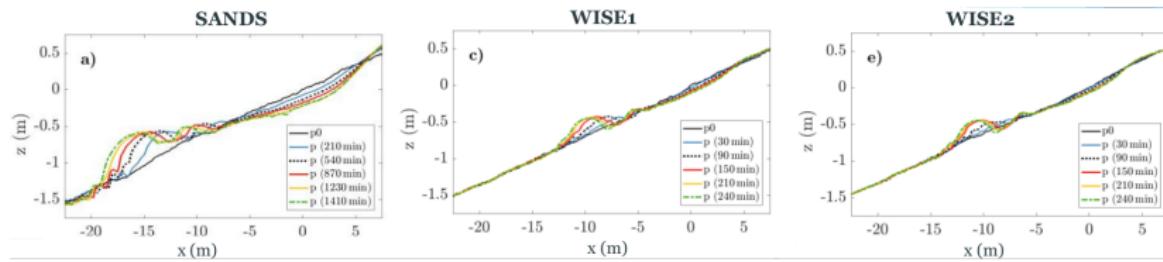


*Figure 3: Under impact of waves - Li Yan et al. (2019)*

## Quelle quantité minimiser ?



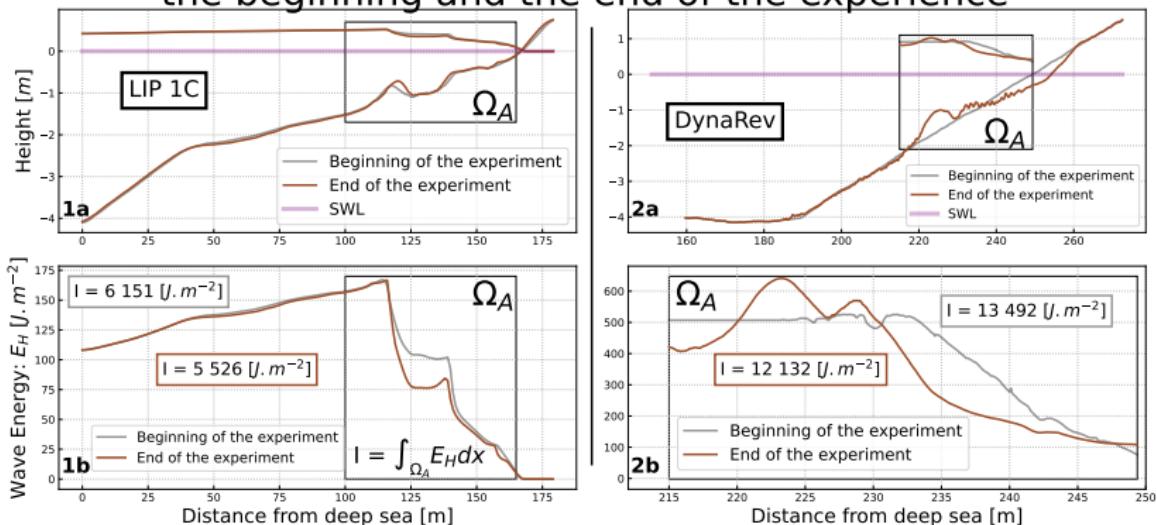
*Figure 3: Under impact of waves - Li Yan et al. (2019)*



*Figure 4: Evolution of beach profiles under erosive (left panels) wave conditions in SANDS, WISE 1 and WISE 2 at selected time steps. - Sonja Eichentopf et al. (2018)*

# Quelle quantité minimiser ?

## Comparison of Wave Energy $E_H$ between the beginning and the end of the experience

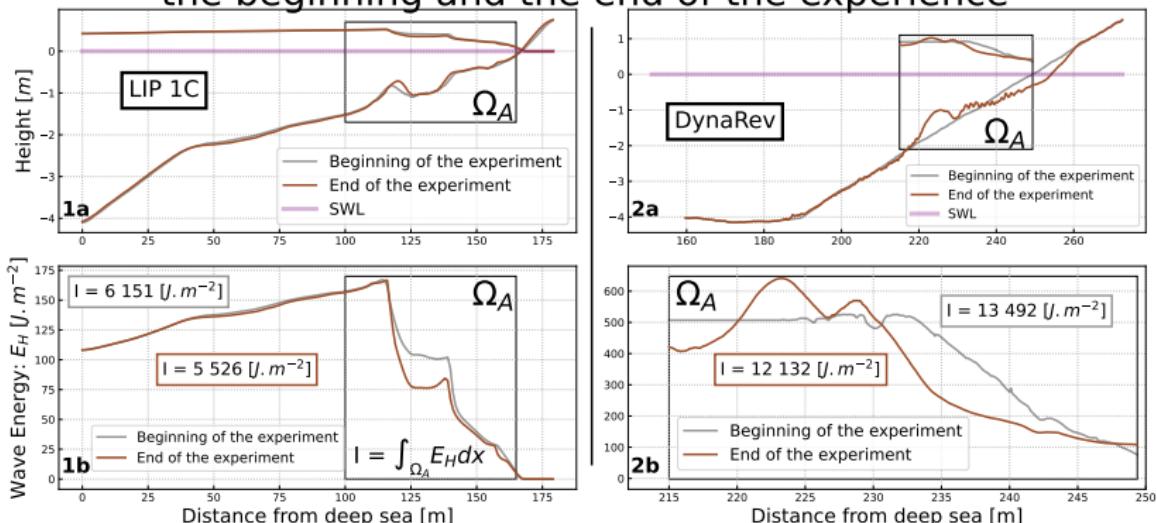


**Figure 5: 1)** Expérience LIP 1C avec  $H$  générée par XBeach. **2)** Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. **a)** Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). **b)** Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .

# Quelle quantité minimiser ?

$$I_i \approx 0.9 I_f$$

## Comparison of Wave Energy $E_H$ between the beginning and the end of the experience



**Figure 5: 1)** Expérience LIP 1C avec  $H$  générée par XBeach. **2)** Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. **a)** Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). **b)** Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .

# Quel fond minimise l'énergie des vagues ?



Quel est le fond  $\psi$  minimisant l'énergie des vagues ?  $\min_{\psi} \mathcal{J} ?$

Un "fond possible"...



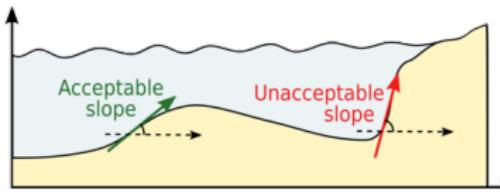
*Image provenant d'un photomontage.*

Cette solution satisfait  $\min_{\psi} \mathcal{J}$ .

# Ajout de contraintes

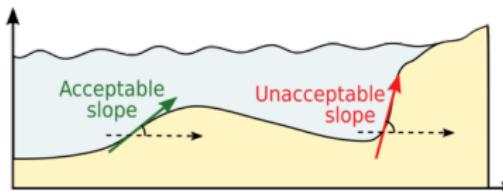
# Ajout de contraintes

- Pente maximale:

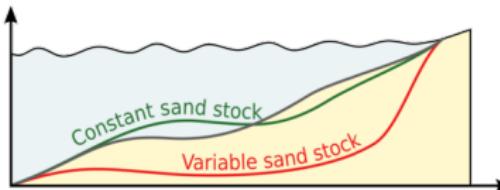


# Ajout de contraintes

- Pente maximale:

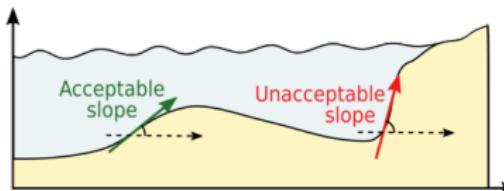


- Conservation sableuse:

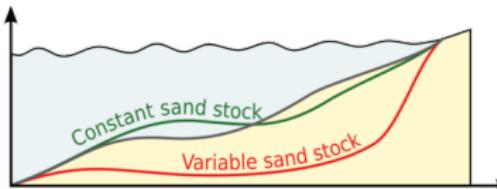


# Ajout de contraintes

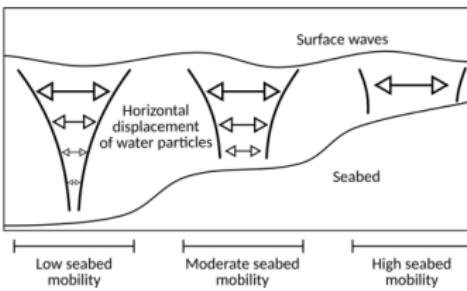
- Pente maximale:



- Conservation sableuse:



- Excitation sableuse:



## 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

## 2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

## 3 Extension à un modèle générique

## 4 Évolution du modèle en 2D

## 5 Conclusion et Perspectives

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

# Workflow et quelques notations

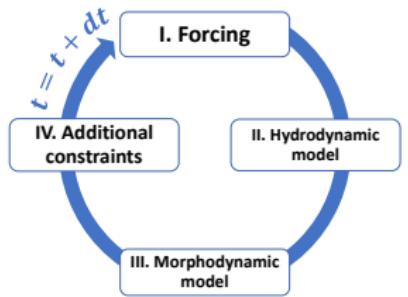


Figure 6: Premier workflow.

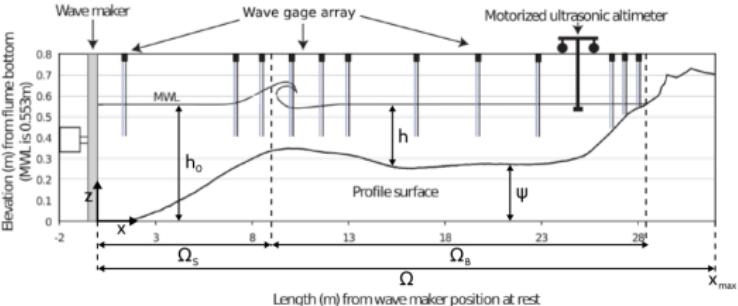


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

# Workflow et quelques notations

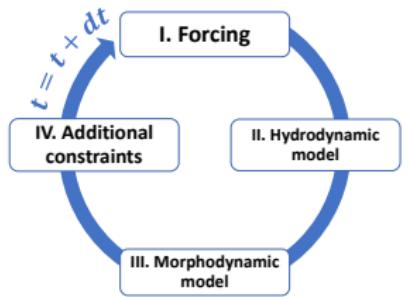


Figure 6: Premier workflow.

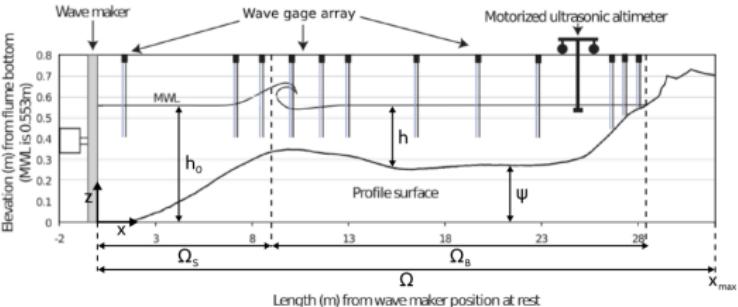


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .

# Workflow et quelques notations

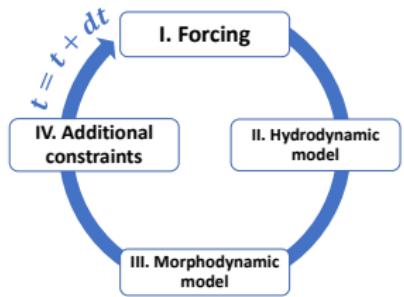


Figure 6: Premier workflow.

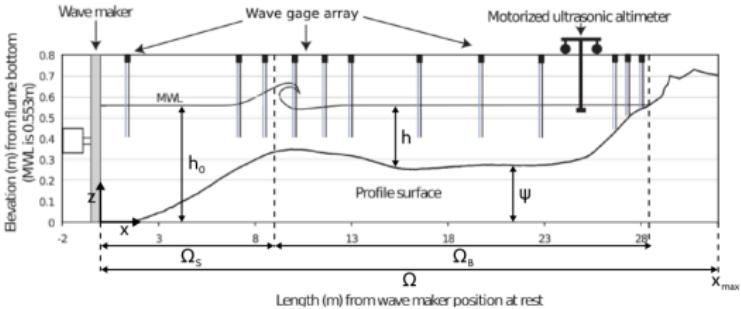


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .

# Workflow et quelques notations

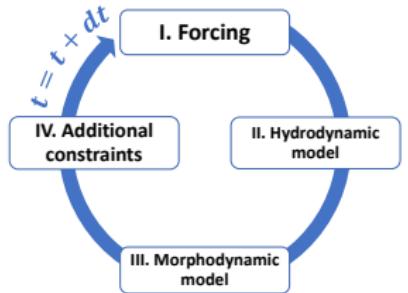


Figure 6: Premier workflow.

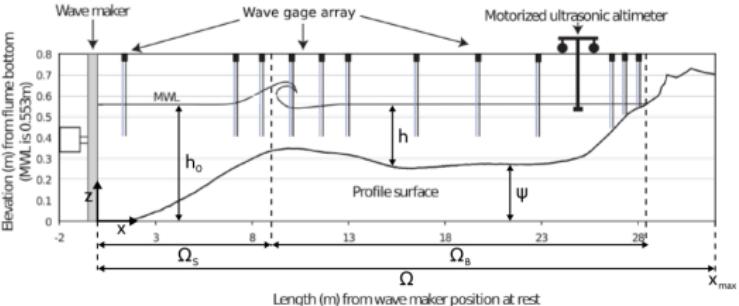


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .
- Modèle hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .

# Workflow et quelques notations

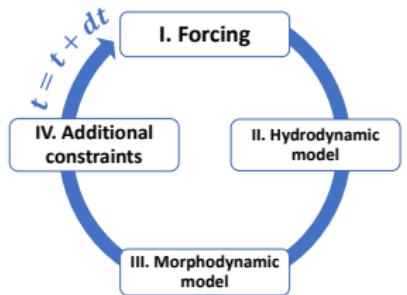


Figure 6: Premier workflow.

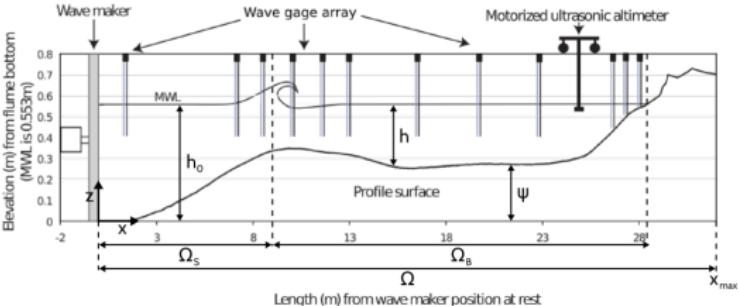


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .
- Modèle hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .
- Modèle morphodynamique:  $\Upsilon$ .

# Modèle de vagues



Complexified Shoaling model:

Cook (2021)

$$H(x, t) = \begin{cases} [(1 - \alpha(x))H_0(t) + \alpha(x)H_0^w(x, t)] K_S(x, t) & \text{if } x \in \Omega_S \text{ and } x < d_w \\ H_0^w(x, t)K_S(x, t) & \text{if } x \in \Omega_S \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x, t) & \text{if } x \in \Omega_B \end{cases}$$

# Modèle de vagues

Complexified Shoaling model:

 Cook (2021)

$$H(x, t) = \begin{cases} [(1 - \alpha(x))H_0(t) + \alpha(x)H_0^w(x, t)] K_S(x, t) & \text{if } x \in \Omega_S \text{ and } x < d_w \\ H_0^w(x, t)K_S(x, t) & \text{if } x \in \Omega_S \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x, t) & \text{if } x \in \Omega_B \end{cases}$$

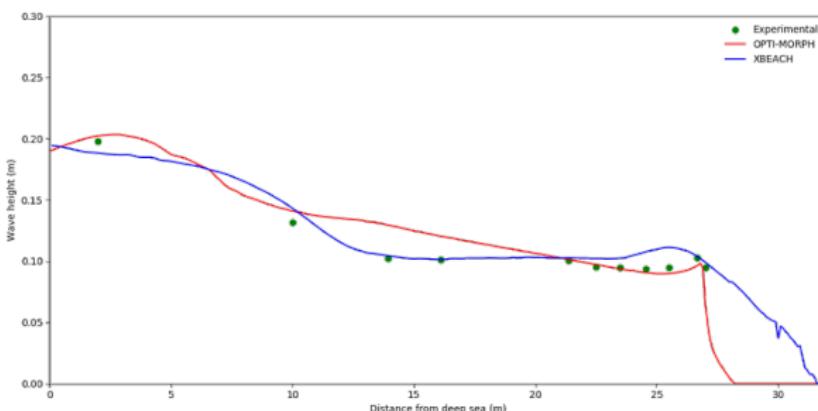
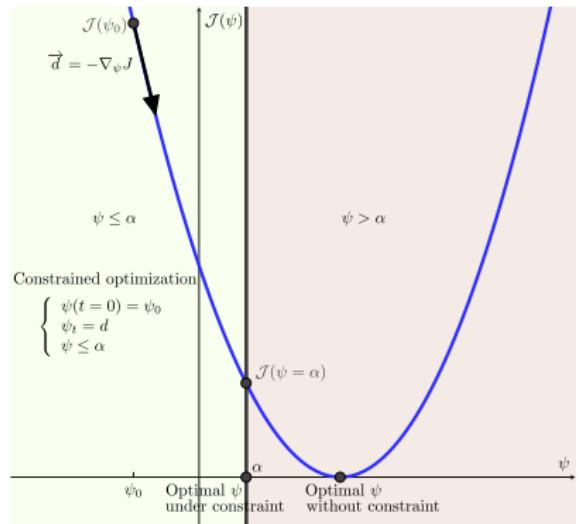


Figure 8: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

# Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

# Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

- $\mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau,$

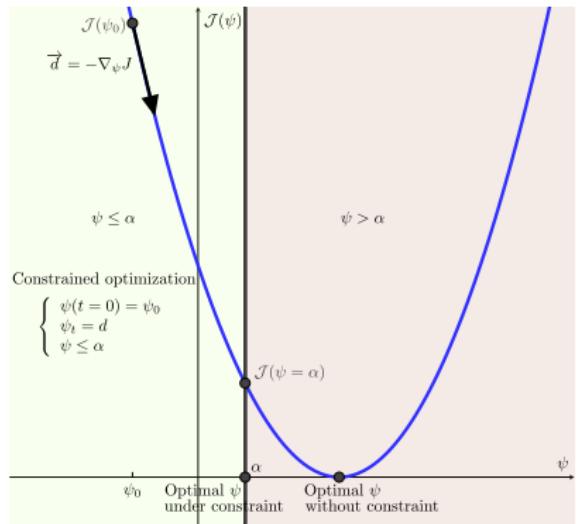


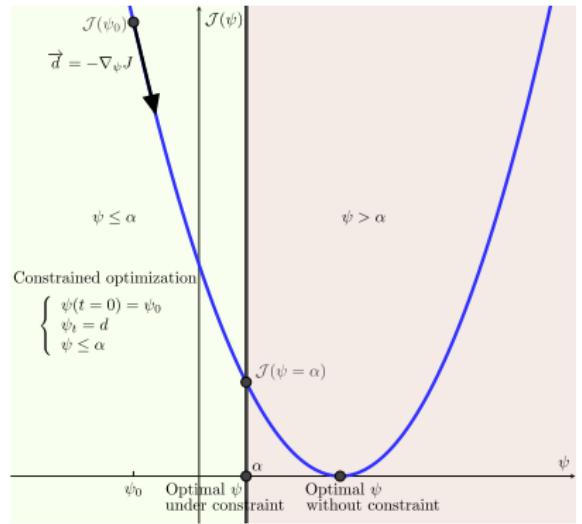
Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

- $\mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau,$



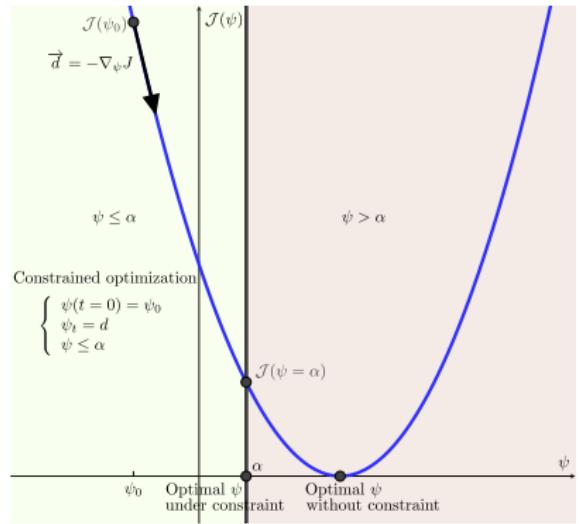
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux ( $\text{m.s}^{-1}$ ),

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



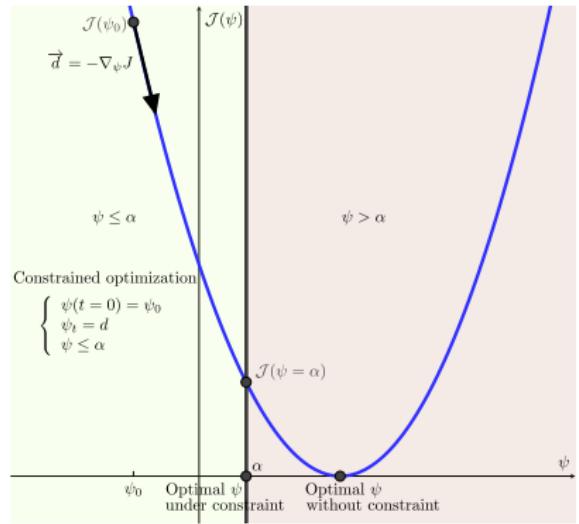
- $\mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau$ ,
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux ( $m.s^{-1}$ ),
- $d$ : la direction de descente indiquant la manière dont le fond sableux varie. Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



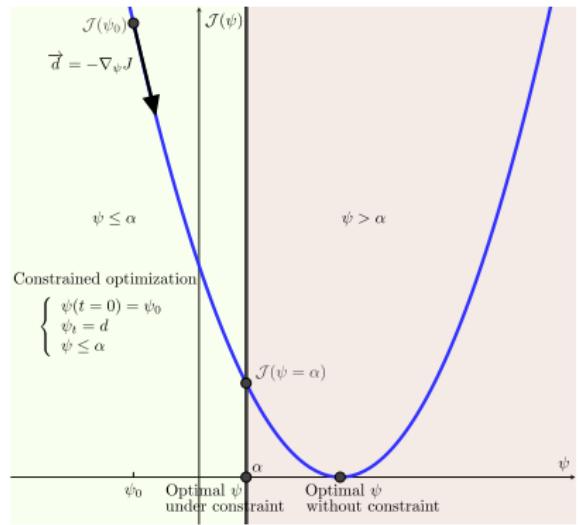
- $\mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau,$
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux ( $m.s^{-1}$ ),
- $d$ : la direction de descente indiquant la manière dont le fond sableux varie. Sans contrainte,  $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$ ,
- $\Upsilon$ : la mobilité sédimentaire ( $m.s.kg^{-1}$ ),

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



- $\mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau$ ,
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux ( $m.s^{-1}$ ),
- $d$ : la direction de descente indiquant la manière dont le fond sableux varie. Sans contrainte,  $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$ ,
- $\Upsilon$ : la mobilité sédimentaire ( $m.s.kg^{-1}$ ),
- $\Lambda$ : l'excitation du fond sableux par les vagues.

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Ajout de contraintes

## Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \quad \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$

## Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \quad \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$

- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{slope}.$$

# Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \quad \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$

- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}.$$

- Conservation sableuse:

$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T_f].$$

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

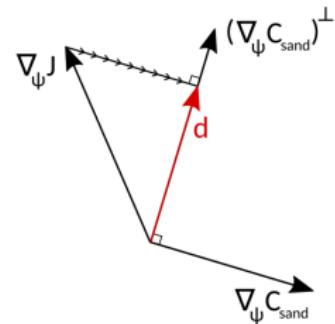


Figure 10: Projection 1D de Gram-Schmidt.

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

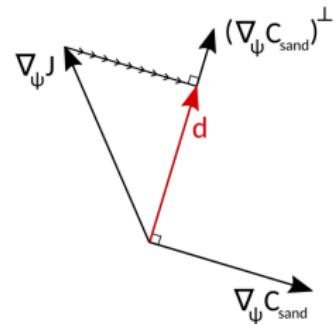


Figure 10: Projection 1D de Gram-Schmidt.

avec donc:

$$d = \nabla_{\psi} \mathcal{J} - \left\langle \nabla_{\psi} \mathcal{J}, \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\| \nabla_{\psi} C_{\text{sand}} \|} \right\rangle \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\| \nabla_{\psi} C_{\text{sand}} \|},$$

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

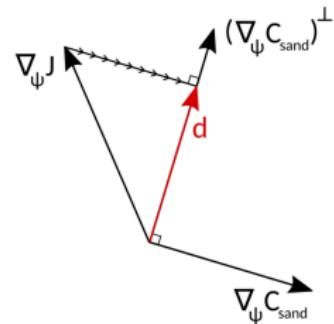


Figure 10: Projection 1D de Gram-Schmidt.

avec donc:

$$d = \nabla_{\psi} \mathcal{J} - \left\langle \nabla_{\psi} \mathcal{J}, \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\|\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\|\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}\|},$$

et

$$\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}(t) = 2\psi \int_{\Omega} (\psi - \psi_0) dx.$$

## 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

## 2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

## 3 Extension à un modèle générique

## 4 Évolution du modèle en 2D

## 5 Conclusion et Perspectives

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.18$  s

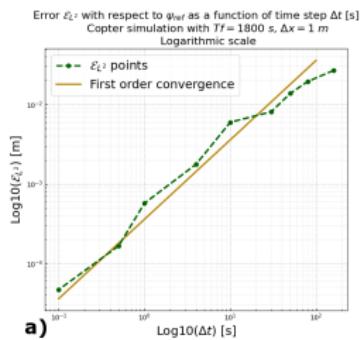


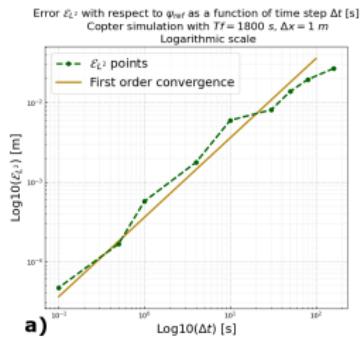
Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.18$  s



$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.5$  mm

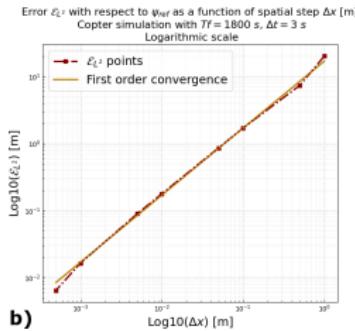


Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.

Figure 12: Convergence spatiale avec  $\Delta x$  dans  $[0.001, 2]$  m.

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.18$  s

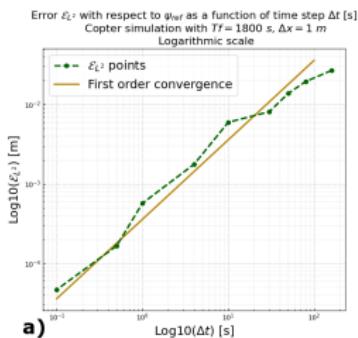


Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.5$  mm

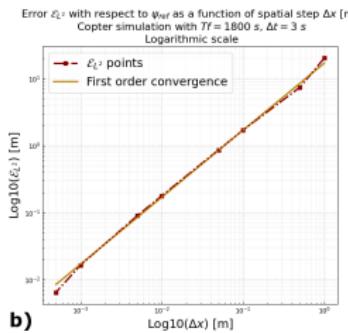


Figure 12: Convergence spatiale avec  $\Delta x$  dans  $[0.001, 2]$  m.

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Omega = 3000$  m

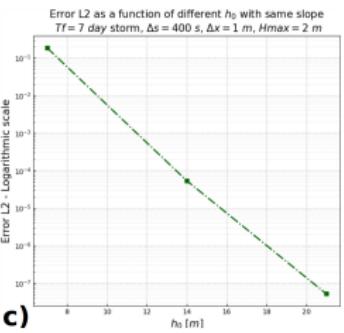


Figure 13: Convergence sur la taille de domaine avec  $\Omega$  dans  $[600, 3000]$  m avec un fond linéaire et une pente de  $1/100$ .

## 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

## 2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

## 3 Extension à un modèle générique

## 4 Évolution du modèle en 2D

## 5 Conclusion et Perspectives

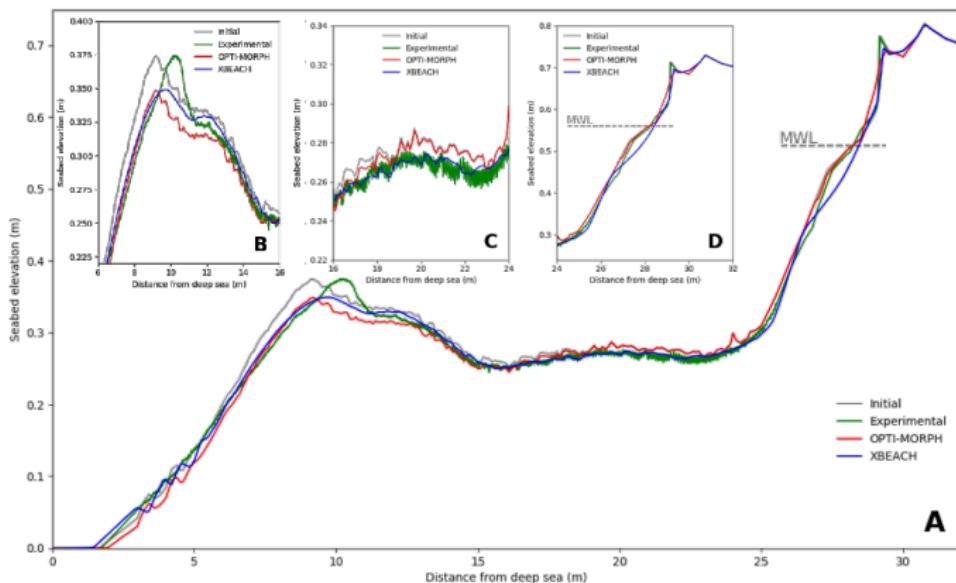
# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter



Cook (2021)

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$



*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

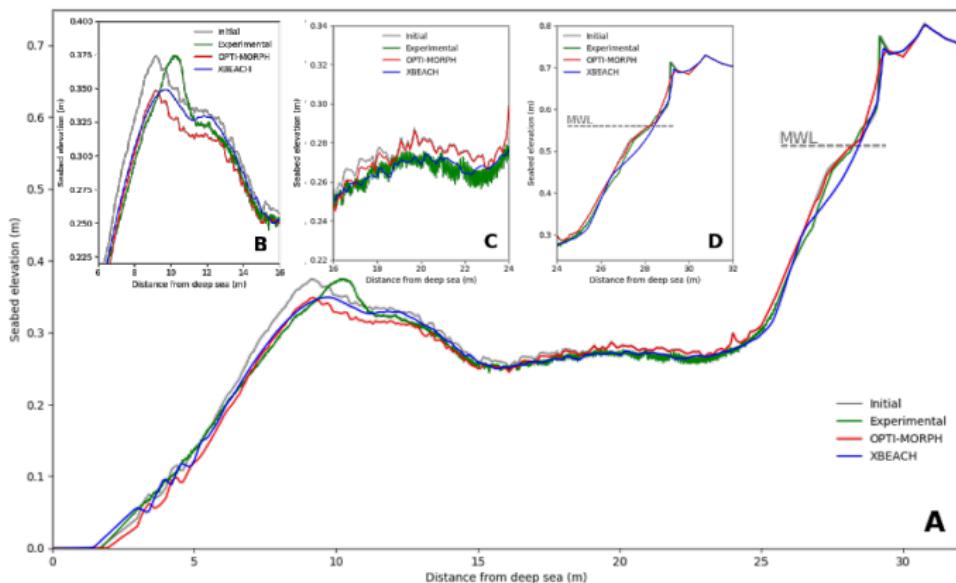
# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter



Cook (2021)

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$
- Pas de déplacement latéral de la barre sédimentaire



*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

## 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

## 2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

## 3 Extension à un modèle générique

## 4 Évolution du modèle en 2D

## 5 Conclusion et Perspectives

# Workflow et cas applicatif

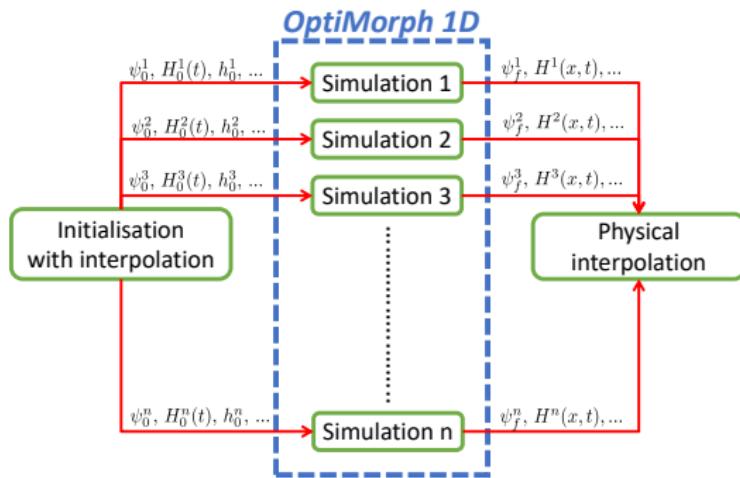


Figure 15: Workflow d'*OptiMorph* en Multi-1D.

# Workflow et cas applicatif

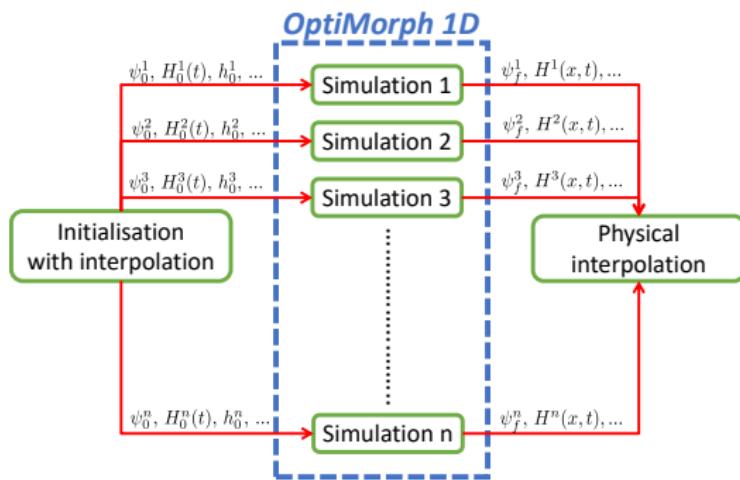


Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.

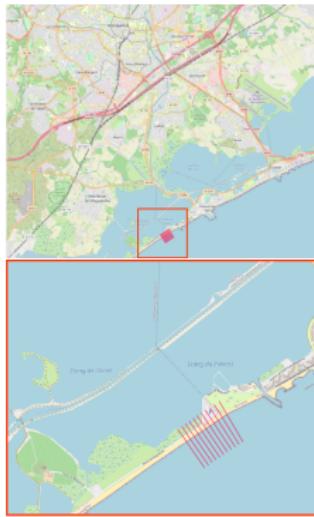


Figure 16: Géographie de la simulation au sud de Montpellier.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

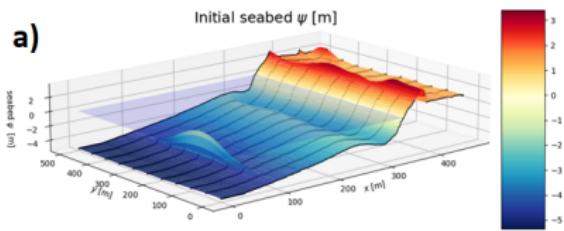


Figure 17: Fond initial.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

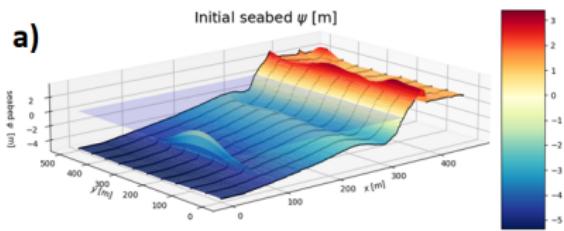
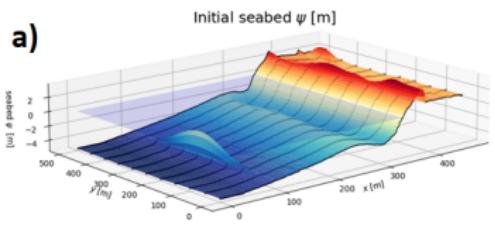


Figure 17: Fond initial.

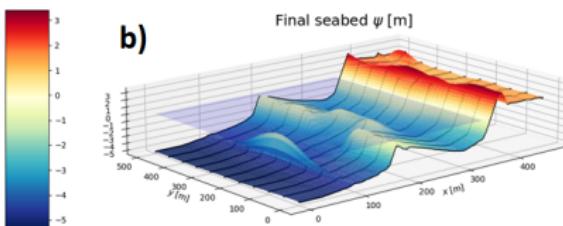
## Paramètres:

- $H_0 = 2$  m ,
- $T_0 = 2$  s,
- $T_f = 3$  jours,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500]$  m,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel



*Figure 17: Fond initial.*



*Figure 18: Fond final.*

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

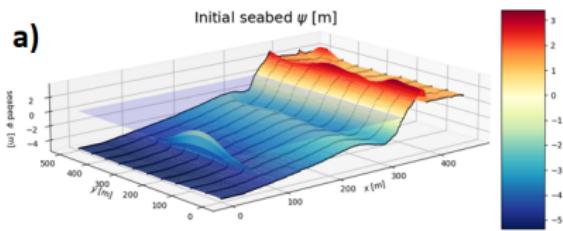


Figure 17: Fond initial.

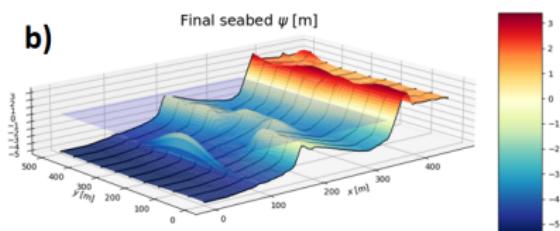


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Déplacement de la barre sédimentaire,

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

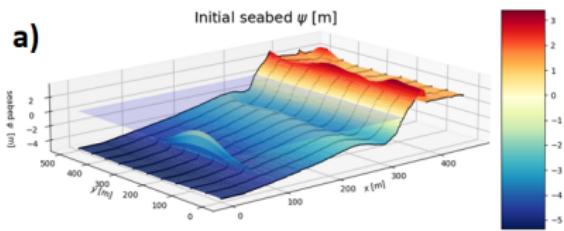


Figure 17: Fond initial.

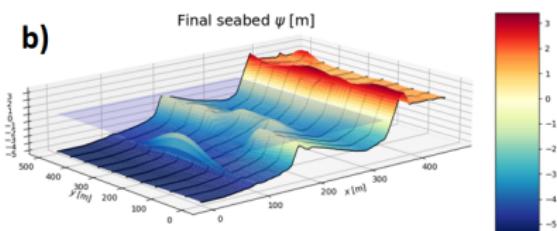


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2$  m ,
- $T_0 = 2$  s,
- $T_f = 3$  jours,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500]$  m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Déplacement de la barre sédimentaire,
- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs),

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

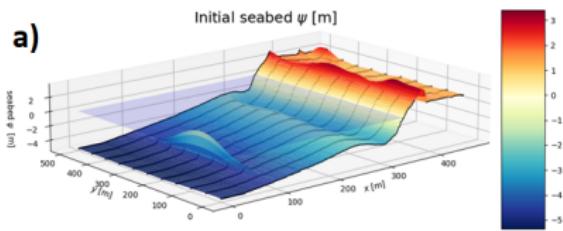


Figure 17: Fond initial.

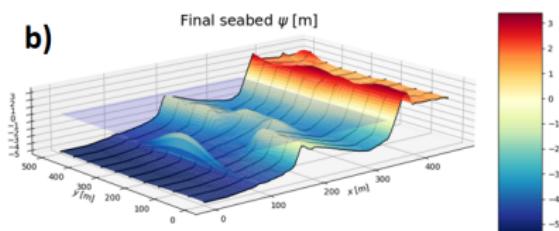


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Déplacement de la barre sédimentaire,
- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs),
- Mais aucun mécanisme de transport longshore.

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
  - Comment calculer  $\nabla_{\psi} J$  ?
  - Validation numérique de l'approche Hadamard
  - Présentation du nouveau modèle basé sur l'approche Hadamard
  - Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

3 Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_{\psi} J$  ?

Validation numérique de l'approche Hadamard

Présentation du nouveau modèle basé sur l'approche Hadamard

Résultats morphodynamiques

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau \end{cases}$$

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau \end{cases}$$

## Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
- ✓ Rapide.
- ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau \end{cases}$$

## Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
- ✓ Rapide.
- ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

## Différences Finis

- ✓ Facile à mettre en place.
- ✗  $N + 1$  évaluations nécessaires.
- ✗ Temps de calculs très longs.

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \nabla \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi, t) = \int_{t-T_{coup}}^t \int_{\Omega} E_H(x, \tau) dx d\tau \end{cases}$$

## Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
- ✓ Rapide.
- ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

## Différences Finis

- ✓ Facile à mettre en place.
- ✗  $N + 1$  évaluations nécessaires.
- ✗ Temps de calculs très longs.

## Déifferentiation Automatique



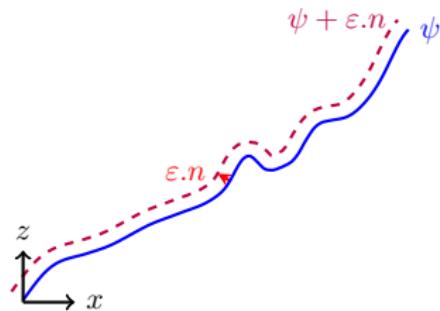
- 
- ✓ Robuste.
  - ✗ Pré-traitement lourd.
  - ✗ Dépendance à C / Fortran 90.

# Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ par l'approche Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec  $n$ : vecteur normal à la forme.



*Figure 19: Schéma illustrant l'approche Hadamard.*

# Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ par l'approche Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec  $n$ : vecteur normal à la forme.

À l'ordre 1:

$$\begin{aligned} \nabla_\psi \mathcal{J} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi) + \varepsilon \nabla_X \mathcal{J} \cdot n - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon}, \\ &\approx (\nabla_X \mathcal{J}) \cdot n, \end{aligned}$$

avec  $X = (x, z)^\top$ .

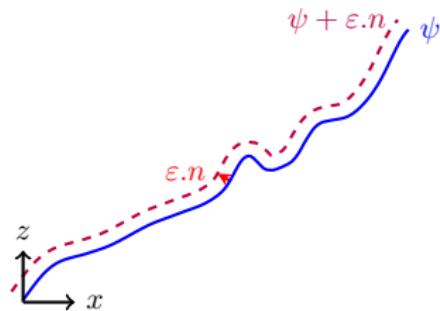


Figure 19: Schéma illustrant l'approche Hadamard.

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique
- 3 Extension à un modèle générique
  - Comment calculer  $\nabla_{\psi} J$  ?
  - Validation numérique de l'approche Hadamard
  - Présentation du nouveau modèle basé sur l'approche Hadamard
  - Résultats morphodynamiques
- 4 Évolution du modèle en 2D
- 5 Conclusion et Perspectives

## Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - f_\psi(x) = 0\} \quad \text{avec} \quad f_\psi(x, y) = ax + b$$

et  $H = \cos(\psi)$ . Après des calculs...

$$\boxed{\nabla_\psi H = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}}.$$

# Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - f_\psi(x) = 0\} \quad \text{avec} \quad f_\psi(x, y) = ax + b$$

et  $H = \cos(\psi)$ . Après des calculs...

$$\nabla_\psi H = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}.$$

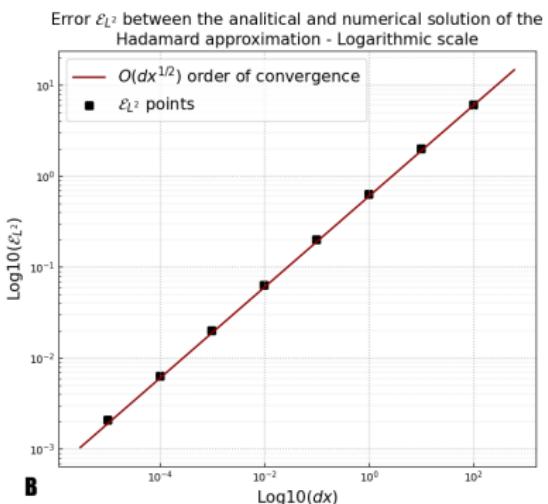
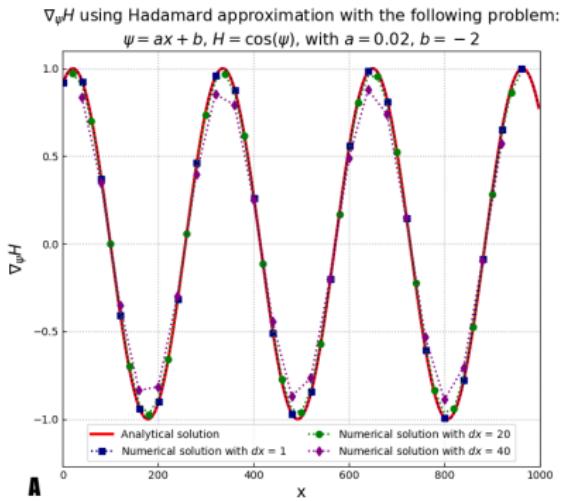


Figure 20: A) Solution analytique et approximative avec l'approche Hadamard, B) Erreur numérique calculée par rapport à la solution analytique.

## Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant:  $\nabla_X H = \left( \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial \psi} \right)^\top$  et  $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2+dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$ , on calcul  $\boxed{\nabla_\psi H = \nabla_X H \cdot n}$ .

# Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant:  $\nabla_X H = \left( \frac{\partial H}{\partial x}, \frac{\partial H}{\partial \psi} \right)^T$  et  $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2+dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$ , on calcul  $\boxed{\nabla_\psi H = \nabla_X H \cdot n}$ .

Comparison of numerical and analytical  $\nabla_\psi H$  on the following problem:  
 $\psi$  linear without / with perturbations -  $H_0 = 2$  m -  $h_0 = 10$  m -  $T_0 = 10$  s

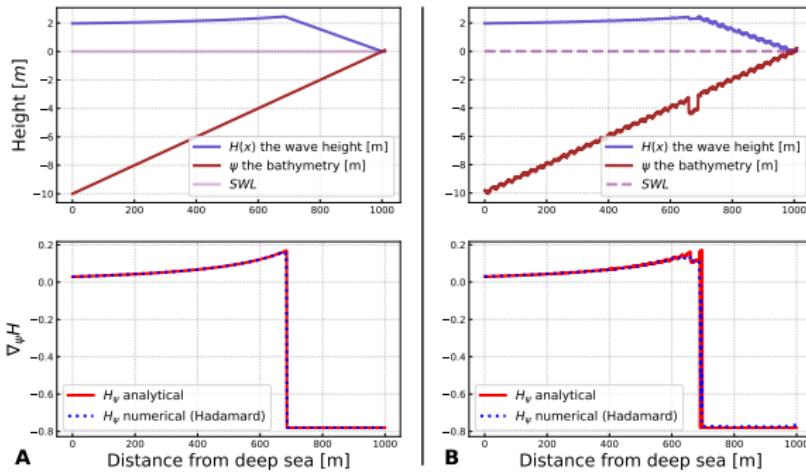


Figure 21: A) Solution analytique et approximative avec l'approche Hadamard sur un cas simple, B) Solution analytique et approximative sur un cas perturbé.

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
  - Comment calculer  $\nabla_{\psi} J$  ?
  - Validation numérique de l'approche Hadamard
  - Présentation du nouveau modèle basé sur l'approche Hadamard
  - Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Nouveau Workflow basé du l'approche Hadamard

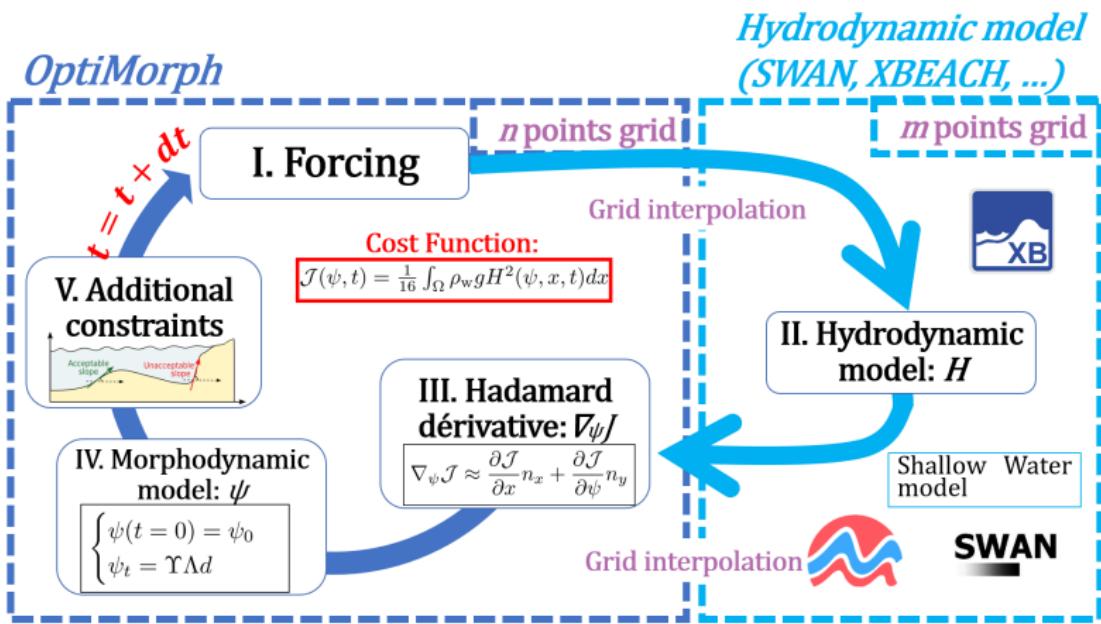


Figure 22: Nouveau workflow d'OptiMorph basé du l'approche Hadamard.

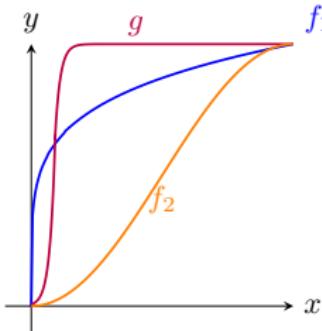
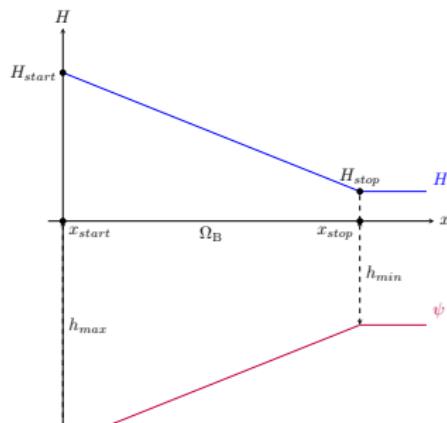
# Nouveau modèle de vagues

## Nouveau Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement:

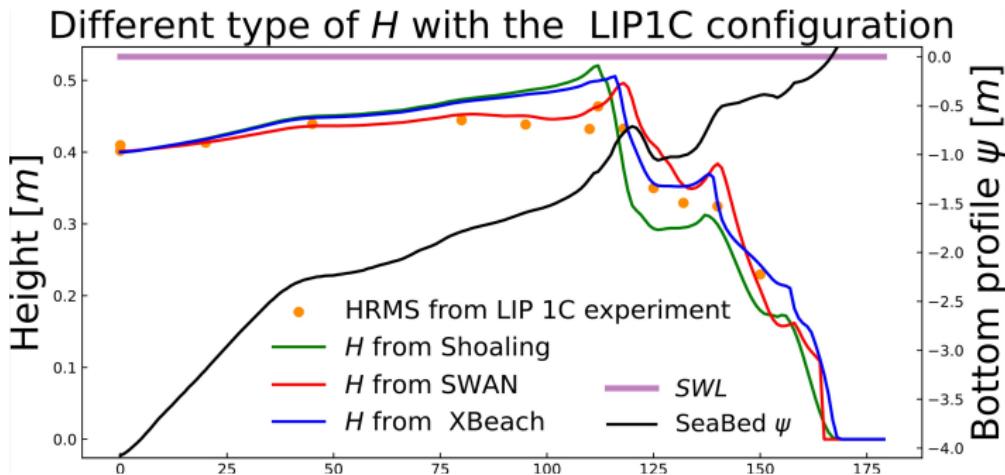
$$\mathcal{F}(\gamma h(x, t)) = H(x_{start}) + [H(x_{stop}) - H(x_{start})] \cdot f\left(\frac{x-x_{start}}{x_{stop}-x_{start}}\right) \cdot g\left(\frac{h_{max}-h}{h_{max}-h_{min}}\right)$$



# Nouveau modèle de vagues

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$

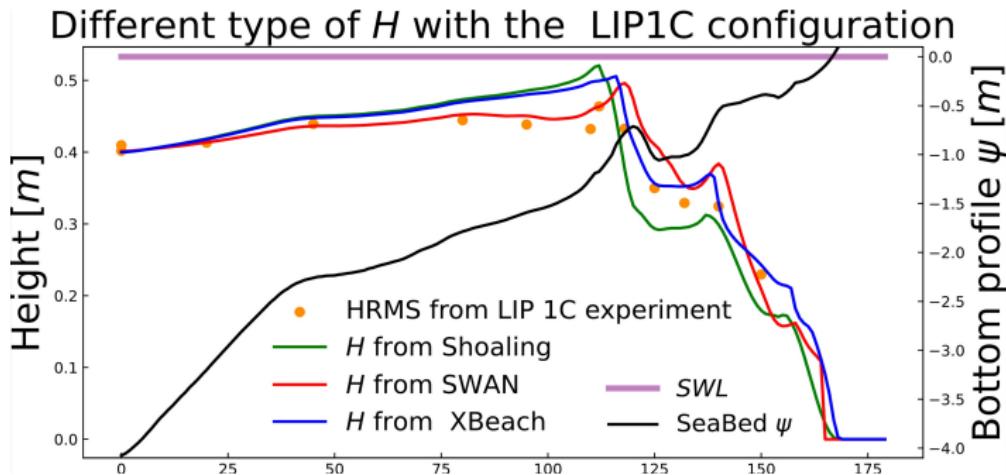


*Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.*

# Nouveau modèle de vagues

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$



*Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.*

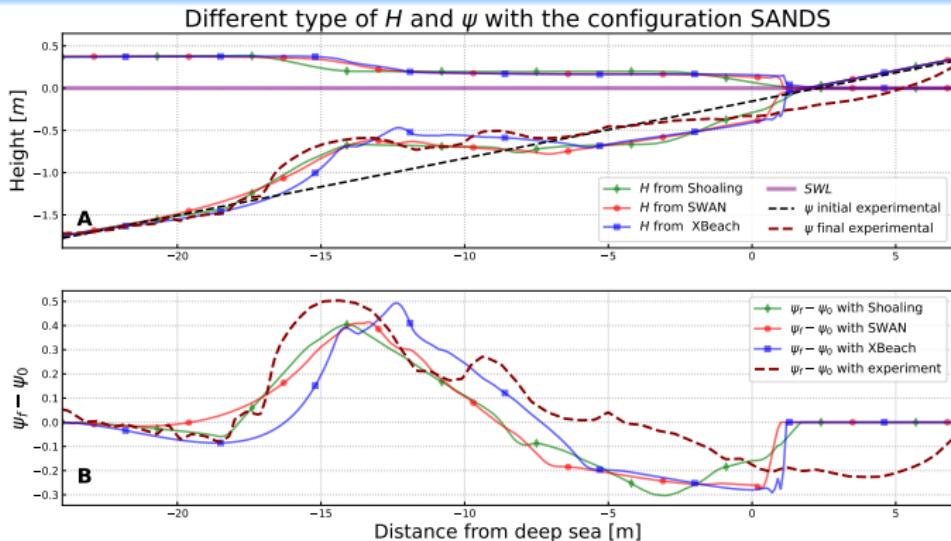
- Shoaling Express :  $H_{\text{RMSE}} = 4.5 \text{ cm}$ ,
- SWAN :  $H_{\text{RMSE}} = 3.3 \text{ cm}$ ,
- XBeach :  $H_{\text{RMSE}} = 2.8 \text{ cm}$ .

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
  - Comment calculer  $\nabla_{\psi} J$  ?
  - Validation numérique de l'approche Hadamard
  - Présentation du nouveau modèle basé sur l'approche Hadamard
  - Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Résultats en canal de l'expérience SANDS

## Paramètres:

- $H_s = 0.32 \text{ m}$
- $T_0 = 5.44 \text{ s}$
- $T_f = 23\text{h}30$
- Pente: 1/15



**Figure 24:** A) Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu). B) Écarts de  $\psi_f - \psi_i$ .

# Résultats en canal de l'expérience SANDS

## Paramètres:

- $H_s = 0.32 \text{ m}$
- $T_0 = 5.44 \text{ s}$
- $T_f = 23\text{h}30$
- Pente: 1/15

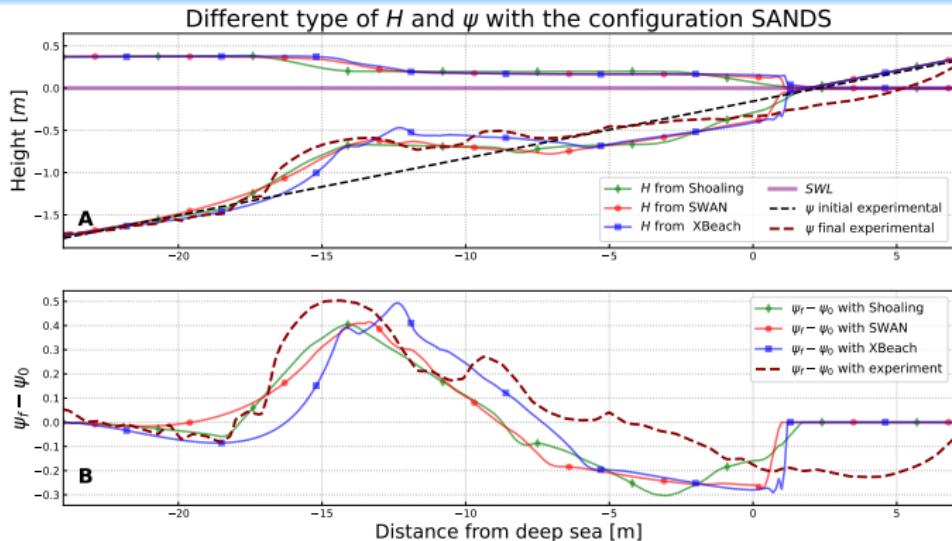


Figure 24: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu). B) Écarts de  $\psi_f - \psi_i$ .

- Shoaling Express :  $\psi_{RMSE} = 11.7 \text{ cm}$ ,
- SWAN :  $\psi_{RMSE} = 12.7 \text{ cm}$ ,
- XBeach :  $\psi_{RMSE} = 13.5 \text{ cm}$ .

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Different type of  $H$  and  $\psi$   
with the configuration LIP11D - 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6$  m
- $T_0 = 8$  s
- $T_f = 13$  h
- Pente: 1/30

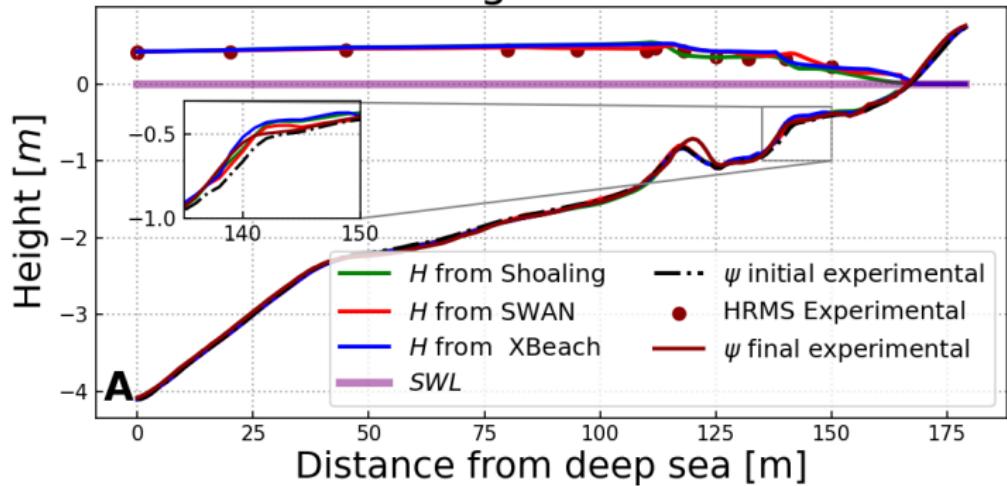


Figure 25: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Different type of  $H$  and  $\psi$   
with the configuration LIP11D - 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6$  m
- $T_0 = 8$  s
- $T_f = 13h$
- Pente: 1/30

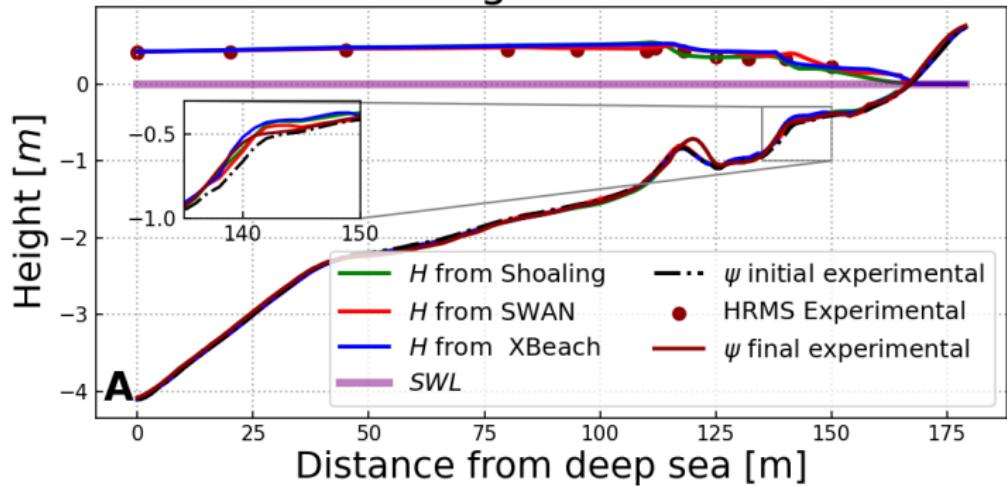


Figure 25: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit,

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Different type of  $H$  and  $\psi$   
with the configuration LIP11D - 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6 \text{ m}$
- $T_0 = 8 \text{ s}$
- $T_f = 13\text{h}$
- Pente:  $1/30$

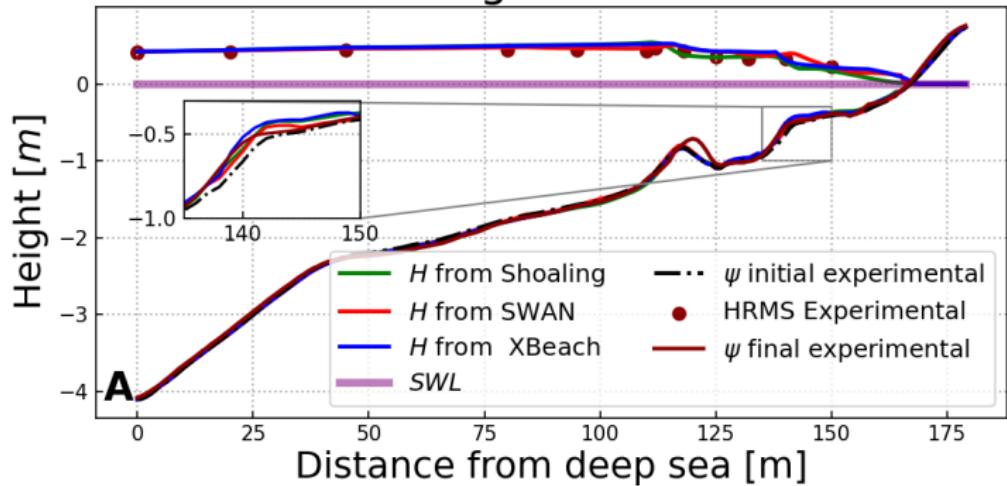


Figure 25: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit,
- Mais aucun déplacement latéral de la barre extérieure.

## Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,

## Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$

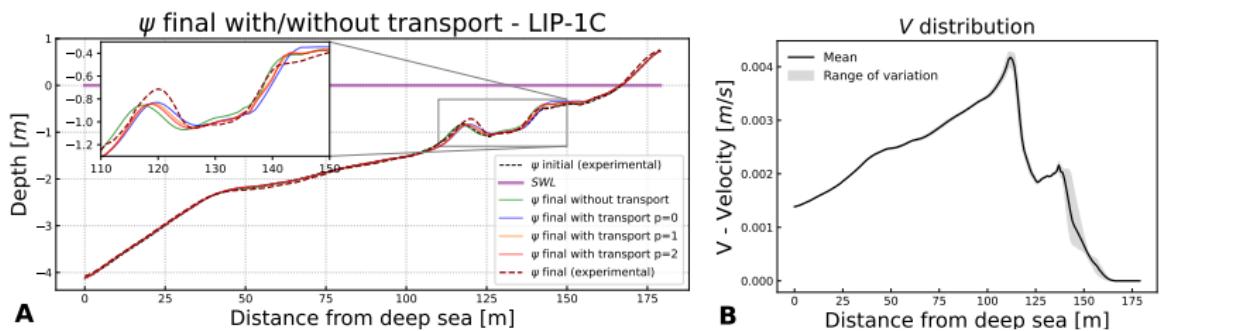


Figure 26: A) Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour  $p = 0, 1, 2$  et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C. B) Distribution des vitesses pour  $p = 1$ .

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$

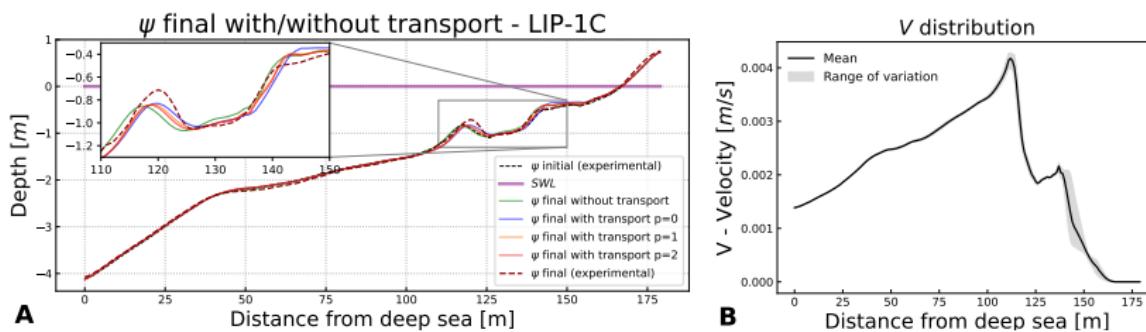


Figure 26: A) Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour  $p = 0, 1, 2$  et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C. B) Distribution des vitesses pour  $p = 1$ .

- Mais  $V > 0$  pour ce choix  $\Rightarrow$  pas de déplacement de barre sédimentaire vers le large (comme dans LIP-1B).

## Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi \\ V_t = \rho \nabla_V \mathcal{J} \end{array} \right. \quad (2a)$$

$$(2b)$$

## Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi \\ V_t = \rho \nabla_V \mathcal{J} \end{cases} \quad (2a)$$

$$(2b)$$

- L'équation (2b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .

## Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi \\ V_t = \rho \nabla_V \mathcal{J} \end{cases} \quad \begin{array}{l} (2a) \\ (2b) \end{array}$$

- L'équation (2b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .
- Comment calculer  $\nabla_V \mathcal{J}$  ?

## Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

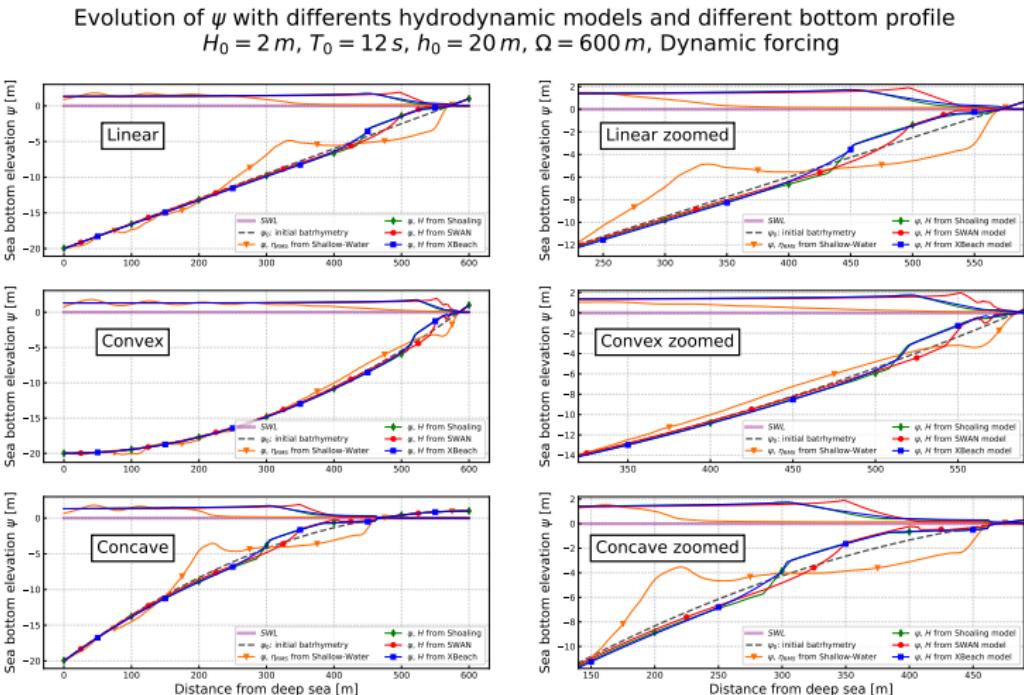
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi \\ V_t = \rho \nabla_V \mathcal{J} \end{cases} \quad \begin{array}{l} (2a) \\ (2b) \end{array}$$

- L'équation (2b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .
- Comment calculer  $\nabla_V \mathcal{J}$  ?
- Est-ce que les déplacements morphodynamiques latéraux peuvent minimiser  $\mathcal{J}$  ?

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in-situ

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$
  - $T_0 = 12 \text{ s}$
  - $T_f = 72 \text{ h}$
  - Pente:  $1/50$
  - $\Omega = 600 \text{ m}$
- 



*Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).*

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in-situ

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$
  - $T_0 = 12 \text{ s}$
  - $T_f = 72 \text{ h}$
  - Pente:  $1/50$
  - $\Omega = 600 \text{ m}$
- 

Création d'une barre sédimentaire au point de rupture de la vague.

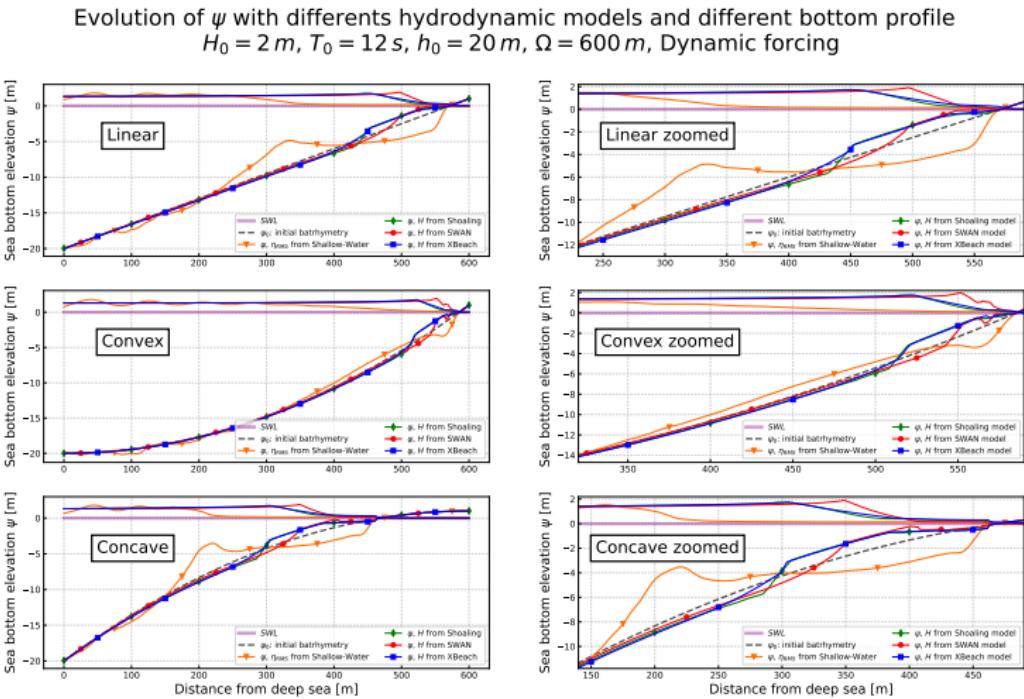
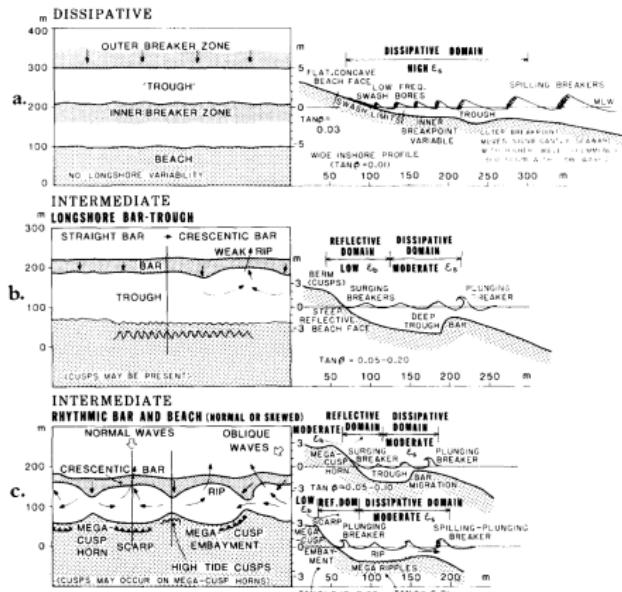


Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).

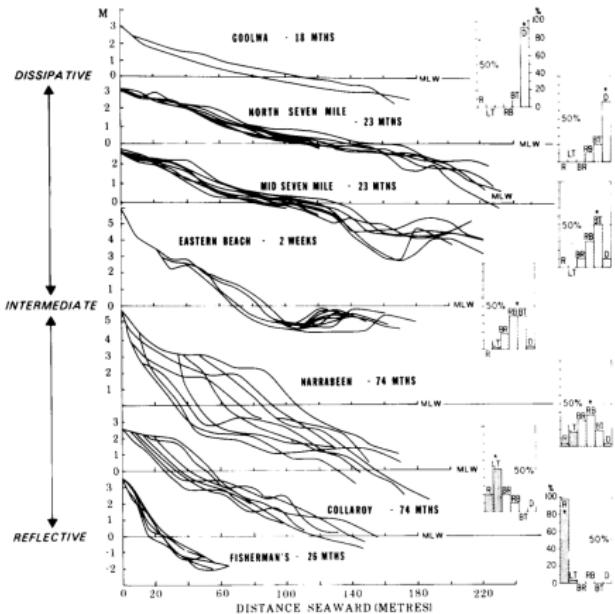
# Comparaison avec une référence de la littérature



L.D Wright and A.D Short (1984). "Morphodynamic variability of surf zones and beaches: A synthesis". In: *Marine Geology*, Volume 56.



**Figure 28:** Plan and profile configurations of the six major beach states.

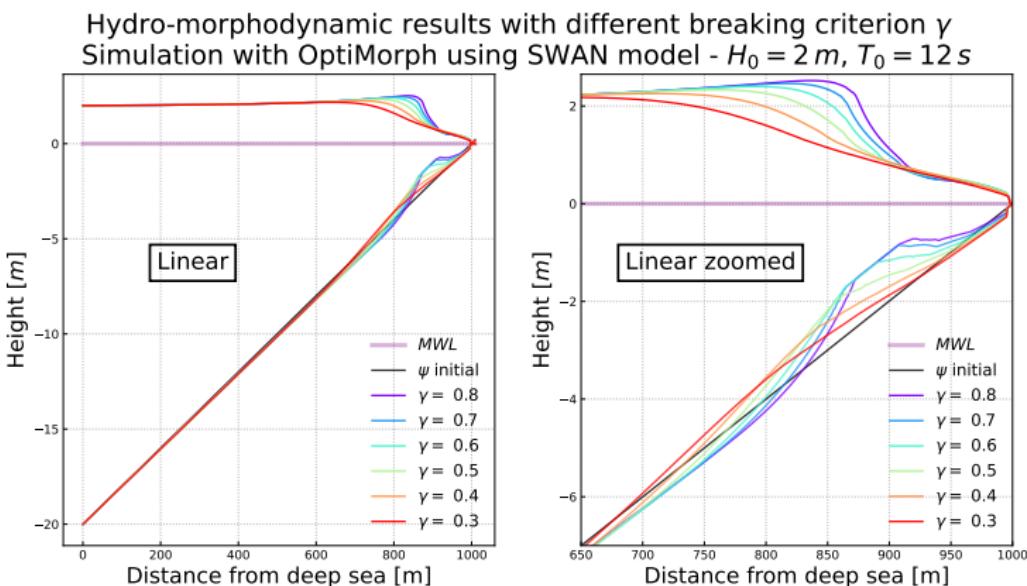


**Figure 29:** Beach profile mobility in relation to modal beach state and state variability.

# Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

## Paramètres:

- SWAN
- $H_0 = 2 \text{ m}$
- $T_0 = 12 \text{ s}$
- $T_f = 72 \text{ h}$
- Pente: 1/50

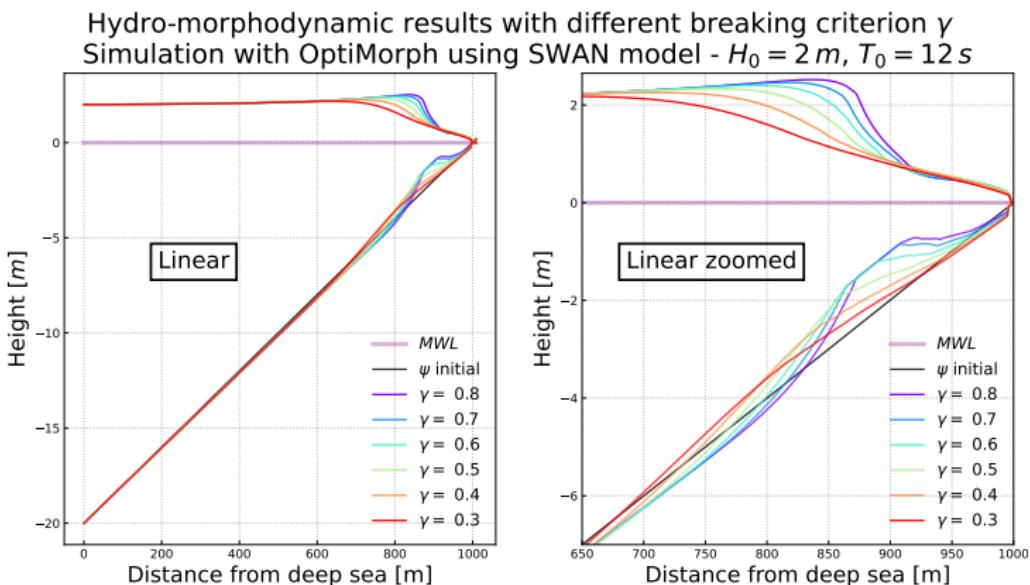


*Figure 30: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.*

# Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

## Paramètres:

- SWAN
- $H_0 = 2 \text{ m}$
- $T_0 = 12 \text{ s}$
- $T_f = 72 \text{ h}$
- Pente: 1/50



*Figure 30: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.*

- Création d'une barre sédimentaire au point de d'inflexion de la vague.

# Temps de calcul

<b>Simulation with 180 points</b>	Hydrodynamic			<b>Morphodynamic by wave energy minimization</b>
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

*Table 1: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

<b>Simulation with 1000 points</b>	Hydrodynamic			<b>Morphodynamic by wave energy minimization</b>
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

*Table 2: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

# Temps de calcul

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
<b>Simulation with 180 points</b>				
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

*Table 1: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
<b>Simulation with 1000 points</b>				
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

*Table 2: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage,

# Temps de calcul

Simulation with 180 points	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

*Table 1: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

Simulation with 1000 points	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

*Table 2: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage,
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

# Temps de calcul

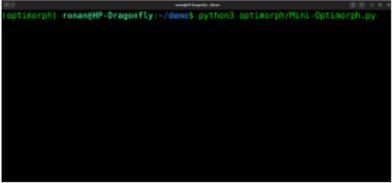
	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
<b>Simulation with 180 points</b>				
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

*Table 1: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
<b>Simulation with 1000 points</b>				
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

*Table 2: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.*

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage,
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.



*Video 1: Démonstration.*

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
  - Présentation du modèle en 2D
  - Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
  - Présentation du modèle en 2D
  - Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

## Présentation du modèle en 2D

- Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} .$$

## Présentation du modèle en 2D

- Équation gouvernante:
- Fonction de coût:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}.$$

$$\mathcal{J}(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{t-T_{coupl}}^t \int_{\Omega_S} E_H(x, y, \tau) dx d\tau.$$

## Présentation du modèle en 2D

- Équation gouvernante:
- Fonction de coût:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}.$$

$$\mathcal{J}(\psi, t) = \frac{1}{16} \int_{t-T_{coul}}^t \int_{\Omega_S} E_H(x, \textcolor{red}{y}, \tau) dx d\tau.$$

- Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} \approx (\nabla_X \mathcal{J}).n$  avec  $X = (x, \textcolor{red}{y}, z)^\top$ .

## Présentation du modèle en 2D

- Contrainte de pente:

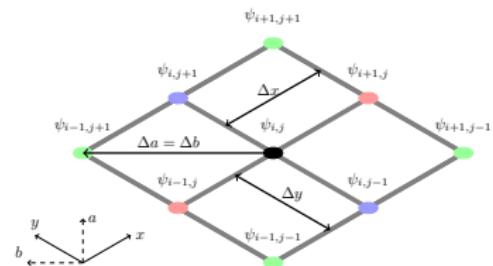


Figure 31: Représentations aux nœuds.

# Présentation du modèle en 2D

- Contrainte de pente:

- $\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{slope}, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right| \leq M_{slope},$

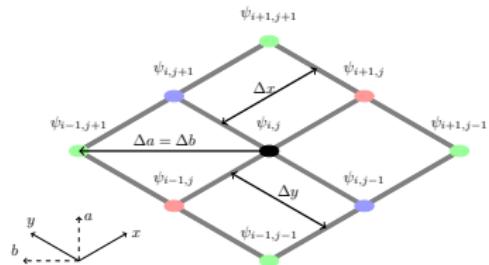


Figure 31: Représentations aux nœuds.

# Présentation du modèle en 2D

- Contrainte de pente:

- $\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right| \leq M_{\text{slope}},$
- $\left| \frac{\partial \psi}{\partial a} \right| \leq M_{\text{slope}}, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial b} \right| \leq M_{\text{slope}}.$

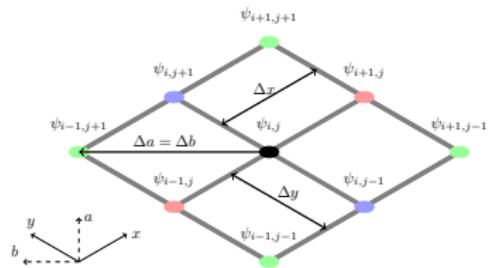


Figure 31: Représentations aux nœuds.

# Présentation du modèle en 2D

- Contrainte de pente:

- $\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial y} \right| \leq M_{\text{slope}},$
- $\left| \frac{\partial \psi}{\partial a} \right| \leq M_{\text{slope}}, \quad \left| \frac{\partial \psi}{\partial b} \right| \leq M_{\text{slope}}.$

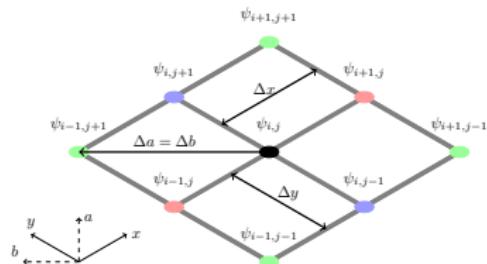


Figure 31: Représentations aux nœuds.

- Contrainte de conservation sableuse:

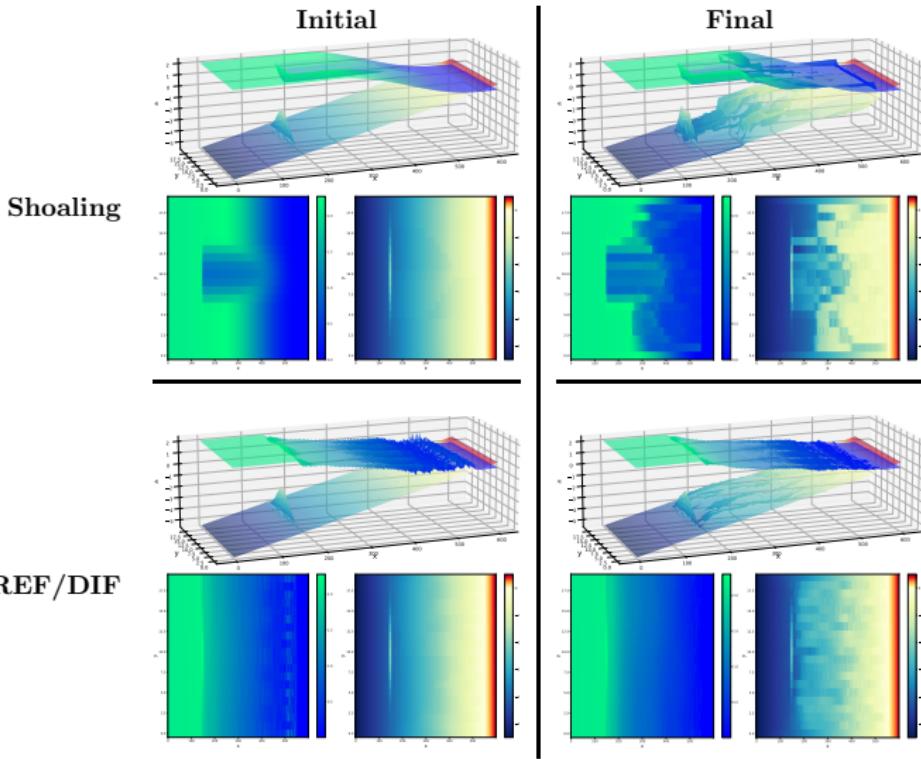
$$\int_{\Omega} \psi(t, x, y) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x, y) dx \quad \forall t \in [0, T_f].$$

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
  - Présentation du modèle en 2D
  - Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile

## Paramètres:

- Shoaling
- REF/DIF
- $H_0 = 2 \text{ m}$
- $T_0 = 6 \text{ s}$
- $T_f = 72 \text{ h}$
- Pente: 1/100
- Géotube gaussienne



*Figure 32: Simulation 2D avec OptiMorph.*

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses par minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, à création de barres sédimentaires,

# Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, à création de barres sédimentaires,
- Un modèle numériquement stable,

# Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, à création de barres sédimentaires,
- Un modèle numériquement stable,
- **Un nouvelle approche de calcul du gradient par rapport à la forme,**

# Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, à création de barres sédimentaires,
- Un modèle numériquement stable,
- Une nouvelle approche de calcul du gradient par rapport à la forme,
- Des cas de benchmark validés.

# Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral,

# Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral,
- Continuer la validation insitu (accrétion, 2D,...),

## Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral,
- Continuer la validation insitu (accrétion, 2D,...),
- Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques,

## Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral,
- Continuer la validation insitu (accrétion, 2D,...),
- Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques,
- Étoffer le modèle 2D (simplifier l'utilisation pour des cas réels, ...)

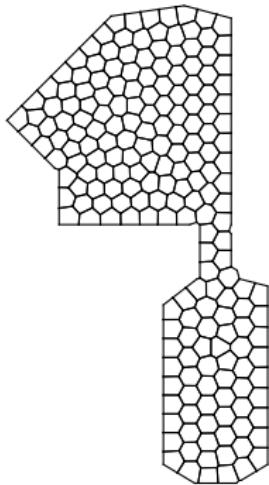
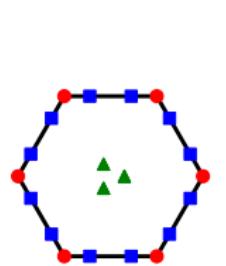
# Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral,
- Continuer la validation insitu (accrétion, 2D,...),
- Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques,
- Étoffer le modèle 2D (simplifier l'utilisation pour des cas réels, ...)
- Utiliser l'approche d'Hadamard dans un contexte différent (aérodynamique, thermodynamique, ...)

# Un projet en parallèle

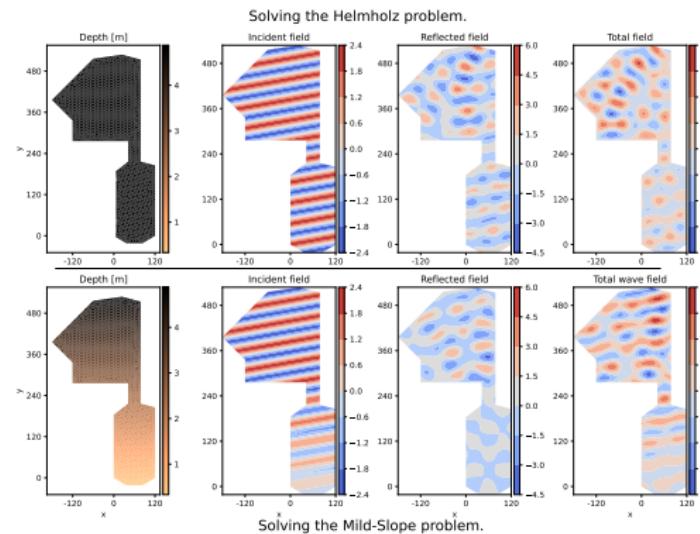


Une solution numérique de l'équation de pente douce par la méthode des éléments virtuels d'ordre  $k$  sur maillage quelconque.



Maillage polyédrique du port de Cherbourg.

Résultats VEM des équations d'Helmholtz et Mild-Slope sur le port de Cherbourg.



Merci  
pour votre attention!