

# Couplage vague-morphodynamique du littoral par principe de minimisation

Présentée par Ronan Dupont  
le 30 septembre 2024

Sous la direction de Frédéric BOUCHETTE  
et Bijan MOHAMMADI

Devant le jury composé de

M. YATES  
E. I. TURKI  
P. MARCHESIELLO  
C. CHOQUET  
M. ERSOY  
F. BOUCHETTE  
B. MOHAMMADI

Chargée de Recherche, HDR  
Maîtresse de conférences, HDR  
Directeur de Recherche, HDR  
Professeure  
Maître de conférences, HDR  
Professeur  
Professeur

École des Ponts, LHSV  
Univ de Normandie  
IRD, LEGOS  
Univ de La Rochelle  
Univ de Toulon  
Univ de Montpellier  
Univ de Montpellier

Rapporteuse  
Rapporteuse  
Examinateur  
Examinateuse  
Examinateur  
Directeur de thèse  
Directeur de thèse

## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
  - Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
  - Explorer une nouvelle manière de modéliser la dynamique du littoral avec un nombre limité d'hyperparamètres.
  - Développer un outil rapide d'exécution pour la conception de structures de défense en ingénierie côtière.



**Figure 1:** Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

 Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
  - Optimisation de positionnement de géotubes.
  - Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

 Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
  - Optimisation de positionnement de géotubes.
  - Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

 Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
  - Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

 Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
  - Optimisation de positionnement de géotubes.
  - Étude théorique d'un modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

 Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
  - Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

 Megan Cook (2018 - 2021)

- Introduction contraintes physiques sur le modèle de minimisation (conservation, pente, etc). Développement du modèle OptiMorph.
  - Optimisation du réaménagement du port de la Turballe avec suivi du trait de côte.

## Sommaire

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
  - 2 Vers un modèle morphodynamique
  - 3 Extension à un modèle générique
  - 4 Évolution du modèle en 2D
  - 5 Conclusion et Perspectives

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

Quelle quantité doit évoluer ?

Fond marin  $\psi(x, y)$

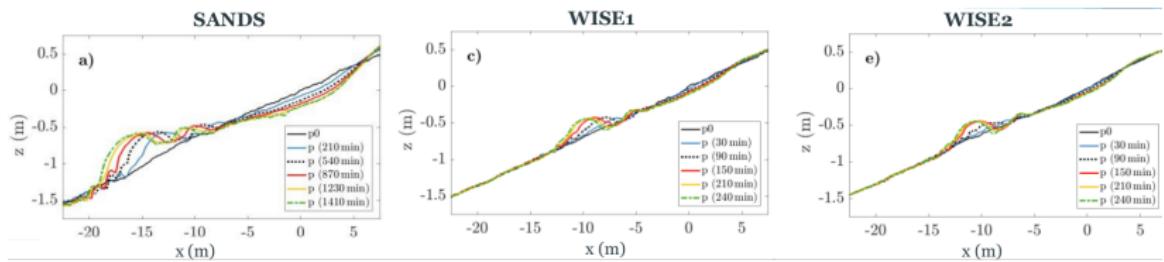


*Figure 2: Plage de l'Espiguette*

## Quelle quantité minimiser ?



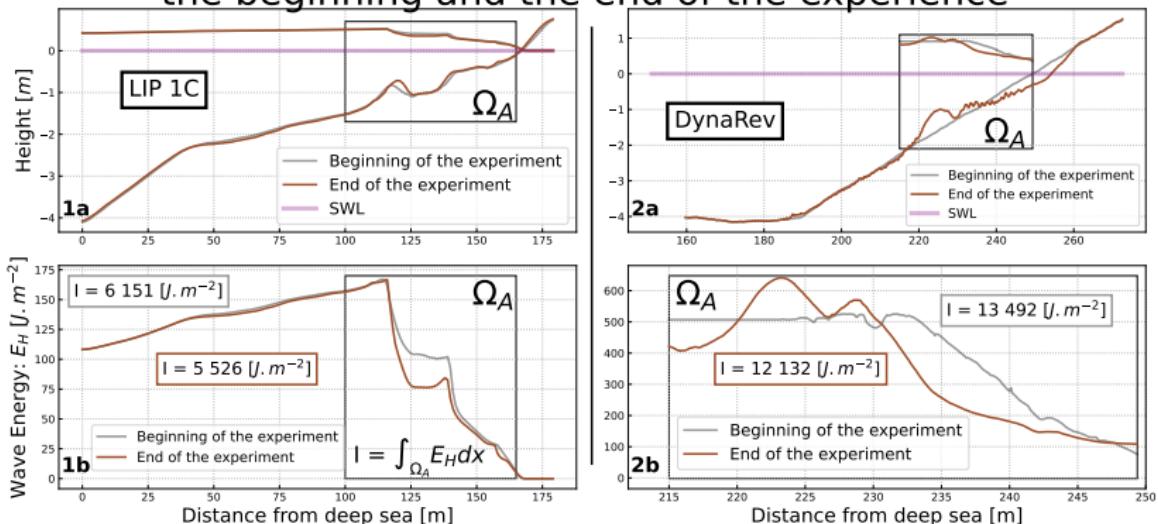
*Figure 3: Under impact of waves - Li Yan et al. (2019)*



**Figure 4: Evolution of beach profiles under erosive (left panels) wave conditions in SANDS, WISE 1 and WISE 2 at selected time steps.** - Sonja Eichentopf et al. (2018)

# Quelle quantité minimiser ?

## Comparison of Wave Energy $E_H$ between the beginning and the end of the experience

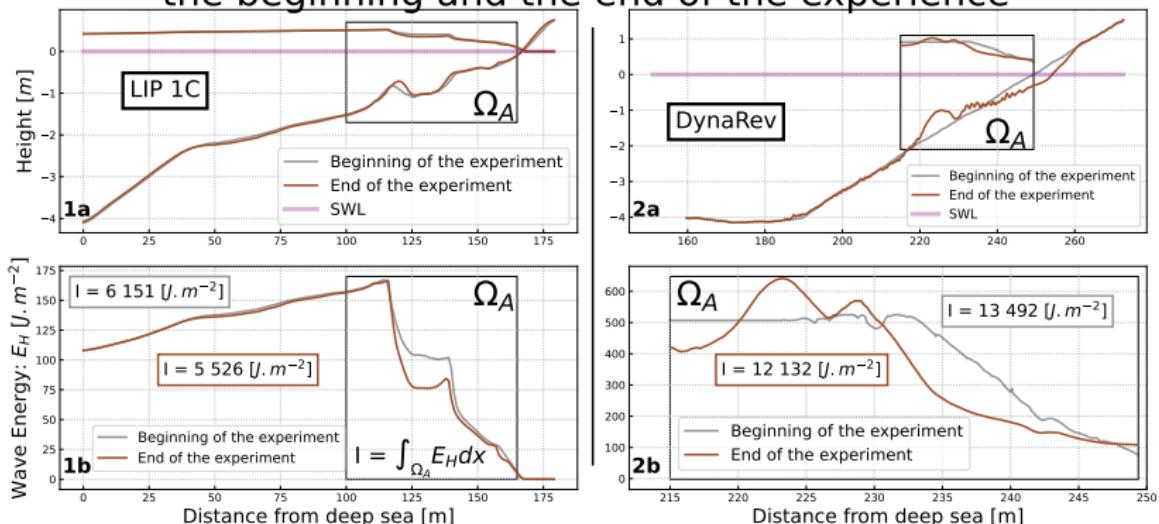


*Figure 5: 1) Expérience LIP 1C avec  $H$  générée par XBeach. 2) Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. a) Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). b) Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .*

# Quelle quantité minimiser ?

$$I_i \approx 0.9 I_f$$

Comparison of Wave Energy  $E_H$  between the beginning and the end of the experience



*Figure 5: 1) Expérience LIP 1C avec  $H$  généré par XBeach. 2) Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. a) Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). b) Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .*

Quelle quantité minimiser ?

Minimiser l'énergie des vagues à travers la fonction de coût:

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} E_H dx$$

représente la physique.

## Quel fond minimise l'énergie des vagues ?



Quel est le fond  $\psi$  minimisant l'énergie des vagues ?  $\min_{\psi} \mathcal{J}(\psi)$  ?

Un "fond possible"...



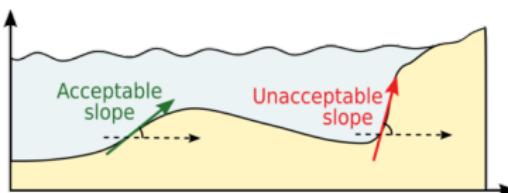
*Image provenant d'un photomontage.*

Cette solution à  $\mathcal{J} = 0$  minimise au maximum l'énergie des vagues.

# Ajout de contraintes physiques

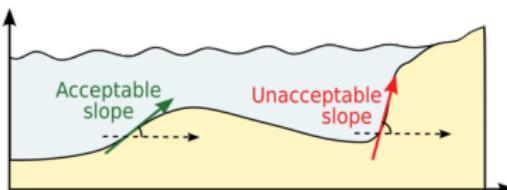
# Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

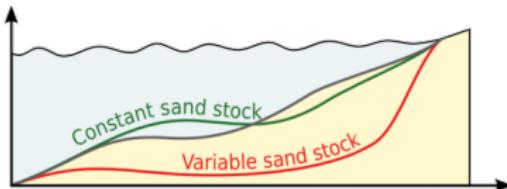


# Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

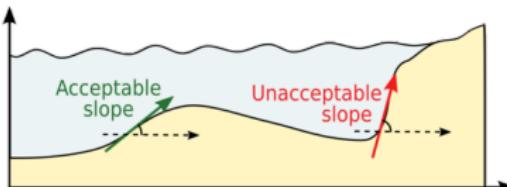


- Conservation sableuse:

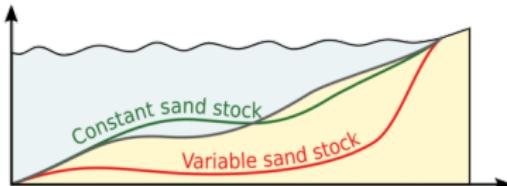


# Ajout de contraintes physiques

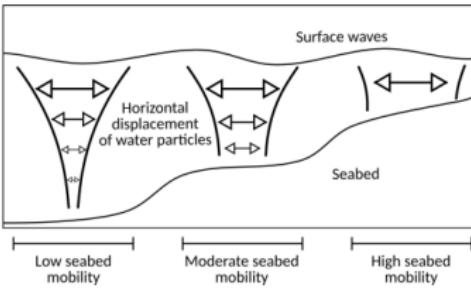
- Pente maximale:



- Conservation sableuse:



- Excitation sableuse:



1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

Validité du modèle

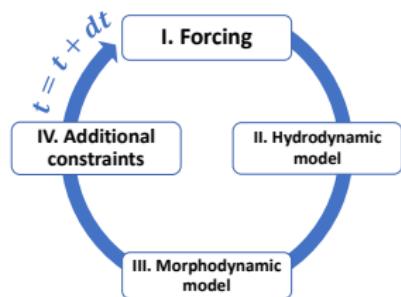
Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

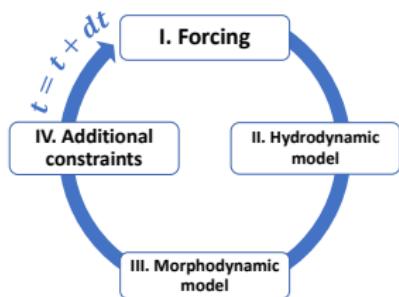
4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

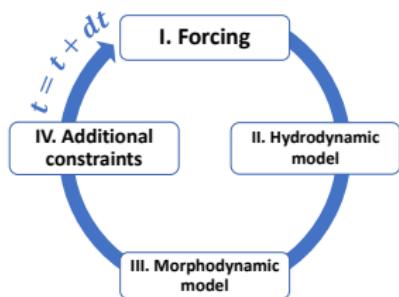
*Figure 6: Premier workflow.*



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

*Figure 6: Premier workflow.*

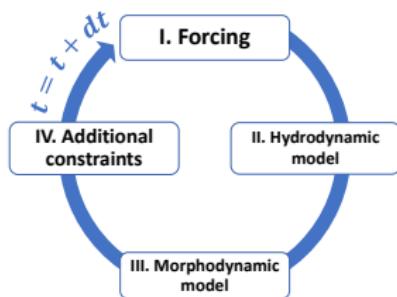
- Paramètres hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

*Figure 6: Premier workflow.*

- Paramètres hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .
  - Paramètres morphodynamique:

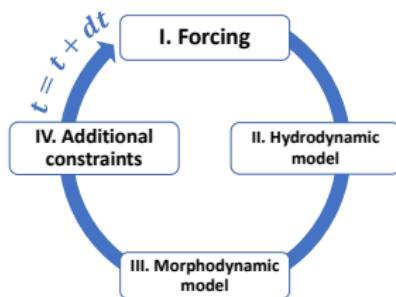


*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

*Figure 6: Premier workflow.*

- Paramètres hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .
  - Paramètres morphodynamique:
  - Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .

## Premier workflow du modèle et quelques notations



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

*Figure 6: Premier workflow.*

- Paramètres hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .
  - Paramètres morphodynamique:
  - Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .
  - Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .  
 $\Upsilon$ .

## Premier modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

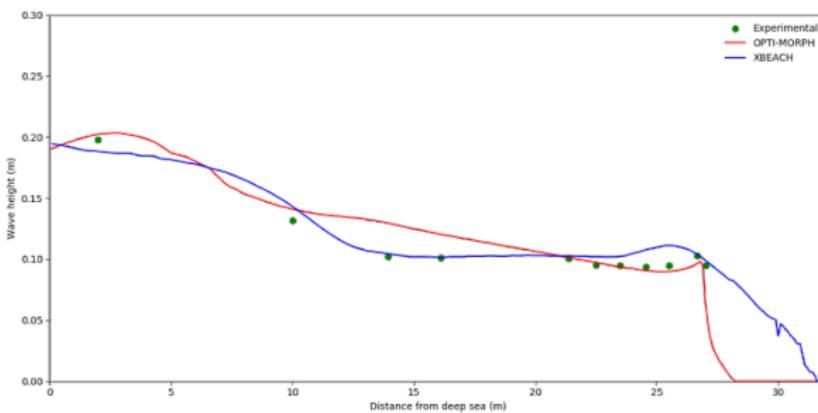
avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement.

# Premier modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement.



### Paramètres:

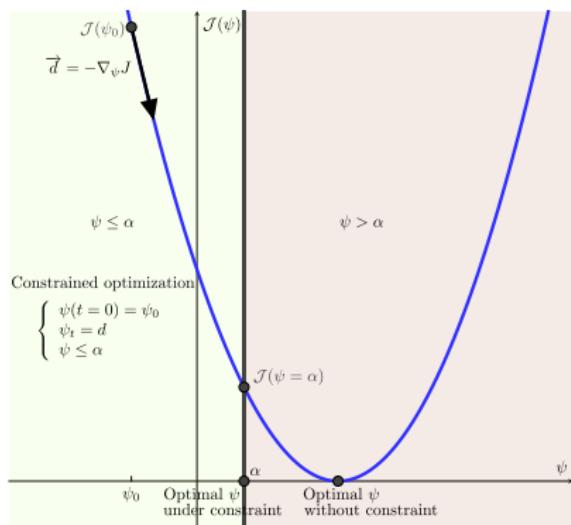
- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$

Figure 8: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

## Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

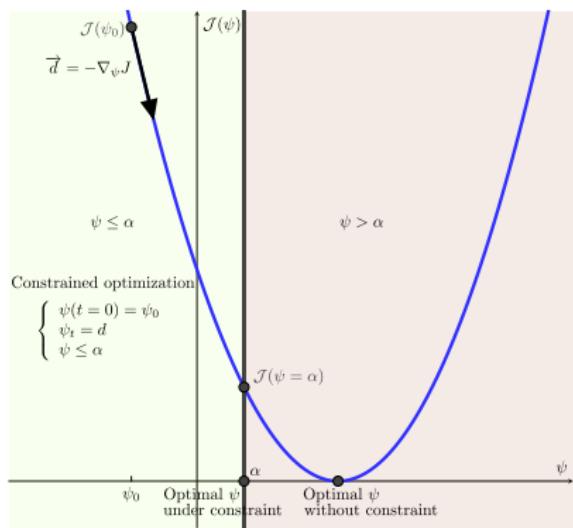
## Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

$$\bullet \quad \mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega,$$



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

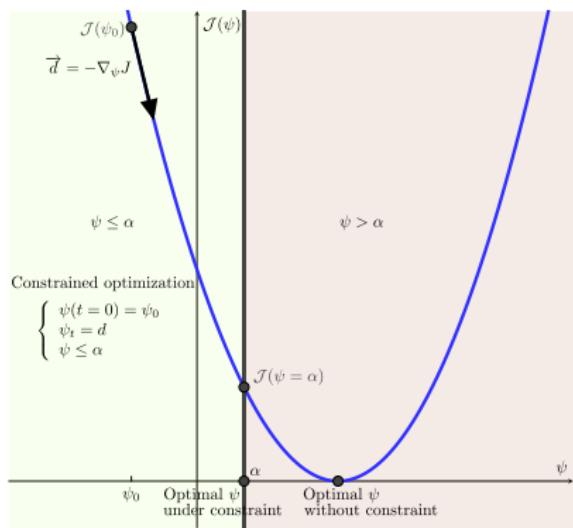
## Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega,$
  - $\psi(t)$ : le fond sableux au temps  $t$ ,



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

## Modèle morphodynamique

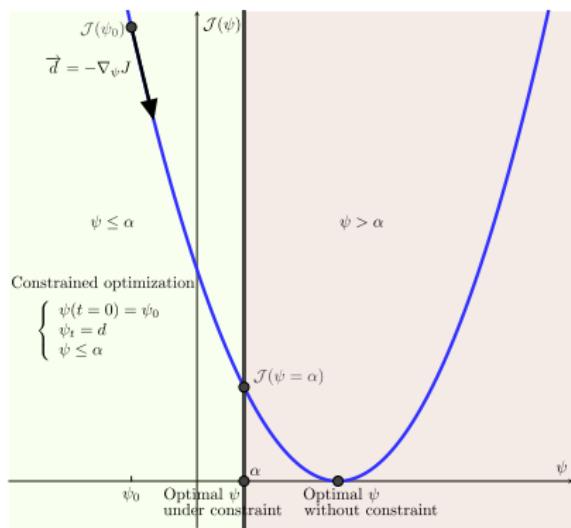
## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega$ ,
  - $\psi(t)$ : le fond sableux au temps  $t$ ,
  - $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.

Rq: Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi}\mathcal{J}$ ,



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega$ ,
- $\psi(t)$ : le fond sableux au temps  $t$ ,
- $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
- **Rq:** Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,
- $\Upsilon$ : la mobilité sédimentaire,

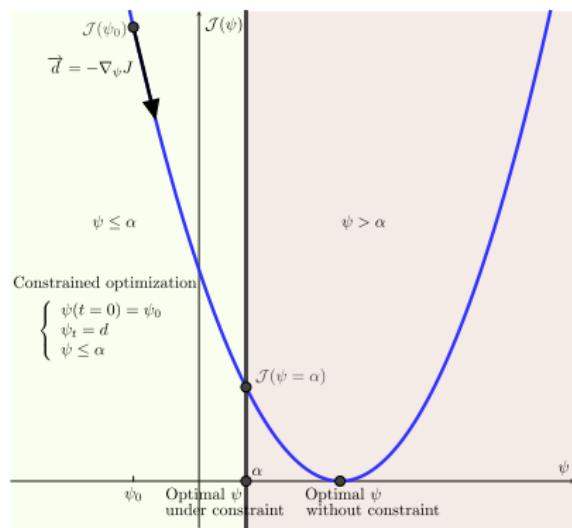


Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega$ ,
  - $\psi(t)$ : le fond sableux au temps  $t$ ,
  - $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
- Rq:** Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,
- $\Upsilon$ : la mobilité sédimentaire,
  - $\wedge$ : l'excitation du fond sableux par les vagues.

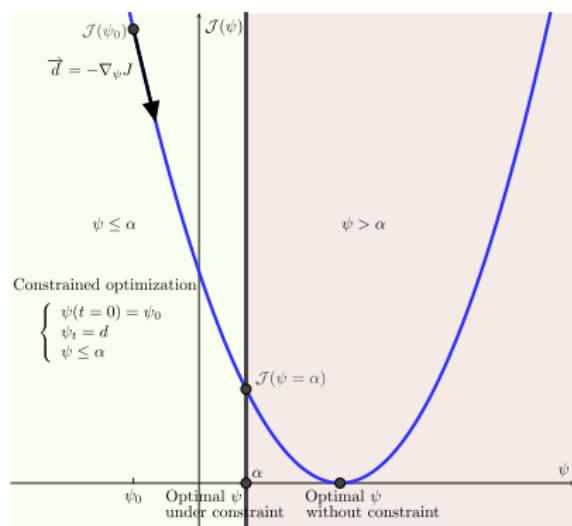


Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Ajout de contraintes physiques

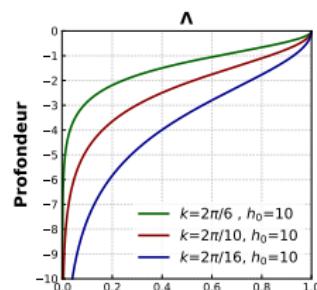
- Excitation sableuse. D'après (Sousby, 1987):

$$\varphi : \Omega \times [0, h_0] \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$(x, z) \mapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



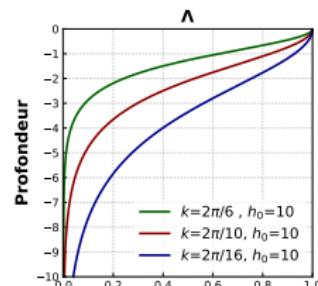
# Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{slope}.$$

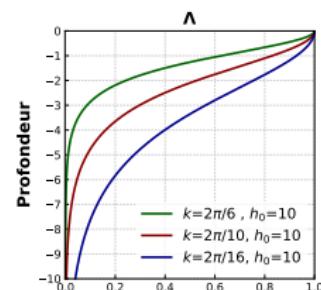
# Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}.$$

- Conservation sableuse:

$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T_f].$$

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

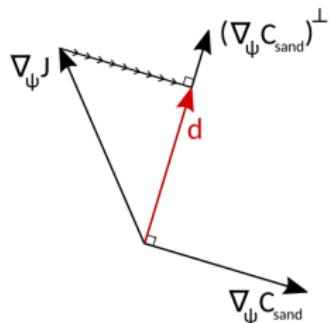
$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f], C_{\text{sand}}(t) = 0$ .



*Figure 10: Projection.*  
Cook (2021).

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f]$ ,  $C_{\text{sand}}(t) = 0$ .

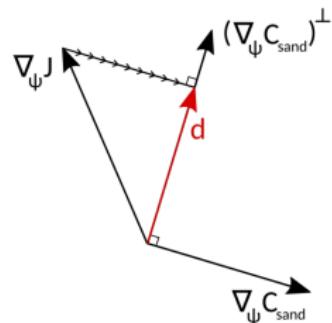


Figure 10: Projection.  
Cook (2021).

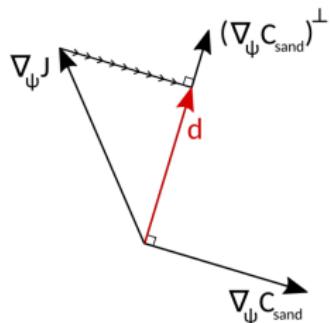
avec donc:

$$d = \nabla_{\psi} \mathcal{J} - \left\langle \nabla_{\psi} \mathcal{J}, \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\|\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\|\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}\|},$$

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut  $\forall t \in [0, T_f], C_{\text{sand}}(t) = 0$ .



*Figure 10: Projection.  
Cook (2021).*

avec donc:

$$d = \nabla_{\psi} \mathcal{J} - \left\langle \nabla_{\psi} \mathcal{J}, \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\| \nabla_{\psi} C_{\text{sand}} \|} \right\rangle \frac{\nabla_{\psi} C_{\text{sand}}}{\| \nabla_{\psi} C_{\text{sand}} \|},$$

et

$$\nabla_\psi C_{\text{sand}}(t) = 2\psi \int_\Omega (\psi - \psi_0) dx.$$

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

Présentation du modèle

**Validité du modèle**

Résultats 1D du modèle

Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta t = 0.18$  s

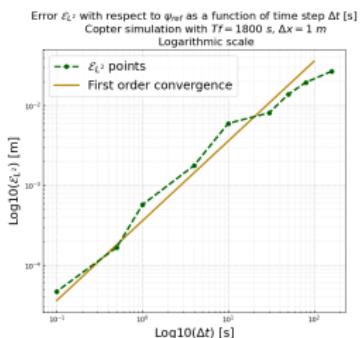


Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta t = 0.18$  s

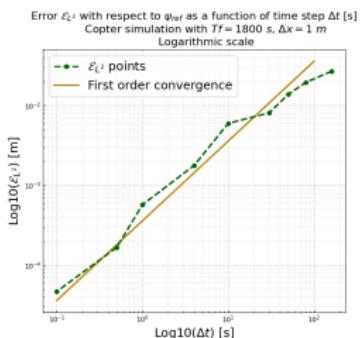


Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.

$\psi_{\text{ref}}$  à  $\Delta x = 0.5$  mm

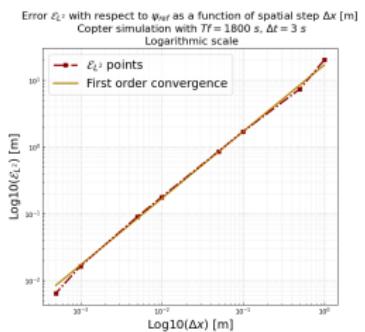
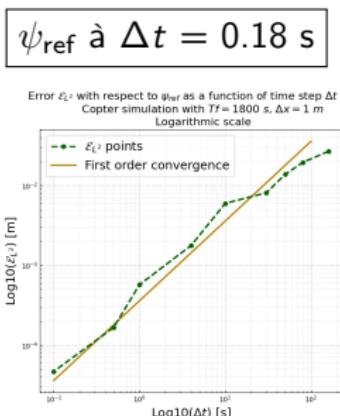


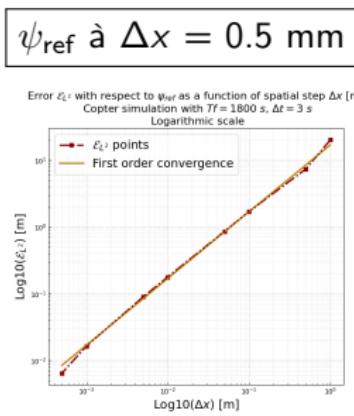
Figure 12: Convergence spatiale avec  $\Delta x$  dans  $[0.001, 2]$  m.

On définit l'erreur:

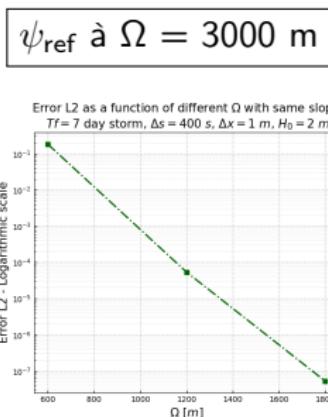
$$\varepsilon_{L^2} = \|\psi_{\text{ref}} - \psi\|_{L^2}.$$



*Figure 11: Convergence temporelle avec  $\Delta t$  dans  $[0.18, 90]$  s.*



*Figure 12: Convergence spatiale avec  $\Delta x$  dans  $[0.001, 2]$  m.*



*Figure 13: Passage à l'échelle, vérification de la bonne prise en compte des contraintes.*

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique
  - Présentation du modèle
  - Validité du modèle
  - Résultats 1D du modèle
  - Extension du modèle en multi-1D
- 3 Extension à un modèle générique
- 4 Évolution du modèle en 2D
- 5 Conclusion et Perspectives

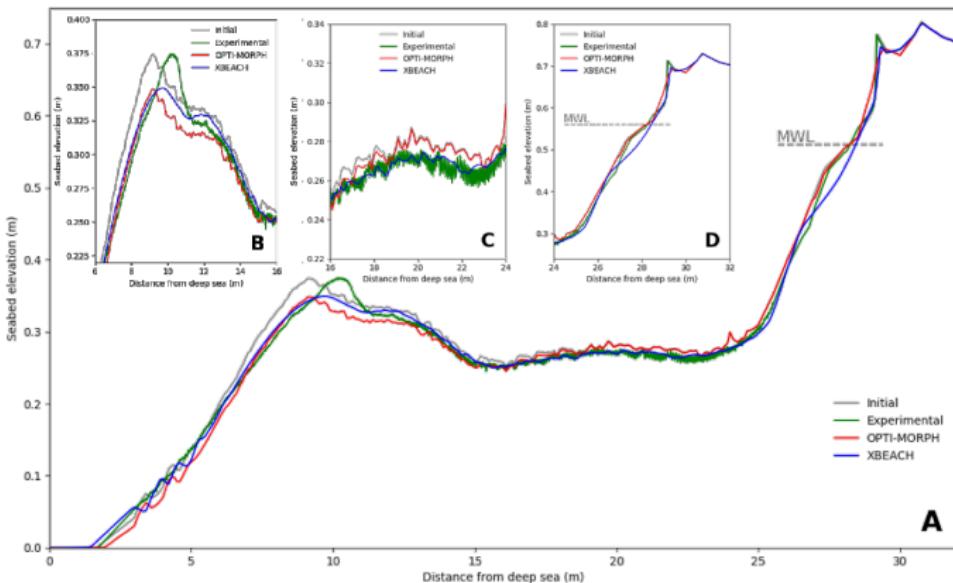
# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter



Cook (2021)

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$



*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

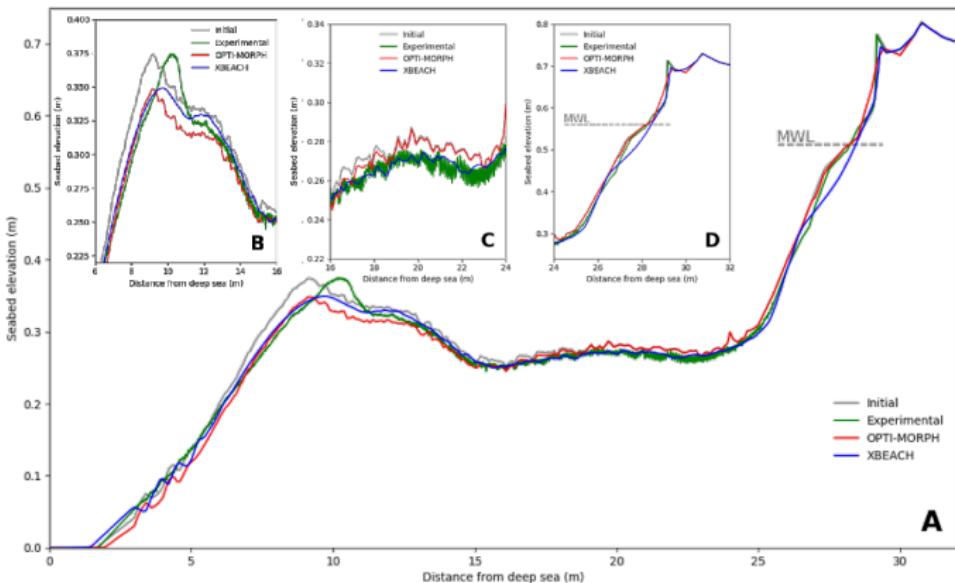
# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter



Cook (2021)

## Paramètres:

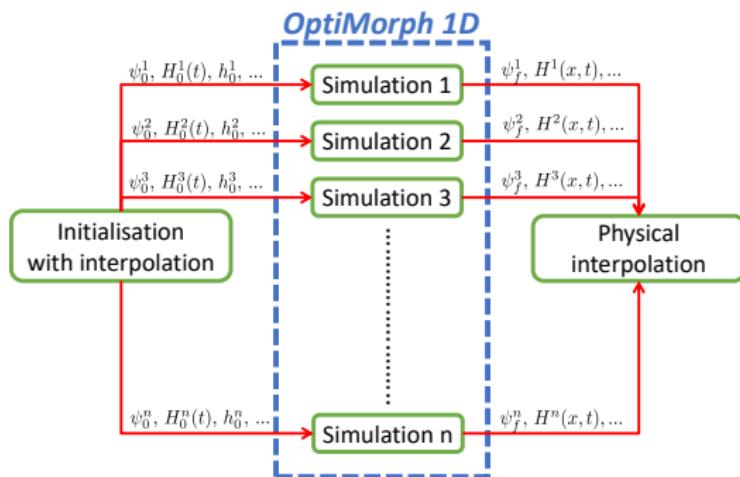
- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$
- Pas de déplacement latéral de la barre sédimentaire



*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
  - Présentation du modèle
  - Validité du modèle
  - Résultats 1D du modèle
  - Extension du modèle en multi-1D
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

## Workflow et cas applicatif



*Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.*

# Workflow et cas applicatif

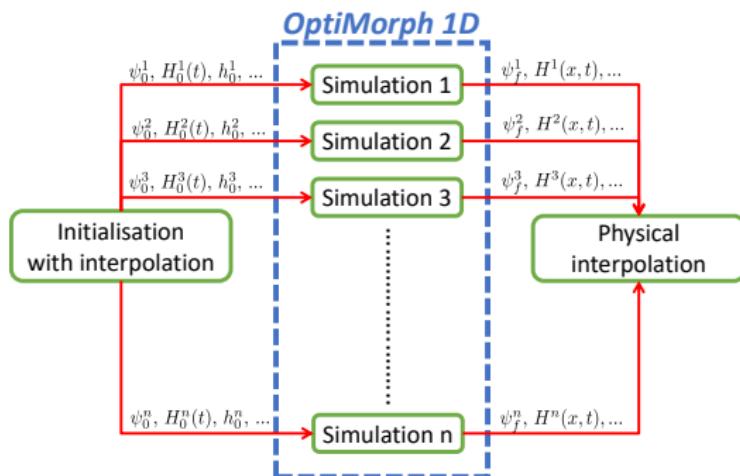


Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.

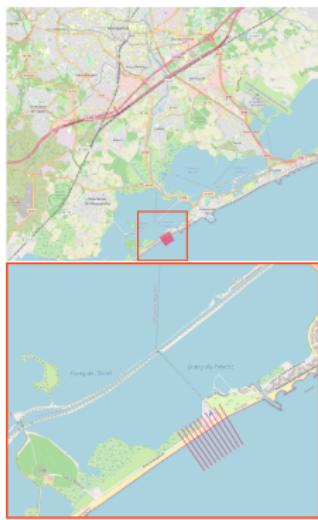


Figure 16: Géographie de la simulation au sud de Montpellier.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

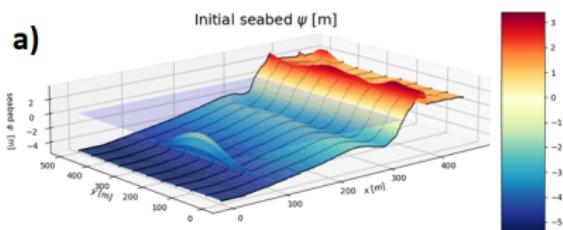
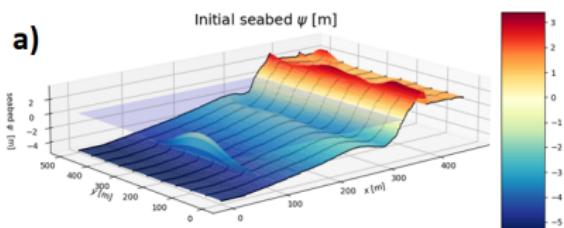


Figure 17: Fond initial.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel



*Figure 17: Fond initial.*

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

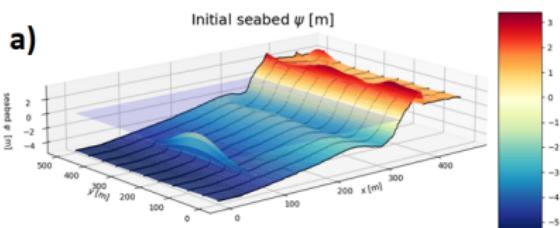


Figure 17: Fond initial.

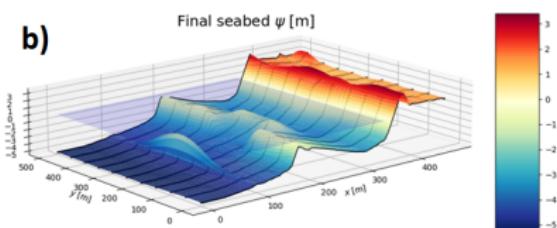


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

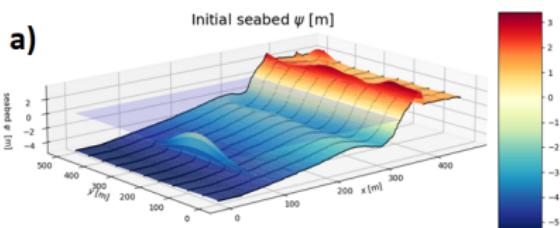


Figure 17: Fond initial.

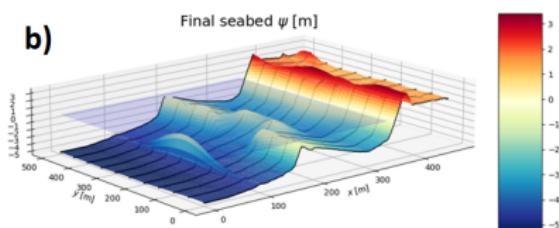


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2$  m ,
- $T_0 = 2$  s,
- $T_f = 3$  jours,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500]$  m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

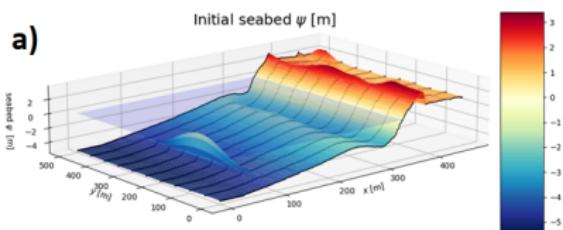


Figure 17: Fond initial.

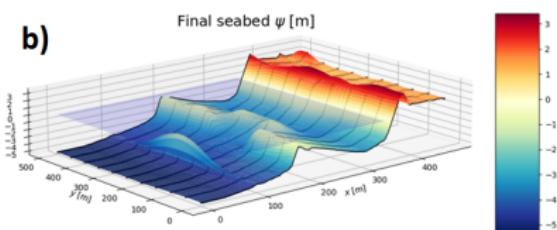


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2$  m ,
- $T_0 = 2$  s,
- $T_f = 3$  jours,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500]$  m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

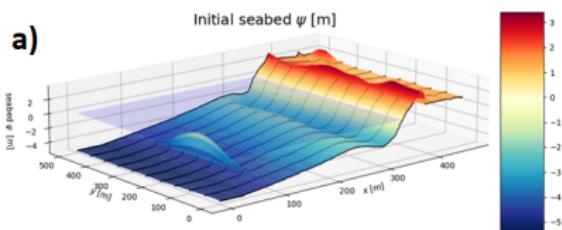


Figure 17: Fond initial.

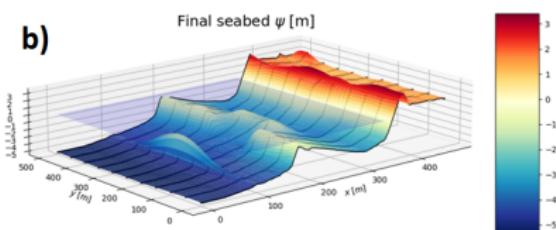


Figure 18: Fond final.

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ ,
- $T_0 = 2 \text{ s}$ ,
- $T_f = 3 \text{ jours}$ ,
- $\Omega = [0, 450] \times [0, 500] \text{ m}$ ,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.
- Mais aucun mécanisme de transport longshore.

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_\psi J$  ?  
Validation numérique de la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Présentation du nouveau modèle basé sur la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

3 Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_\psi J$  ?

Validation numérique de la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard

Présentation du nouveau modèle basé sur la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard

Résultats morphodynamiques

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega. \end{array} \right.$$

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega. \end{array} \right.$$

## Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
  - ✓ Rapide.
  - ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) \mathrm{d}\Omega. \end{array} \right.$$

# Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
  - ✓ Rapide.
  - ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

## Différences Finies

- ✓ Facile à calculer.
  - ✗  $N + 1$  évaluations nécessaires.
  - ✗ Temps de calculs très longs.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(\psi) d\Omega. \end{array} \right.$$

# Calcul Analytique

- ✓ Solution exacte.
  - ✓ Rapide.
  - ✗ Faisable seulement sur un modèle simple.

## Différences Finies

- ✓ Facile à calculer.
  - ✗  $N + 1$  évaluations nécessaires.
  - ✗ Temps de calculs très longs.

## Définition



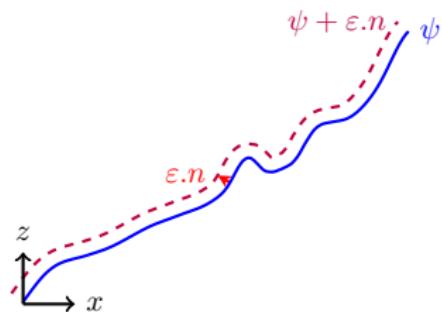
- ✓ Robuste.
  - ✗ Pré-traitement lourd.
  - ✗ Dépendance à C / Fortran 90.

## Le calcul de $\nabla_{\psi}\mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_{\psi} \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec  $n$ : vecteur normal à la forme.



*Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.*

# Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec  $n$ : vecteur normal à la forme.

À l'ordre 1:

$$\begin{aligned} \nabla_\psi \mathcal{J} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathcal{J}(\psi) + \varepsilon \nabla_X \mathcal{J}.n - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon}, \\ &\approx (\nabla_X \mathcal{J}).n, \end{aligned}$$

avec  $X = (x, z)^\top$ .

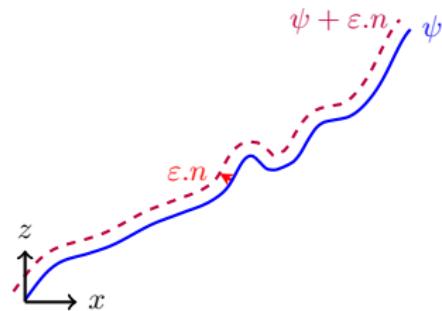


Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique

3 Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_\psi J$  ?

Validation numérique de la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard

Présentation du nouveau modèle basé sur la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard

Résultats morphodynamiques

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

## Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = ax + b\}$$

et  $\mathcal{J} = \cos(\psi)$ , avec  $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}}$ .

## Vérification numérique sur un cas analytique

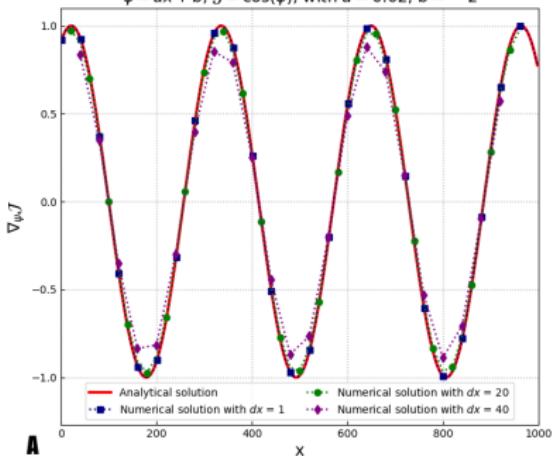
On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = ax + b\}$$

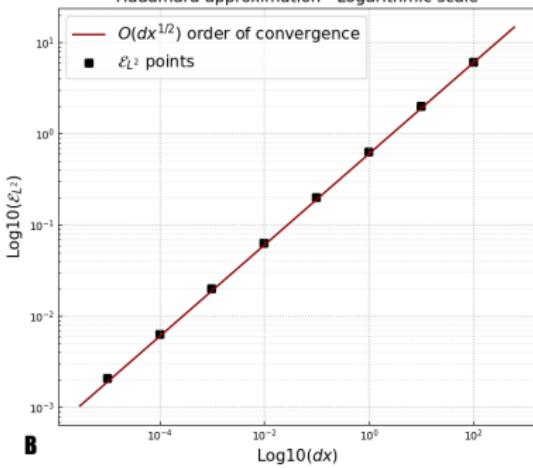
et  $\mathcal{J} = \cos(\psi)$ , avec  $\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}$ .

$\nabla_w J$  using Hadamard approximation with the following problem:

$$w = ax + b, \quad t = \cos(w), \text{ with } a = 0.02, b = -2$$



Error  $\mathcal{E}_{L^2}$  between the analytical and numerical solution of the Hadamard approximation - Logarithmic scale



**Figure 20:** A) Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard, B) Erreur numérique calculée par rapport à la solution analytique.

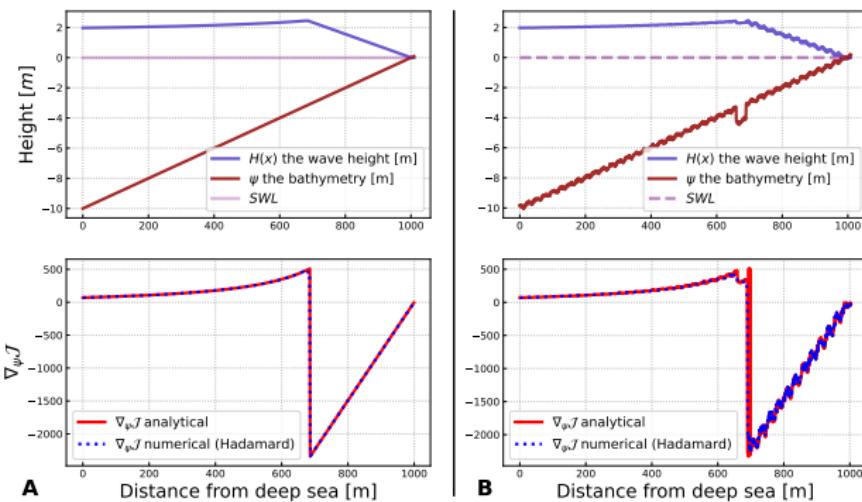
En posant:  $\nabla_x \mathcal{J} = \left( \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi} \right)^T$  et  $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$ , on calcule

# Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant:  $\nabla_X \mathcal{J} = \left( \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi} \right)^T$  et  $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2+dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$ , on calcule

$\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J} \cdot n$ .

Comparison of numerical and analytical  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  on the following problem:  
 $\psi$  linear without / with perturbations -  $H_0 = 2$  m -  $h_0 = 10$  m -  $T_0 = 10$  s



*Figure 21: A) Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard sur un cas simple, B) Solution analytique et approximative sur un cas perturbé.*

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_\psi J$  ?  
Validation numérique de la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Présentation du nouveau modèle basé sur la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Nouveau Workflow basé du la dérivée au sens d'Hadamard

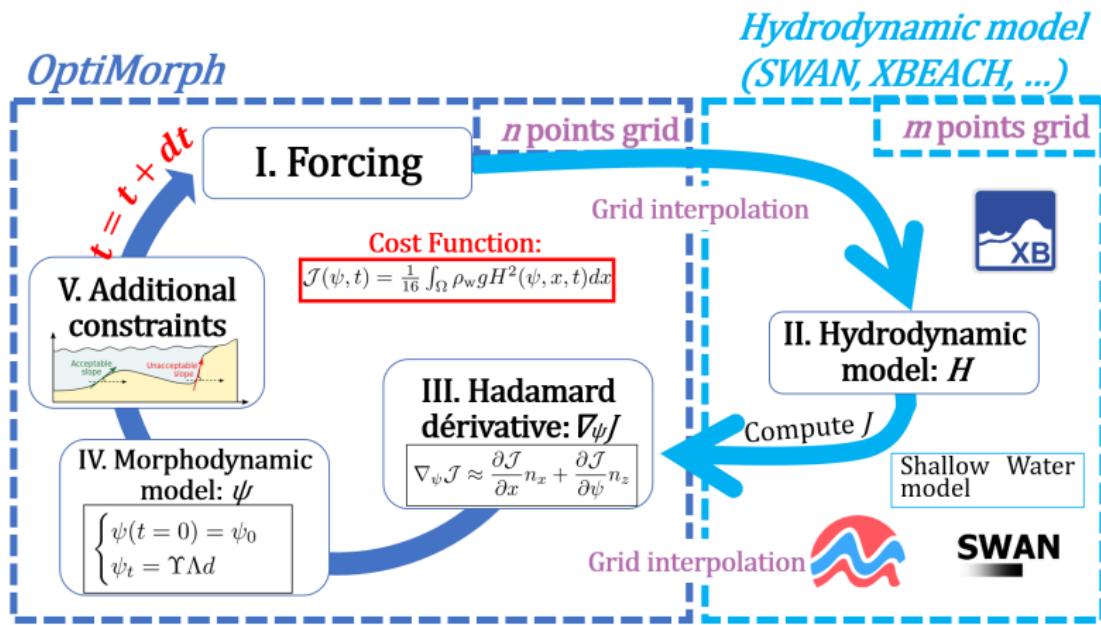


Figure 22: Nouveau workflow d'OptiMorph basé sur la dérivée au sens d'Hadamard

## Présentation des 3 modèles de vagues

3 modèles à 3 complexités différentes:

## Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

- ✓ Très rapide.
  - ✓ Calcul de  $\nabla_{\psi}\mathcal{J}$  analytiquement possible.
  - ✗ Très peu physique.

## Présentation des 3 modèles de vagues

3 modèles à 3 complexités différentes:

## Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

- ✓ Très rapide.
  - ✓ Calcul de  $\nabla_{\psi}\mathcal{J}$  analytiquement possible.
  - ✗ Très peu physique.

SWAN

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

- ✓ Rapide.
  - ✓ Calcul entièrement l'action des vagues.
  - ✗ Ne traite pas les ondes longues.

# Présentation des 3 modèles de vagues

## 3 modèles à 3 complexités différentes:

### Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

- ✓ Très rapide.
- ✓ Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  analytiquement possible.
- ✗ Très peu physique.

### SWAN

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

- ✓ Rapide.
- ✓ Calcul entièrement l'action des vagues.
- ✗ Ne traite pas les ondes longues.

### XBeach

Résout séparément les ondes longues (vagues à vagues) et les ondes courtes (spectral).

- ✓ Très physique.
- ✓ Résout également la circulation.
- ✗ Temps de calculs assez conséquents.

# Comparaison des modèles de vagues

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$

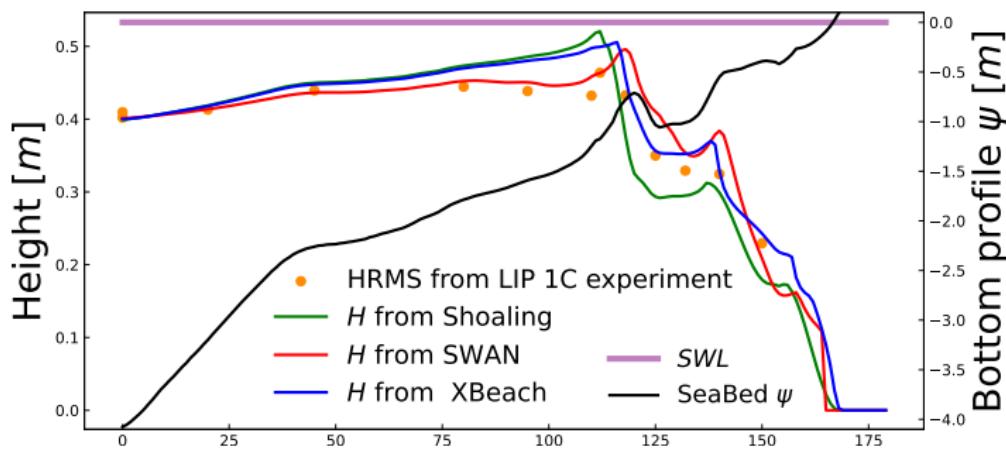
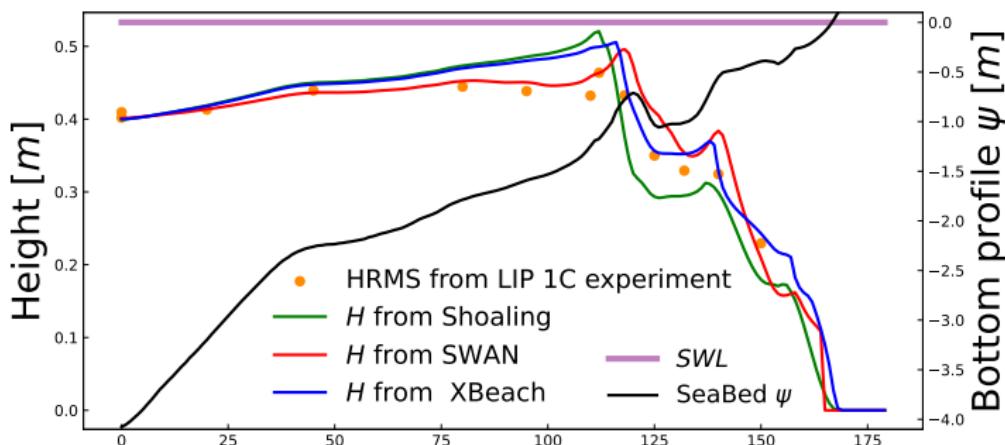


Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.

# Comparaison des modèles de vagues

## Paramètres:

- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$
- $T_f = 30 \text{ mins}$



*Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.*

- **Shoaling** :  $H_{\text{RMSE}} = 4.5 \text{ cm.}$
- **SWAN** :  $H_{\text{RMSE}} = 3.3 \text{ cm.}$
- **XBeach** :  $H_{\text{RMSE}} = 2.8 \text{ cm.}$

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique

Comment calculer  $\nabla_\psi J$  ?  
Validation numérique de la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Présentation du nouveau modèle basé sur la dérivée par rapport à la forme au sens d'Hadamard  
Résultats morphodynamiques
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

SANDS (Eichentopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
  - SANDS 2: Une partie accréitive sur le profil final de SANDS 1.

	Fond initial	$H_S$ [m]	$T_0$ [s]	Durée [h]
A	Profil initial	0.53	4.14	23.5
B	Résultat de A	0.32	5.44	20.4

**Table 1:** Paramètres de SANDS.

# Présentation des expériences en canal : SANDS et LIP

## SANDS (Eichertopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
- SANDS 2: Une partie accréitive sur le profil final de SANDS 1.

	Fond initial	$H_s$ [m]	$T_0$ [s]	Durée [h]
A	Profil initial	0.53	4.14	23.5
B	Résultat de A	0.32	5.44	20.4

Table 1: Paramètres de SANDS.

## LIP (Roelvink and Reniers, 1995)

The Delta Flume of Delft Hydraulics mesure 225x7x5 m.

- LIP-1A: Avant la tempête, création d'une barre sédimentaire sur une plage linéaire de pente 1/30.
- LIP-1B: Tempête, la barre se déplace vers le large sous l'action de grosses vagues, érosion.
- LIP-1C: Après la tempête, la barre se déplace vers la côte, accrétion.

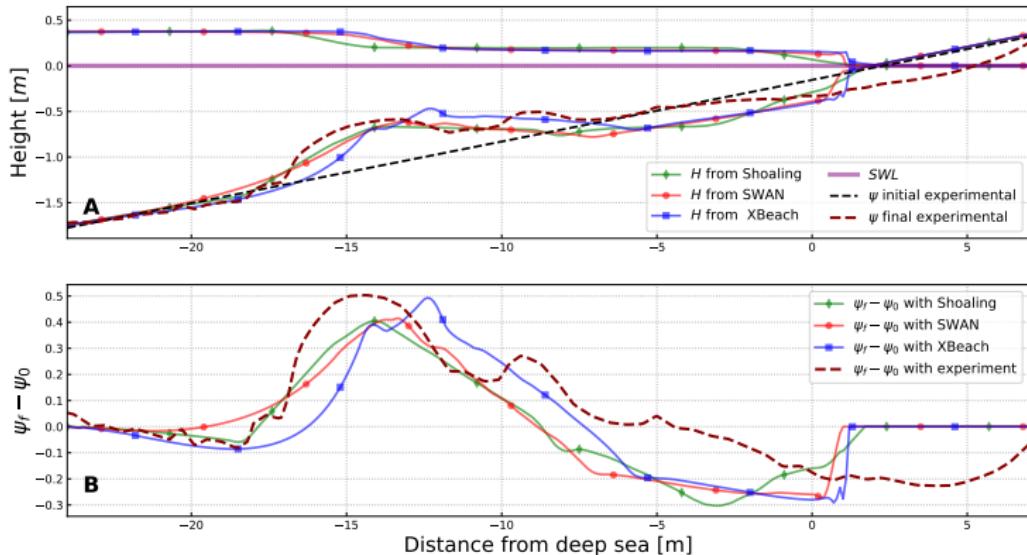
	Fond initial	$H_s$ [m]	$T_0$ [s]	Durée [h]
1A	Profil initial	0.9	5	
1B	Résultat de 1A	1.4	5	18
1C	Résultat de 1B	0.6	8	13

Table 2: Paramètres de LIP.

# Résultats en canal de l'expérience SANDS

## Paramètres:

- $H_s = 0.32 \text{ m}$
- $T_0 = 5.44 \text{ s}$
- $T_f = 23\text{h}30$
- Pente:  $1/15$

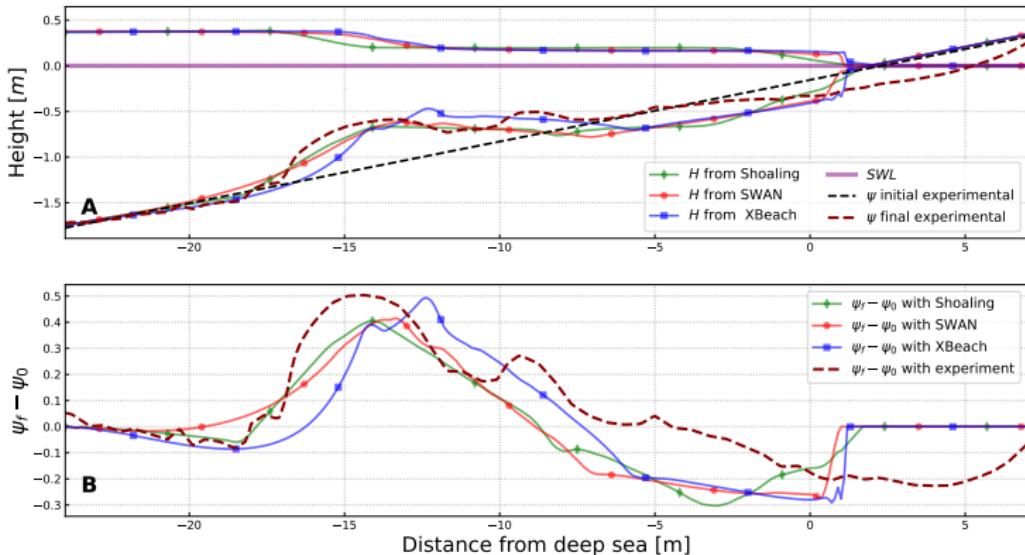


*Figure 24: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu). B) Écarts de  $\psi_f - \psi_0$ .*

## Résultats en canal de l'expérience SANDS

## Paramètres:

- $H_s = 0.32 \text{ m}$
  - $T_0 = 5.44 \text{ s}$
  - $T_f = 23\text{h}30$
  - Pente:  $1/15$



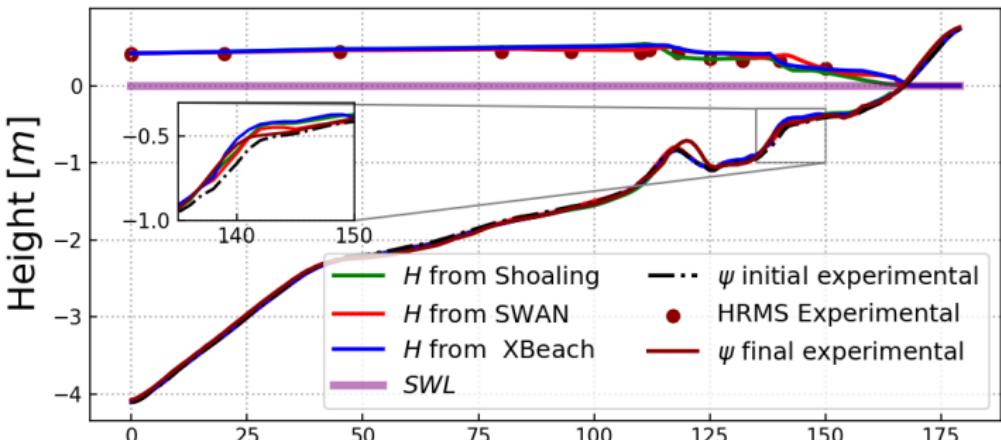
**Figure 24:** A) Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu). B) Écarts de  $\psi_f - \psi_i$ .

- Shoaling :  $\psi_{RMSE} = 11.7$  cm.
  - SWAN :  $\psi_{RMSE} = 12.7$  cm.
  - XBeach :  $\psi_{RMSE} = 13.5$  cm.

## Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6 \text{ m}$
  - $T_0 = 8 \text{ s}$
  - $T_f = 13\text{h}$
  - Pente: 1/30



**Figure 25:** A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6 \text{ m}$
- $T_0 = 8 \text{ s}$
- $T_f = 13\text{h}$
- Pente: 1/30

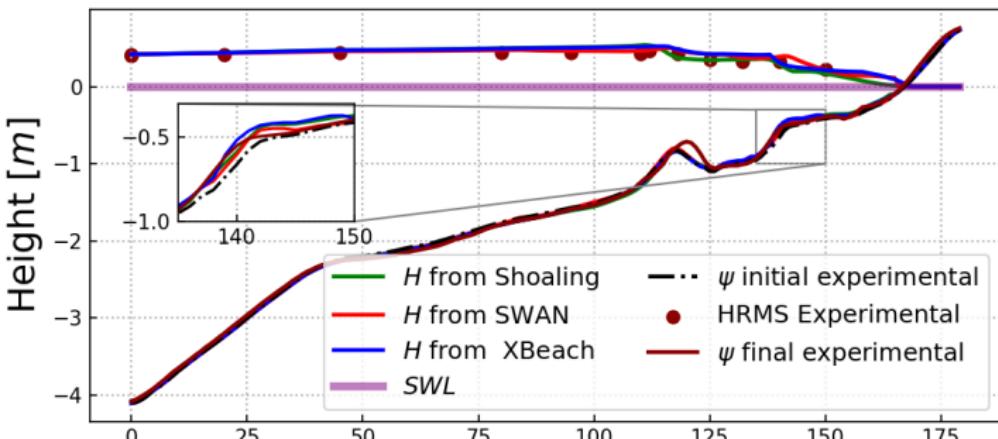


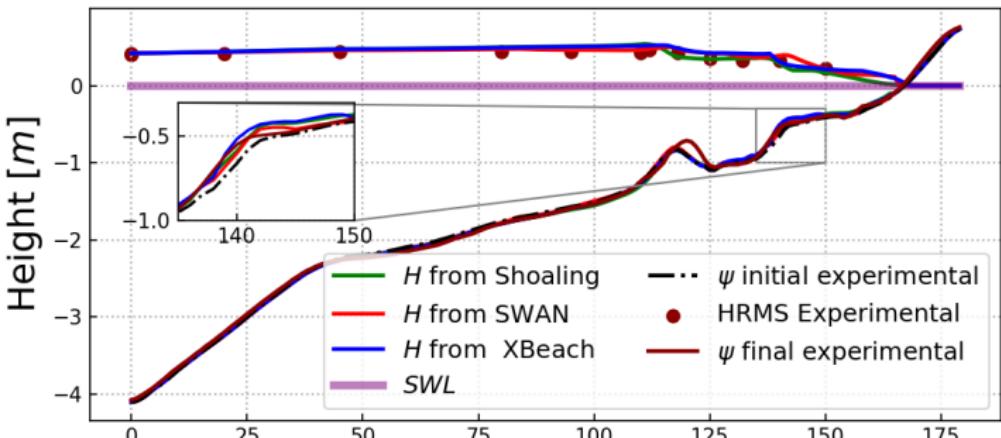
Figure 25: A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.

## Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

## Paramètres:

- $H_s = 0.6 \text{ m}$
  - $T_0 = 8 \text{ s}$
  - $T_f = 13 \text{ h}$
  - Pente:  $1/30$



**Figure 25:** A) Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.
  - Mais aucun déplacement latéral de la barre extérieure.

# Ajout de transport latéral

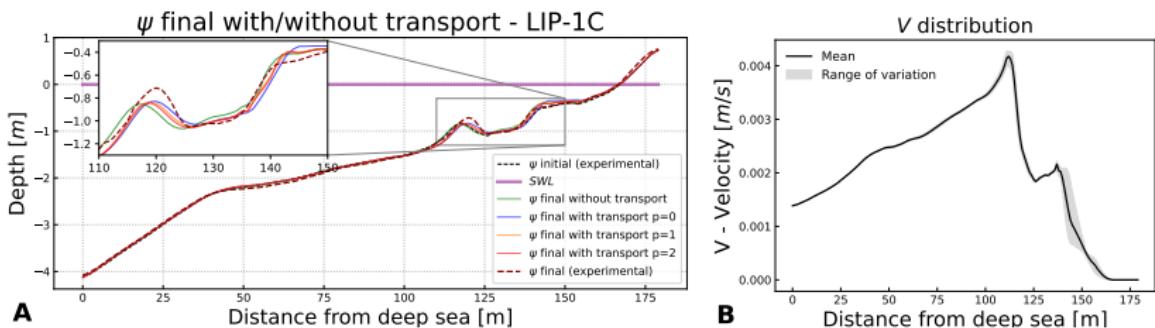
- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,

## Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$ ,

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$ ,



*Figure 26: A) Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour  $p = 0, 1, 2$  et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C. B) Distribution des vitesses pour  $p = 1$ .*

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante:  $\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi$ ,
- Une vitesse possible:  $V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p$  avec  $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$ ,

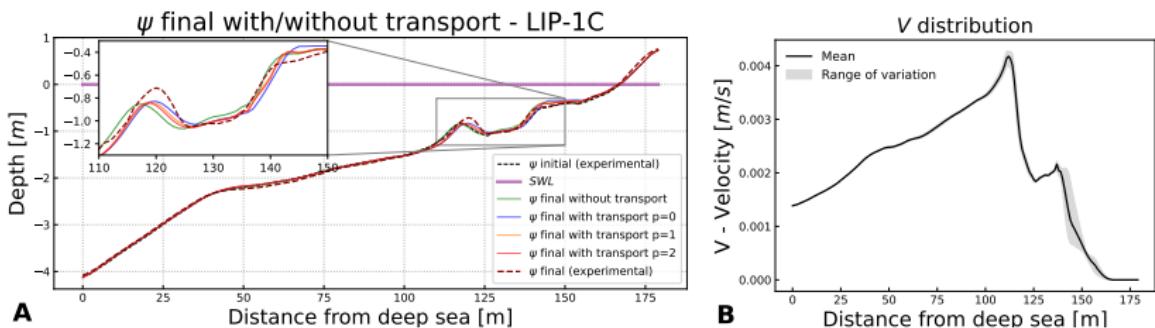


Figure 26: A) Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour  $p = 0, 1, 2$  et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C. B) Distribution des vitesses pour  $p = 1$ .

- Mais  $V > 0$  pour ce choix  $\Rightarrow$  pas de déplacement de barre sédimentaire vers le large (comme dans LIP-1B).

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \Lambda d - V \nabla_s \psi & (a) \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & (b) \end{cases}$$

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \Lambda d - V \nabla_s \psi & (a) \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & (b) \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .

## Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \Lambda d - \nabla_s \psi & (a) \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & (b) \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .
  - Comment calculer  $\nabla_V \mathcal{J}$  ?

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

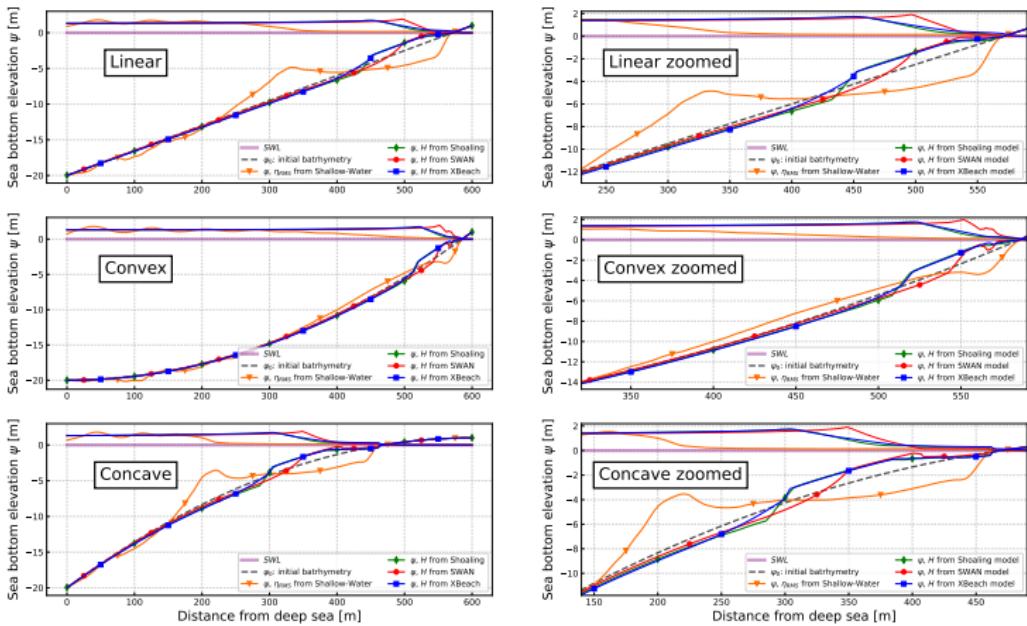
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant  $\mathcal{J}$ .
- Comment calculer  $\nabla_V \mathcal{J}$  ?
- Est-ce que les déplacements morphodynamiques latéraux peuvent minimiser  $\mathcal{J}$  ?

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$
  - $T_0 = 12 \text{ s}$
  - $T_f = 72 \text{ h}$
  - Pente:  $1/50$
  - $\Omega = 600 \text{ m}$
- 



**Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).**

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$
- $T_0 = 12 \text{ s}$
- $T_f = 72 \text{ h}$
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600 \text{ m}$

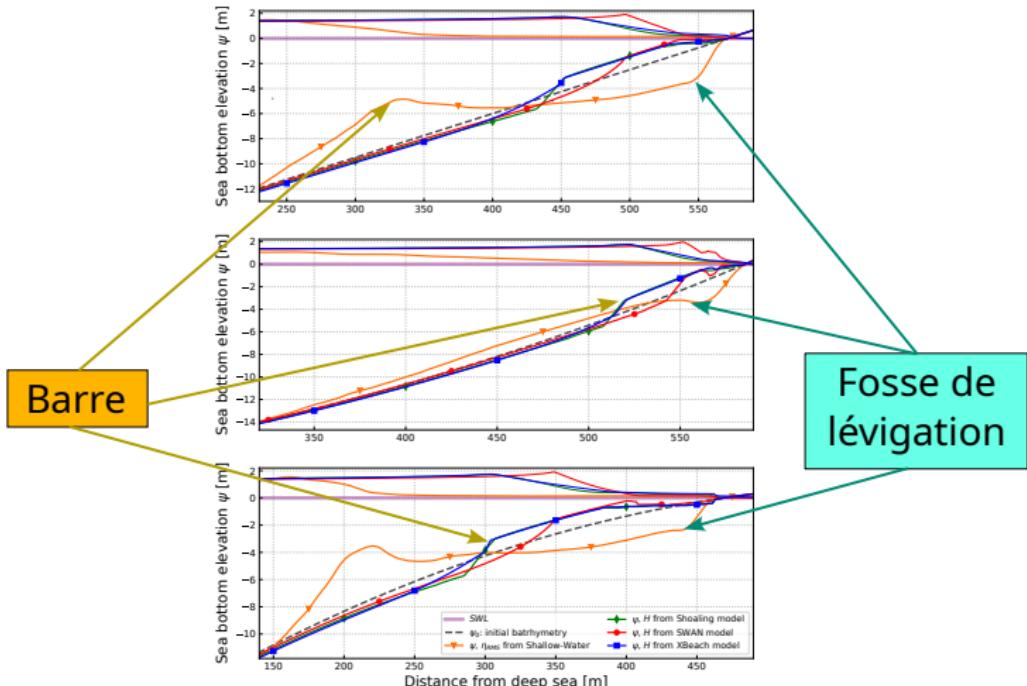
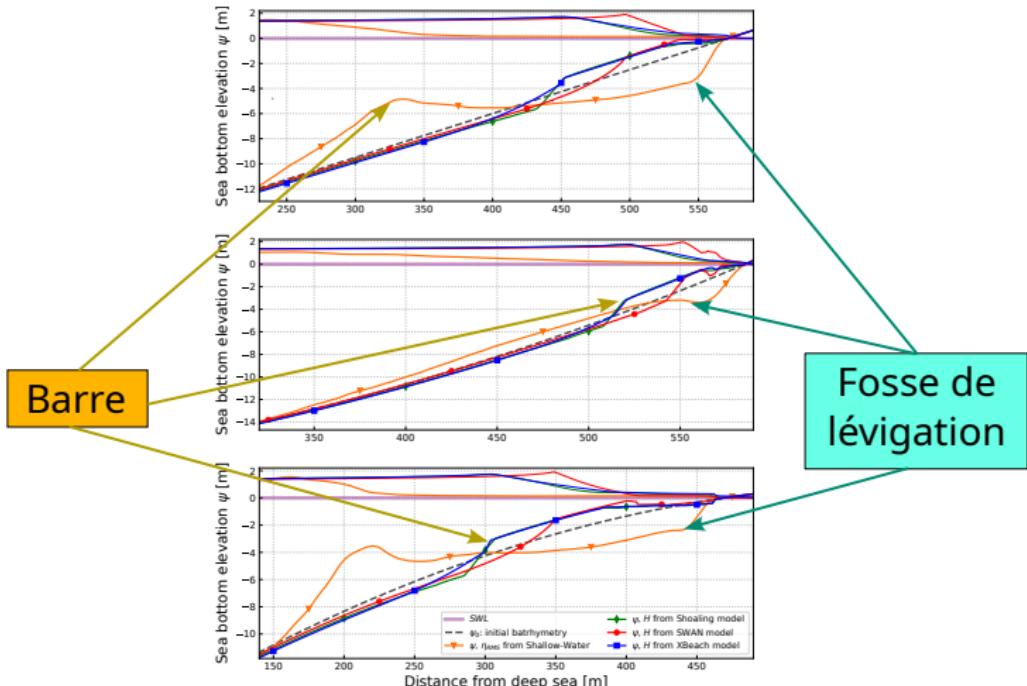


Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

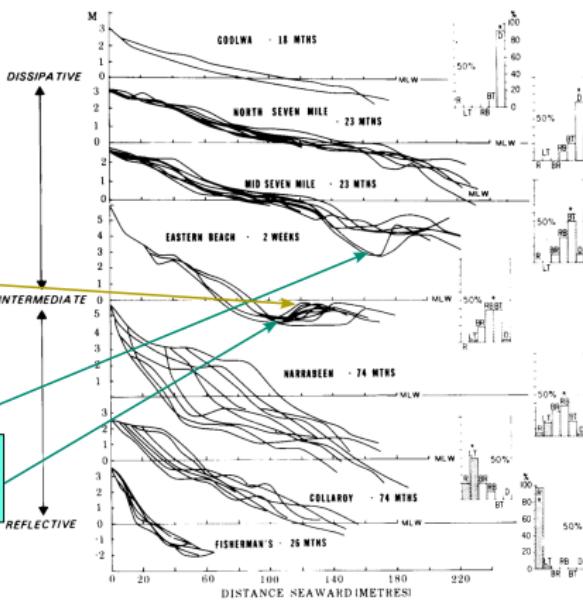
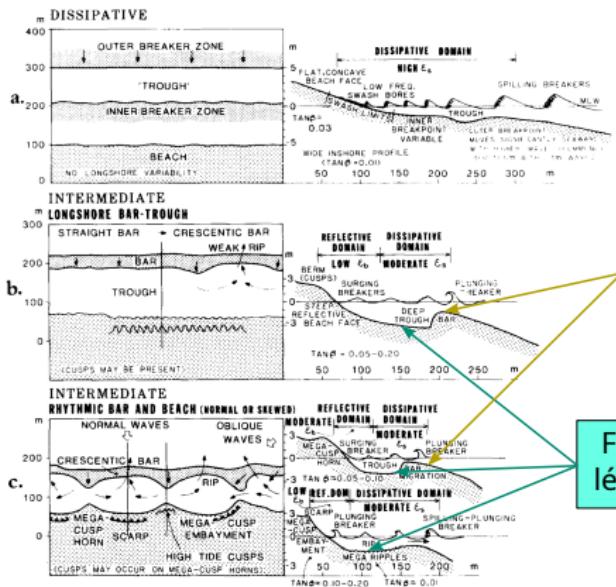
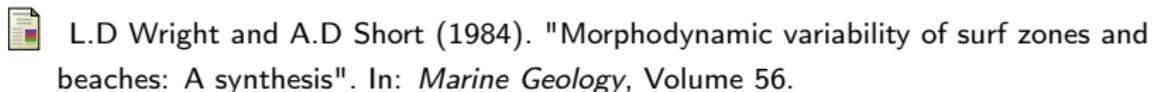
## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$
- $T_0 = 12 \text{ s}$
- $T_f = 72 \text{ h}$
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600 \text{ m}$
  
- Caractéristiques observables dans la nature.



*Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).*

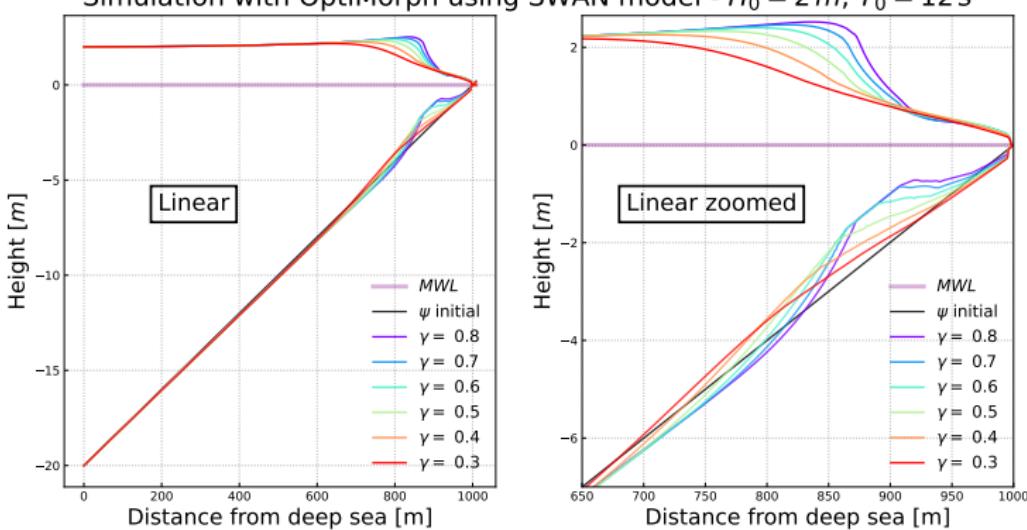
### Comparaison avec une référence de la littérature



**Figure 28:** (left) Plan and profile configurations of the six major beach states. (right) Beach profile mobility in relation to modal beach state and state variability.

## Paramètres:

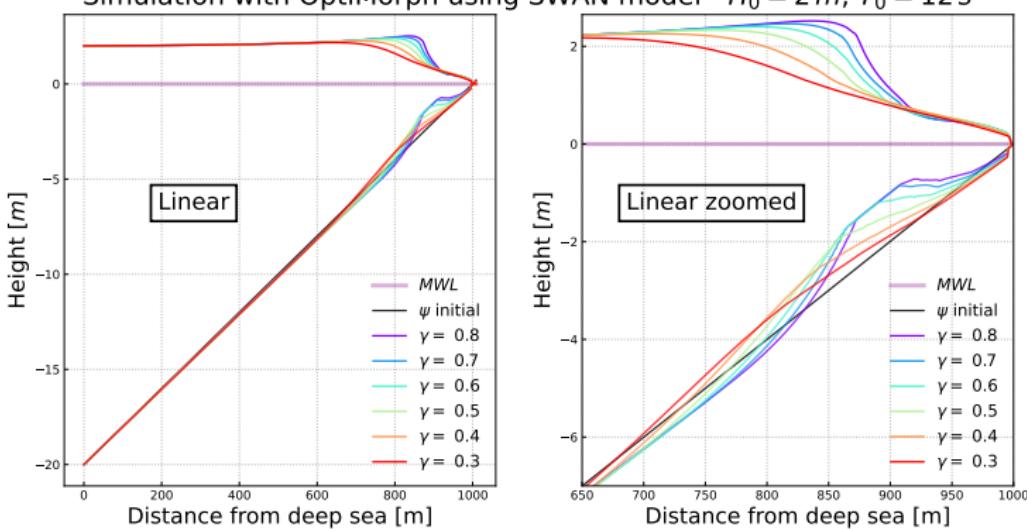
- SWAN
  - $H_0 = 2 \text{ m}$
  - $T_0 = 12 \text{ s}$
  - $T_f = 72 \text{ h}$
  - Pente: 1/50



**Figure 29:** Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.

## Paramètres:

- SWAN
  - $H_0 = 2 \text{ m}$
  - $T_0 = 12 \text{ s}$
  - $T_f = 72 \text{ h}$
  - Pente: 1/50



**Figure 29:** Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.

- Crédit à une barre sédimentaire au point d'inflexion de la vague.

### Comparaison avec une référence de la littérature



REF DE FRED

*Figure 30: Caption1.*

*Figure 31: Caption2*

# Temps de calcul

<b>Simulation with 180 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

**Table 3:** Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

<b>Simulation with 1000 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

**Table 4:** Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

# Temps de calcul

<b>Simulation with 180 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

<b>Simulation with 1000 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.

# Temps de calcul

<b>Simulation with 180 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

<b>Simulation with 1000 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

# Temps de calcul

<b>Simulation with 180 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.004	0.278	7.372	0.012
Total computation time for 1000 iterations (mins)	0.26	4.83	123.06	0.2

**Table 3:** Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

<b>Simulation with 1000 points</b>	Hydrodynamic			Morphodynamic by wave energy minimization
	Shoaling	SWAN	XBeach	
Computation time for 1 iteration (s)	0.023	1.193	28.738	0.074
Total computation time for 1000 iterations (mins)	1.61	21.12	480.2	1.27

**Table 4:** Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues.  
Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.



**Video 1:** Démonstration.

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D  
Présentation du modèle en 2D  
Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
  - Présentation du modèle en 2D
  - Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante:  $\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$ , valable en 2D.

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**
  - Extension des contraintes en 2D.

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**
  - Extension des contraintes en 2D.
  - Rq:

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
- Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard: 
$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$$
, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- **Rq:**
- **Modèles de vagues en 2D:**

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**
  - Extension des contraintes en 2D.
  - **Rq:**
  - Modèles de vagues en 2D:
    - Shoaling en multi-1D,

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**
  - Extension des contraintes en 2D.
  - **Rq:**
  - Modèles de vagues en 2D:
    - Shoaling en multi-1D,
    - REF/DIF,

## Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: 
$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$
, **valable en 2D.**
  - Calcul de  $\nabla_\psi \mathcal{J}$  au sens Hadamard:  $\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n$ , **valable en 2D.**
  - Extension des contraintes en 2D.
  - **Rq:**
  - Modèles de vagues en 2D:
    - Shoaling en multi-1D,
    - REF/DIF,
    - ...

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D  
Présentation du modèle en 2D  
Résultats 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

# Présentation de l'expérience Copter 2D

Les vagues irrégulières de JONSWAP sont générées sur des séquences de 20 mn, répétées plusieurs fois. Quatre climats de vagues typiques:

- La tempête se lève :  $H_{m0} = 17 \text{ cm}/T_p = 2.1 \text{ s}$ .
- Sommet de la tempête :  $H_{m0} = 23 \text{ cm}/T_p = 2.3 \text{ s} \rightarrow \text{Géotube}$ .
- La tempête faiblit :  $H_{m0} = 18 \text{ cm}/T_p = 3.5 \text{ s}$ .
- Conditions de vagues calmes :  $H_{m0} = 11 \text{ cm}/T_p = 2. \text{ s}$

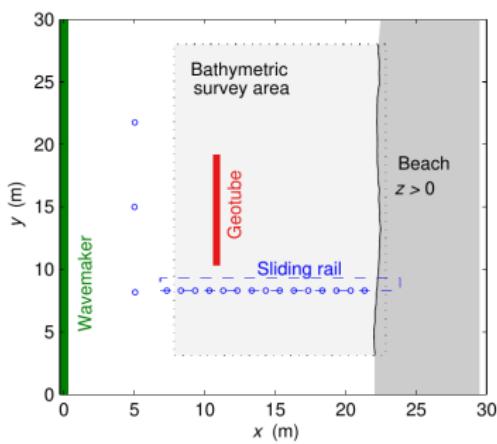


Figure 32: Schéma de Copter 2D.



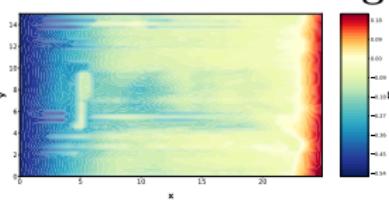
Figure 33: Photo de l'expérience Copter 2D.

## Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

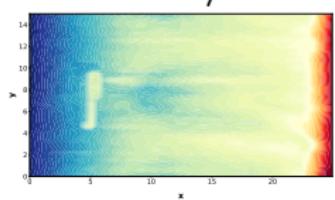
### Paramètres:

- $H_0 = 0.23$  m, •  $T_0 = 2.3$  s, •  $T_f = 20$  minutes,

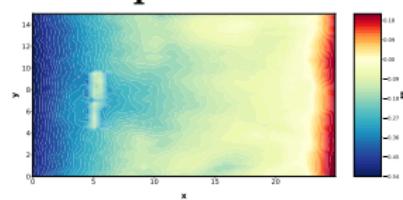
Multi-1D Shoaling



REF/DIF



## Experimental

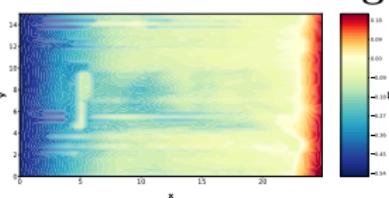


## Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

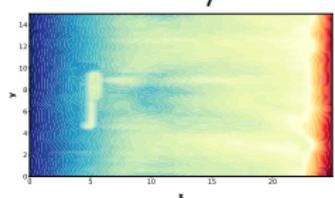
#### Paramètres:

- $H_0 = 0.23$  m, •  $T_0 = 2.3$  s, •  $T_f = 20$  minutes,

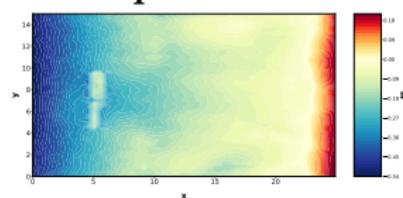
Multi-1D Shoaling



REF/DIF



## Experimental



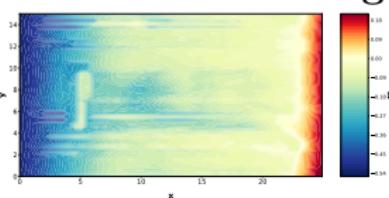
- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

## Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

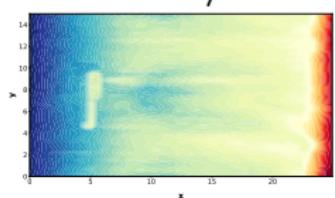
### Paramètres:

- $H_0 = 0.23$  m, •  $T_0 = 2.3$  s, •  $T_f = 20$  minutes,

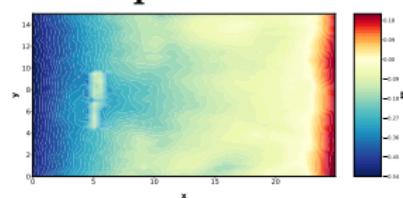
Multi-1D Shoaling



REF/DIF



## Experimental



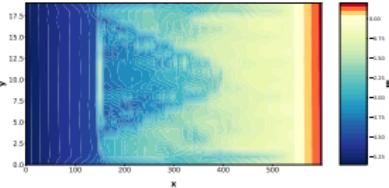
- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
  - Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

## Importance du modèle hydrodynamique

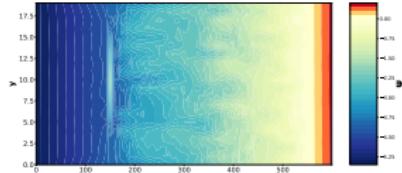
## Paramètres:

- $H_0 = 2$  m, •  $T_0 = 6$  s, •  $T_f = 72$  h,  
• Pente: 1/100, • Géotube.

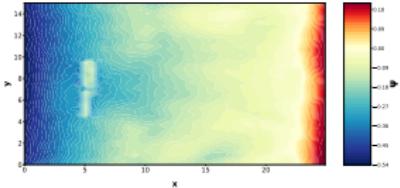
## Multi-1D Shoaling



REF/DIF



COPTER 2D

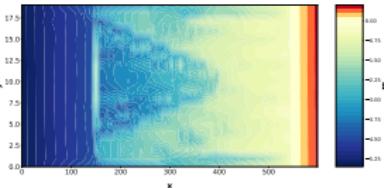


# Importance du modèle hydrodynamique

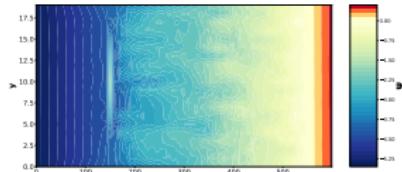
## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ , •  $T_0 = 6 \text{ s}$ , •  $T_f = 72 \text{ h}$ ,
- Pente: 1/100, • Géotube.

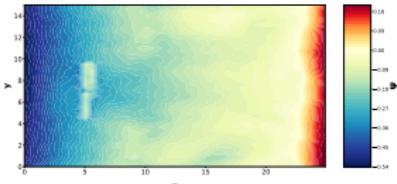
### Multi-1D Shoaling



### REF/DIF



### COPTER 2D



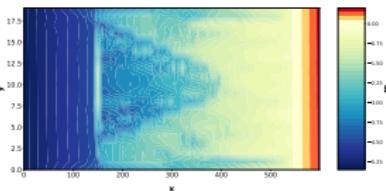
- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

# Importance du modèle hydrodynamique

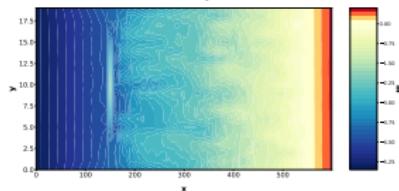
## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ , •  $T_0 = 6 \text{ s}$ , •  $T_f = 72 \text{ h}$ ,
- Pente: 1/100, • Géotube.

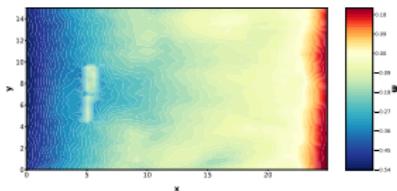
### Multi-1D Shoaling



### REF/DIF



### COPTER 2D



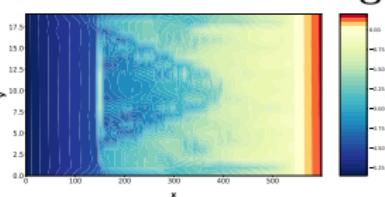
- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

# Importance du modèle hydrodynamique

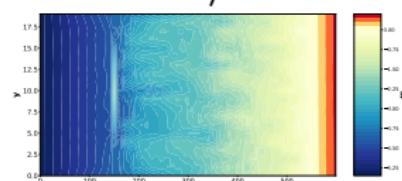
## Paramètres:

- $H_0 = 2 \text{ m}$ , •  $T_0 = 6 \text{ s}$ , •  $T_f = 72 \text{ h}$ ,
- Pente: 1/100, • Géotube.

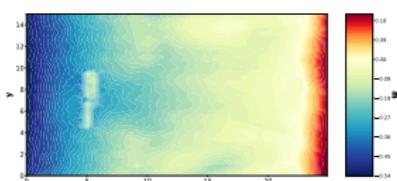
### Multi-1D Shoaling



### REF/DIF



### COPTER 2D



- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.
- Une réaction morphodynamique légère avec le modèle REF/DIF.

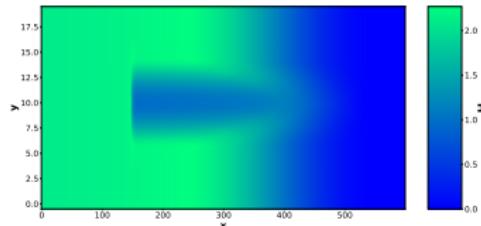


Figure 34:  $H$  initial avec Shoaling

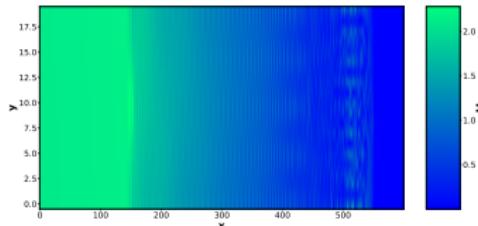


Figure 35:  $H$  initial avec REF/DIF

- ① Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, comme solution d'un problème de minimisation ?
- ② Vers un modèle morphodynamique
- ③ Extension à un modèle générique
- ④ Évolution du modèle en 2D
- ⑤ Conclusion et Perspectives

## Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, pour la création de barres sédimentaires.
  - Une nouvelle approche de calcul du gradient par rapport à la forme.
  - Des cas de benchmark validés.

## Publications:

- Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (2024). "Beaches morphodynamic modeling based on hadamard sensitivity analysis. ". In: *Ocean Modelling*, page 102370.
  - Ronan Dupont, Megan Cook, Frédéric Bouchette, Bijan Mohammadi, and Samuel Meulé. (2023). "Sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization.". In: *Ocean Modelling*, page 102197.

## Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral.
  - Continuer la validation *in situ* (accrétion, 2D,...).
  - Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques.
  - Étoffer le modèle 2D (simplifier l'utilisation pour des cas réels,...).
  - Utiliser l'approche d'Hadamard dans un contexte différent (aérodynamique, thermodynamique, ...).

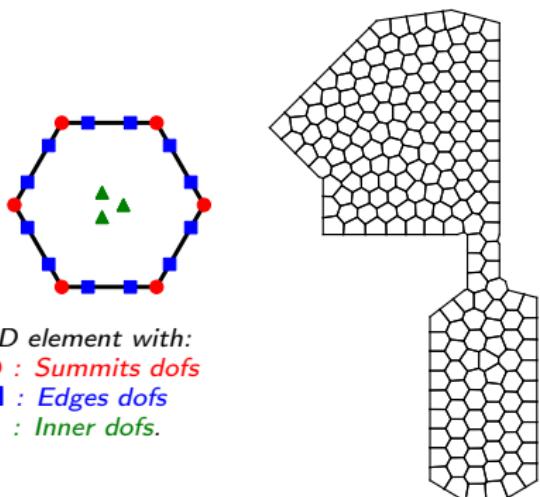
En cours de publication:

- Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (202X). "2DH Morphodynamic Modelling By Minimization Principle."
  - Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "

## Un projet en parallèle



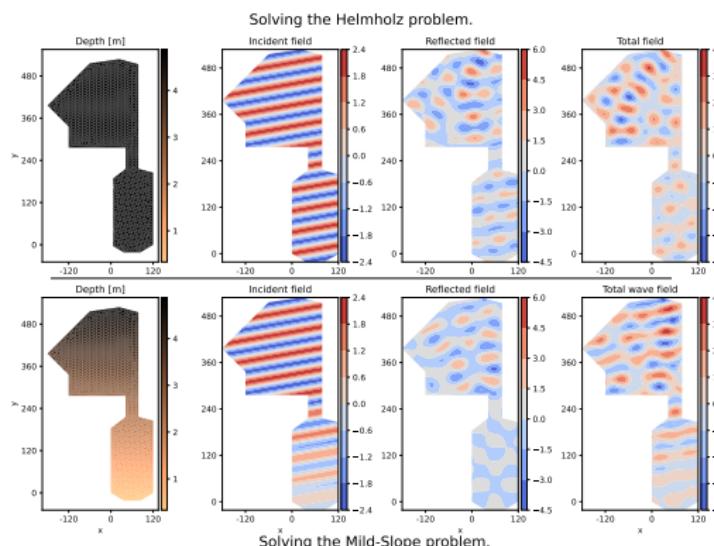
Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "



*2D element with:*

- : Summits dofs
  - : Edges dofs
  - ▲ : Inner dofs.

## *Maillage polyédrique du port de Cherbourg.*



## Résultats VEM des équations d'Helmholtz et Mild-Slope sur le port de Cherbourg.

Merci  
pour votre attention!

# References

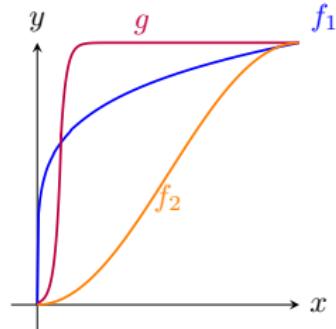
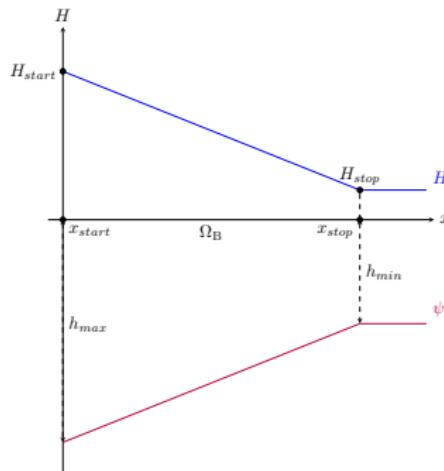
# Nouveau modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement:

$$\mathcal{F}(\gamma h(x, t)) = H(x_{start}) + [H(x_{stop}) - H(x_{start})] \cdot f\left(\frac{x-x_{start}}{x_{stop}-x_{start}}\right) \cdot g\left(\frac{h_{max}-h}{h_{max}-h_{min}}\right)$$



## Shoaling model:



Cook (2021)

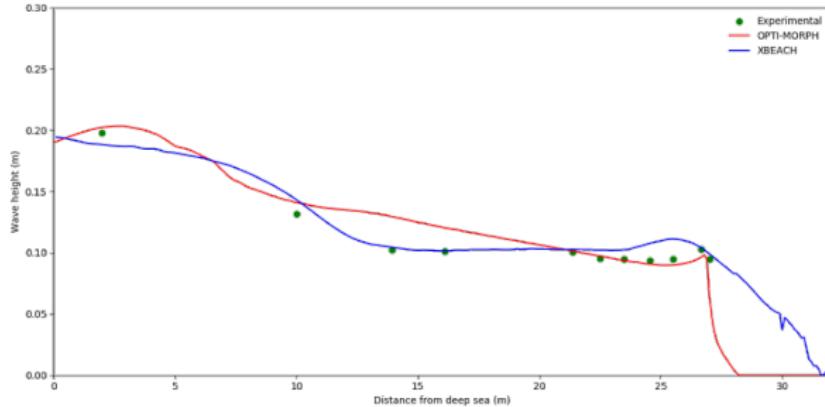
$$H(x, t) = \begin{cases} [(1 - \alpha(x))H_0(t) + \alpha(x)H_0^w(x, t)] K_{\mathbf{S}}(x, t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x < d_w \\ H_0^w(x, t)K_{\mathbf{S}}(x, t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x, t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{B}} \end{cases}$$

## Shoaling model:



Cook (2021)

$$H(x, t) = \begin{cases} [(1 - \alpha(x))H_0(t) + \alpha(x)H_0^w(x, t)] K_s(x, t) & \text{if } x \in \Omega_s \text{ and } x < d_w \\ H_0^w(x, t)K_s(x, t) & \text{if } x \in \Omega_s \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x, t) & \text{if } x \in \Omega_B \end{cases}$$



## Paramètres:

- $H_s = 135$  mm
- $T_0 = 2.5$  s

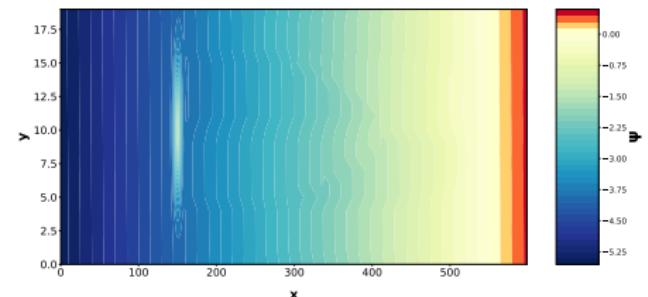
Figure 37: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

# Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - Shoaling

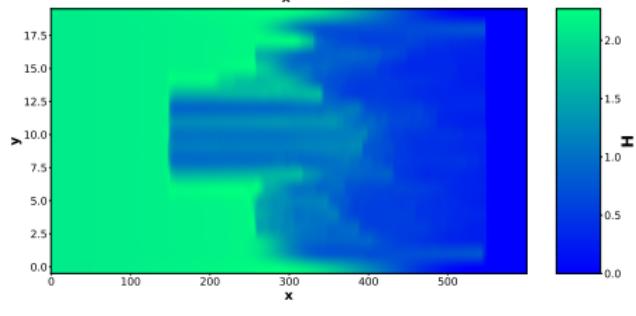
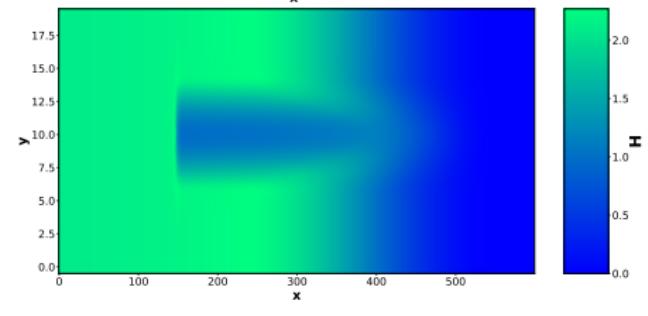
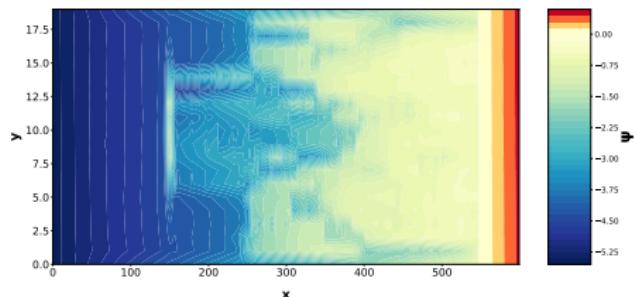
## Paramètres:

- **Shoaling Multi-1D,** •  $H_0 = 2 \text{ m}$ , •  $T_0 = 6 \text{ s}$ , •  $T_f = 72 \text{ h}$ , •  
Pente: 1/100, • Géotube en forme de gaussienne.

Initial



Final

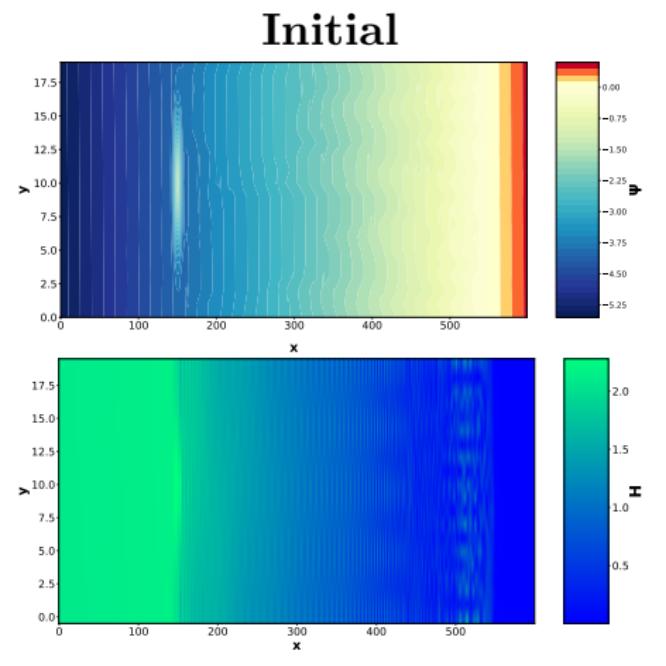


# Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - REF/DIF

## Paramètres:

- REF/DIF, •  $H_0 = 2 \text{ m}$ , •  $T_0 = 6 \text{ s}$ , •  $T_f = 72 \text{ h}$ ,
- Pente: 1/100, • Géotube en forme de gaussienne.

Initial



Final

