Couplage vague-morphodynamique du littoral par principe de minimisation

Présentée par Ronan Dupont
le 30 septembre 2024

Sous la direction de Frédéric BOUCHETTE
et Bijan MOHAMMADI

Devant le jury composé de

M. YATES	Chargée de Recherche, HDR	École des Ponts, LHSV	Rapporteuse
E. I. TURKI	Maîtresse de conférences, HDR	Univ de Normandie	Rapporteuse
P. MARCHESIELLO	Directeur de Recherche, HDR	IRD, LEGOS	Examinateur
C. CHOQUET	Professeure	Univ de La Rochelle	Examinatrice
M. ERSOY	Maître de conférences, HDR	Université de Toulon	Examinateur
F. BOUCHETTE	Professeur	Univ de Montpellier	Directeur de thèse
B. MOHAMMADI	Professeur	Univ de Montpellier	Directeur de thèse

Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
- Explorer une nouvelle manière de modéliser la dynamique du littoral avec un nombre limité d'hyperparamètres.
- Développer un outil rapide d'éxecution pour la conception de structures de défense en ingénierie côtière.

Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

Megan Cook (2018 - 2021)

- Introduction contraintes physiques sur le modèle de minimisation (conservation, pente, etc). Développement du modèle OptiMorph.
- Optimisation du réaménagement du port de la Turballe avec suivi du trait de côte.

Sommaire

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

Quelle quantité doit évoluer ?

Figure 2: Plage de l'Espiguette

Quelle quantité minimiser ?

Figure 3: Under impact of waves - Li Yan et al. (2019)

Figure 4: Evolution of beach profiles under erosive (left panels) wave conditions in SANDS, WISE 1 and WISE 2 at selected time steps. - Sonja Eichentopf et al. (2018)

Quelle quantité minimiser ?

Figure 5: ***1)*** *Expérience LIP 1C avec H généré par XBeach.* ***2)*** *Expérience DynaRev avec H mesuré par LIDAR.* ***a)*** *Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron).* ***b)*** *Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur Ω_A.*

Quelle quantité minimiser ?

$I_i \approx 0.9\, I_f$

Figure 5: ***1)*** *Expérience LIP 1C avec H généré par XBeach.* ***2)*** *Expérience DynaRev avec H mesuré par LIDAR.* ***a)*** *Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron).* ***b)*** *Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur Ω_A.*

Quelle quantité minimiser ?

Minimiser l'énergie des vagues à travers la fonction de coût:

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} E_H dx$$

semble être une bonne idée.

Quel fond minimise l'énergie des vagues ?

Quel est le fond ψ minimisant l'énergie des vagues ? $\min_{\psi} \mathcal{J}(\psi)$?

Un "fond possible"...

Image provenant d'un photomontage.

Cette solution à $\boxed{\mathcal{J} = 0}$ minimise au maximum l'énergie des vagues.

Ajout de contraintes physiques

Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

- Conservation sableuse:

Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

- Conservation sableuse:

- Excitation sableuse:

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Premier workflow du modèle et quelques notations

Figure 6: Premier workflow.

Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

Premier workflow du modèle et quelques notations

Figure 6: Premier workflow.

Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques: Δx, Δt, T_f.

Premier workflow du modèle et quelques notations

Figure 6: Premier workflow.

Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques: Δx, Δt, T_f.
- Paramètres géométriques: ψ_0, Ω, h_0, β.

Premier workflow du modèle et quelques notations

Figure 6: Premier workflow.

Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques: Δx, Δt, T_f.
- Paramètres géométriques: ψ_0, Ω, h_0, β.
- Modèle hydrodynamique: $H_0(t)$, $T_0(t)$, γ.

Premier workflow du modèle et quelques notations

Figure 6: Premier workflow.

Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques: Δx, Δt, T_f.
- Paramètres géométriques: ψ_0, Ω, h_0, β.
- Modèle hydrodynamique: $H_0(t)$, $T_0(t)$, γ.
- Modèle morphodynamique: Υ.

Premier modèle de vagues

Modèle Shoaling

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement.

Premier modèle de vagues

Modèle Shoaling

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement.

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s

Figure 8: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x,$

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- ψ_t: l'évolution en temps du fond sableux,

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- ψ_t: l'évolution en temps du fond sableux,
- d: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  Rq: Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- ψ_t: l'évolution en temps du fond sableux,
- d: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  Rq: Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,
- Υ: la mobilité sédimentaire,

Modèle morphodynamique

Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte α.

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- ψ_t: l'évolution en temps du fond sableux,
- d: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  Rq: Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,
- Υ: la mobilité sédimentaire,
- Λ: l'excitation du fond sableux par les vagues.

Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\begin{array}{rccl} \varphi : & \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ & (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))}, \end{array}$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\varphi : \quad \begin{array}{ccc} \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))} \end{array},$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

- Pente maximale:

$$\boxed{\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}}.$$

Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\begin{array}{rccl} \varphi : & \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ & (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))}, \end{array}$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

- Pente maximale:

$$\boxed{\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}}.$$

- Conservation sableuse:

$$\boxed{\int_\Omega \psi(t, x) \mathrm{d}x = \int_\Omega \psi_0(x) \mathrm{d}x \quad \forall t \in [0, T_f]}.$$

Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

Figure 10: Projection. Cook (2021).

Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f],\ C_{\text{sand}}(t) = 0$.

Figure 10: Projection. Cook (2021).

avec donc:

$$d = \nabla_\psi \mathcal{J} - \left\langle \nabla_\psi \mathcal{J}, \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|},$$

Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_\Omega (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f],\ C_{\text{sand}}(t) = 0$.

Figure 10: Projection. Cook (2021).

avec donc:

$$d = \nabla_\psi \mathcal{J} - \left\langle \nabla_\psi \mathcal{J}, \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|},$$

et

$$\nabla_\psi C_{\text{sand}}(t) = 2\psi \int_\Omega (\psi - \psi_0) dx.$$

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique
- Présentation du modèle
- Validité du modèle
- Résultats 1D du modèle
- Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

$\boxed{\psi_{\text{ref}} \text{ à } \Delta t = 0.18 \text{ s}}$

Figure 11: Convergence temporelle avec Δt dans [0.18, 90] s.

Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

ψ_{ref} à $\Delta t = 0.18$ s

Figure 11: Convergence temporelle avec Δt dans [0.18, 90] s.

ψ_{ref} à $\Delta x = 0.5$ mm

Figure 12: Convergence spatiale avec Δx dans [0.001,2] m.

Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

ψ_{ref} à $\Delta t = 0.18$ s

Figure 11: Convergence temporelle avec Δt dans [0.18, 90] s.

ψ_{ref} à $\Delta x = 0.5$ mm

Figure 12: Convergence spatiale avec Δx dans [0.001,2] m.

ψ_{ref} à $\Omega = 3000$ m

Figure 13: Passage à l'échelle, vérification de la bonne prise en compte des contraintes.

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique
- Présentation du modèle
- Validité du modèle
- Résultats 1D du modèle
- Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter

Cook (2021)

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).

Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter

Cook (2021)

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

- Pas de déplacement latéral de la barre sédimentaire

Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Workflow et cas applicatif

Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.

Workflow et cas applicatif

Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.

Figure 16: Géographie de la simulation au sud de Montpellier.

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: Fond initial.

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: Fond initial.

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: Fond initial.

Figure 18: Fond final.

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: *Fond initial.*

Figure 18: *Fond final.*

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: Fond initial.

Figure 18: Fond final.

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.

Résultats en multi-1D sur un cas réel

Figure 17: Fond initial.

Figure 18: Fond final.

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.
- Mais aucun mécanisme de transport longshore.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Comment calculer $\nabla_\psi J$? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \displaystyle\int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

Comment calculer $\nabla_\psi J$? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

Calcul Analytique

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

Comment calculer $\nabla_\psi J$? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

Calcul Analytique

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

Différences Finies

✔ Facile à calculer.

✖ $N+1$ évaluations nécessaires.
✖ Temps de calculs très longs.

Comment calculer $\nabla_\psi J$? Les différentes stratégies.

Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

Calcul Analytique

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

Différences Finies

✔ Facile à calculer.

✖ $N+1$ évaluations nécessaires.
✖ Temps de calculs très longs.

Différentiation Automatique

Inria TAPENADE

✔ Robuste.

✖ Pré-traitement lourd.
✖ Dépendance à C / Fortran 90.

Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec n: vecteur normal à la forme.

Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.

Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec n: vecteur normal à la forme.

Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.

À l'ordre 1:

$$\begin{aligned}\nabla_\psi \mathcal{J} &= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi) + \varepsilon \nabla_X \mathcal{J}.n - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon}, \\ &\approx (\nabla_X \mathcal{J}).n,\end{aligned}$$

avec $X = (x\,,\,z)^\intercal$.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ y = ax + b\}$$

et $\mathcal{J} = \cos(\psi)$, avec $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}}$.

Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ y = ax + b\}$$

et $\mathcal{J} = \cos(\psi)$, avec $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2+1}}$.

Figure 20: ***A)*** *Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard,* ***B)*** *Erreur numérique calculée par rapport à la solution analytique.*

Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant: $\nabla_X \mathcal{J} = \left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi}\right)^\intercal$ et $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$, on calcule $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$.

Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant: $\nabla_X \mathcal{J} = \left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi}\right)^\mathsf{T}$ et $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$, on calcule

$$\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}.$$

Figure 21: ***A)*** *Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard sur un cas simple,* ***B)*** *Solution analytique et approximative sur un cas perturbé.*

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Nouveau Workflow basé du la dérivée au sens d'Hadamard

Figure 22: Nouveau workflow d'OptiMorph basé sur la dérivée au sens d'Hadamard

Présentation des 3 modèles de vagues

3 modèles à 3 complexités différentes:

Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

Présentation des 3 modèles de vagues

3 modèles à 3 complexités différentes:

Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

SWAN

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

✔ Rapide.
✔ Calcul entièrement l'action des vagues.

✖ Ne traite pas les ondes longues.

Présentation des 3 modèles de vagues

3 modèles à 3 complexités différentes:

Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

SWAN

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

✔ Rapide.
✔ Calcul entièrement l'action des vagues.

✖ Ne traite pas les ondes longues.

XBeach

Résout séparément les ondes longues (vagues à vagues) et les ondes courtes (spectral).

✔ Très physique.
✔ Résout également la circulation.

✖ Temps de calculs assez conséquents.

Comparaison des modèles de vagues

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.

Comparaison des modèles de vagues

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.

- Shoaling : $H_{\text{RMSE}} = 4.5$ cm.
- SWAN : $H_{\text{RMSE}} = 3.3$ cm.
- XBeach : $H_{\text{RMSE}} = 2.8$ cm.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

Présentation des expériences en canal : SANDS et LIP

SANDS (Eichentopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
- SANDS 2: Une partie accretive sur le profil final de SANDS 1.

	Fond initial	H_S[m]	T_0[s]	Durée [h]
A	Profil initial	0.53	4.14	23.5
B	Résultat de A	0.32	5.44	20.4

Table 1: Paramètres de SANDS.

Présentation des expériences en canal : SANDS et LIP

SANDS (Eichentopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
- SANDS 2: Une partie accretive sur le profil final de SANDS 1.

	Fond initial	H_S[m]	T_0[s]	Durée [h]
A	Profil initial	0.53	4.14	23.5
B	Résultat de A	0.32	5.44	20.4

Table 1: Paramètres de SANDS.

LIP (Roelvink and Reniers, 1995)

The Delta Flume of Delft Hydraulics mesure 225x7x5 m.

- LIP-1A: Avant la tempête, création d'une barre sédimentaire sur une plage linéaire de pente 1/30.
- LIP-1B: Tempête, la barre se déplace vers le large sous l'action de grosses vagues, érosion.
- LIP-1C: Après la tempête, la barre se déplace vers la côte, accrétion.

	Fond initial	H_S[m]	T_0[s]	Durée [h]
1A	Profil initial	0.9	5	
1B	Résultat de 1A	1.4	5	18
1C	Résultat de 1B	0.6	8	13

Table 2: Paramètres de LIP.

Résultats en canal de l'expérience SANDS

Paramètres:

- $H_s = 0.32$ m
- $T_0 = 5.44$ s
- $T_f = 23$h30
- Pente: 1/15

Figure 24: ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu).* ***B)*** *Écarts de* $\psi_f - \psi_i$.

Résultats en canal de l'expérience SANDS

Paramètres:

- $H_s = 0.32$ m
- $T_0 = 5.44$ s
- $T_f = 23$h30
- Pente: 1/15

Figure 24: ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu).* ***B)*** *Écarts de* $\psi_f - \psi_i$.

- Shoaling : $\psi_{\text{RMSE}} = 11.7$ cm.
- SWAN : $\psi_{\text{RMSE}} = 12.7$ cm.
- XBeach : $\psi_{\text{RMSE}} = 13.5$ cm.

Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Paramètres:

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

Figure 25: ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Paramètres:

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

Figure 25: ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.

Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

Paramètres:

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

Figure 25: ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.
- Mais aucun déplacement latéral de la barre extérieure.

Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,

Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left(\frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left(\frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

Figure 26: ***A)*** *Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour* $p = 0, 1, 2$ *et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C.* ***B)*** *Distribution des vitesses pour* $p = 1$.

Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left(\frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

Figure 26: ***A)*** *Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour* $p = 0, 1, 2$ *et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C.* ***B)*** *Distribution des vitesses pour* $p = 1$.

- Mais $V > 0$ pour ce choix $\Rightarrow$ pas de déplacement de barre sédimentaire vers le large (comme dans LIP-1B).

Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.

Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.
- Comment calculer $\nabla_V \mathcal{J}$?

Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.
- Comment calculer $\nabla_V \mathcal{J}$?
- Est-ce que les déplacements morphodynamiques latéraux peuvent minimiser $\mathcal{J}$?

Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).

Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).

Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

- Caractéristiques observables dans la nature.

Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).

Comparaison avec une référence de la littérature

L.D Wright and A.D Short (1984). "Morphodynamic variability of surf zones and beaches: A synthesis". In: *Marine Geology*, Volume 56.

Figure 28: (left) Plan and profile configurations of the six major beach states. (right) Beach profile mobility in relation to modal beach state and state variability.

Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

Paramètres:

- SWAN
- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50

Figure 29: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.

Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

Paramètres:

- SWAN
- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50

Figure 29: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.

- Création d'une barre sédimentaire au point d'inflexion de la vague.

Comparaison avec une référence de la littérature

REF DE FRED

Figure 30: *Caption1.*

Figure 31: *Caption2*

Temps de calcul

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 180 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 1000 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation for with 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

Temps de calcul

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 180 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 1000 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation for with 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.

Temps de calcul

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 180 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 1000 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation for with 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

Temps de calcul

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 180 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
Simulation with 1000 points	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation for with 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

Video 1: Démonstration.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,
  - ...

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,
  - ...
  - Tous les ajouts sont possibles.

Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,
  - ...
  - Tous les ajouts sont possibles.
  - Une validation exactement comme en 1D.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

Présentation de l'expérience Copter 2D

Les vagues irrégulières de JONSWAP sont générées sur des séquences de 20 mn, répétées plusieurs fois. Quatre climats de vagues typiques:

- La tempête se lève : $H_{m0} = 17\ \mathrm{cm}/T_p = 2.1\ \mathrm{s}$.
- Sommet de la tempête : $H_{\mathrm{m0}} = 23\ \mathrm{cm}/T_p = 2.3\ \mathrm{s} \rightarrow$ **Géotube**.
- La tempête faiblit : $H_{\mathrm{m0}} = 18\ \mathrm{cm}/T_p = 3.5\ \mathrm{s}$.
- Conditions de vagues calmes : $H_{\mathrm{m0}} = 11\ \mathrm{cm}/T_p = 2.\ \mathrm{s}$

Figure 32: Schéma de Copter 2D.

Figure 33: Photo de l'expérience Copter 2D.

Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

Paramètres:

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

Experimental

Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

Paramètres:

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

Experimental

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

Paramètres:

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

Experimental

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

COPTER 2D

Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

COPTER 2D

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

Multi-1D Shoaling

REF/DIF

COPTER 2D

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

Paramètres:

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

Multi-1D Shoaling | **REF/DIF** | **COPTER 2D**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.
- Une réaction morphodynamique légère avec le modèle REF/DIF.

Figure 34: H initial avec Shoaling

Figure 35: H initial avec REF/DIF

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, pour la création de barres sédimentaires.
- Une nouvelle approche de calcul du gradient par rapport à la forme.
- Des cas de benckmark validés.

Publications:

Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (2024). "Beaches morphodynamic modeling based on hadamard sensitivity analysis. ". In: *Ocean Modelling*, page 102370.

Ronan Dupont, Megan Cook, Frédéric Bouchette, Bijan Mohammadi, and Samuel Meulé. (2023). "Sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization.". In: *Ocean Modelling*, page 102197.

Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral.
- Continuer la validation in situ (accrétion, 2D,...).
- Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques.
- Étoffer le modèle 2D (simplifier l'utilisation pour des cas réels,...).
- Utiliser l'approche d'Hadamard dans un contexte différent (aérodynamique, theromodynamique, ...).

En cours de publication:

Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (202X). "2DH Morphodynamic Modelling By Minimization Principle."

Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "

Un projet en parallèle

Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "

2D element with:
- ● : *Summits dofs*
- ■ : *Edges dofs*
- ▲ : *Inner dofs.*

Maillage polyédrique du port de Cherbourg.

Résultats VEM des équations d'Helmholtz et Mild-Slope sur le port de Cherbourg.

Merci pour votre attention!

References

Nouveau modèle de vagues

Modèle Shoaling

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement:

$$\mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) = H(x_{start}) + \left[H(x_{stop}) - H(x_{start})\right] \cdot f\left(\frac{x - x_{start}}{x_{stop} - x_{start}}\right) \cdot g\left(\frac{h_{max} - h}{h_{max} - h_{min}}\right)$$

Shoaling model:

Cook (2021)

$$H(x,t) = \begin{cases} [(1-\alpha(x))H_{\mathbf{0}}(t) + \alpha(x)H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t)]\, K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x < d_w \\ H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t) K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{B}} \end{cases}$$

Shoaling model:

Cook (2021)

$$H(x,t) = \begin{cases} [(1-\alpha(x))H_{\mathbf{0}}(t) + \alpha(x)H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t)]\, K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x < d_w \\ H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t) K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{B}} \end{cases}$$

Paramètres:

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s

Figure 37: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - Shoaling

Paramètres:

- **Shoaling Multi-1D**,
- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube en forme de gaussienne.

Initial

Final

Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - REF/DIF

Paramètres:

- **REF/DIF**,
- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube en forme de gaussienne.

Initial

Final