

# Couplage vague-morphodynamique du littoral par principe de minimisation

Présentée par Ronan Dupont  
le 30 septembre 2024

Sous la direction de Frédéric BOUCHETTE  
et Bijan MOHAMMADI

Devant le jury composé de

M. YATES  
E. I. TURKI  
P. MARCHESIELLO  
C. CHOQUET  
M. ERSOY  
F. BOUCHETTE  
B. MOHAMMADI

Chargée de Recherche, HDR  
Maîtresse de conférences, HDR  
Directeur de Recherche, HDR  
Professeure  
Maître de conférences, HDR  
Professeur  
Professeur

École des Ponts, LHSV  
Univ de Normandie  
IRD, LEGOS  
Univ de La Rochelle  
Université de Toulon  
Univ de Montpellier  
Univ de Montpellier

Rapporteuse  
Rapporteuse  
Examinateur  
Examinateuse  
Examinateur  
Directeur de thèse  
Directeur de thèse



## Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
- Explorer une nouvelle manière de modéliser la dynamique du littoral avec un nombre limité d'hyperparamètres.
- Développer un outil rapide d'exécution pour la conception de structures de défense en ingénierie côtière.



Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.



### Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

### Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

### Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

### Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

### Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

### Megan Cook (2018 - 2021)

- Introduction contraintes physiques sur le modèle de minimisation (conservation, pente, etc). Développement du modèle OptiMorph.
- Optimisation du réaménagement du port de la Turballe avec suivi du trait de côte.

## Sommaire

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique

# Quelle quantité doit évoluer ?

Fond marin  $\psi(x, y)$

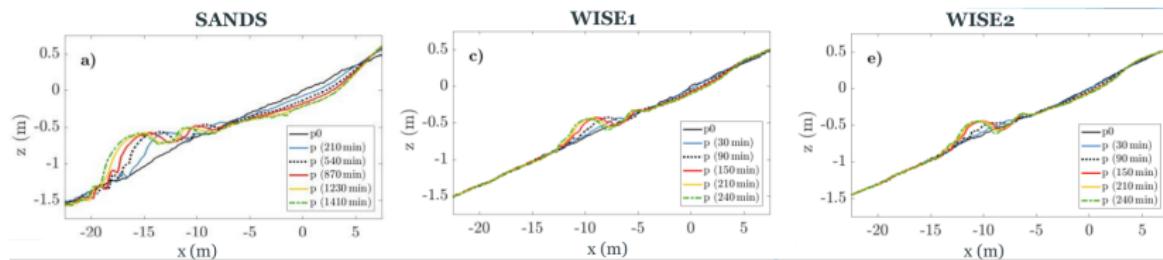


Figure 2: Plage de l'Espiguette

# Quelle quantité minimiser ?



*Figure 3: Under impact of waves - Li Yan et al. (2019)*



*Figure 4: Evolution of beach profiles under erosive (left panels) wave conditions in SANDS, WISE 1 and WISE 2 at selected time steps. - Sonja Eichentopf et al. (2018)*

## Quelle quantité minimiser ?

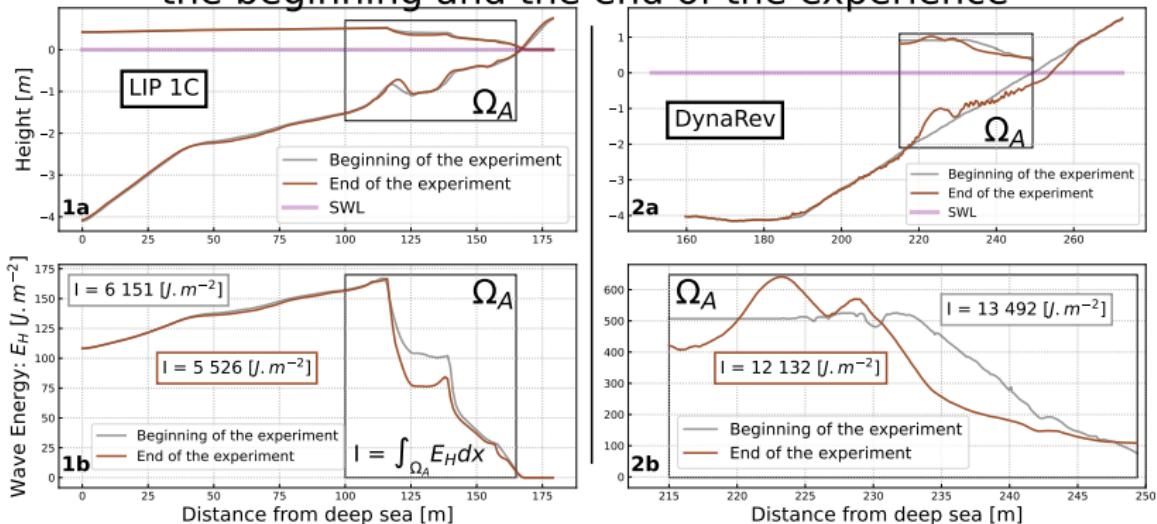
Comparison of Wave Energy  $E_H$  between the beginning and the end of the experience

Figure 5: 1) Expérience LIP 1C avec  $H$  généré par XBeach. 2) Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. a) Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). b) Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .

## Quelle quantité minimiser ?

$$I_i \approx 0.9 I_f$$

Comparison of Wave Energy  $E_H$  between the beginning and the end of the experience

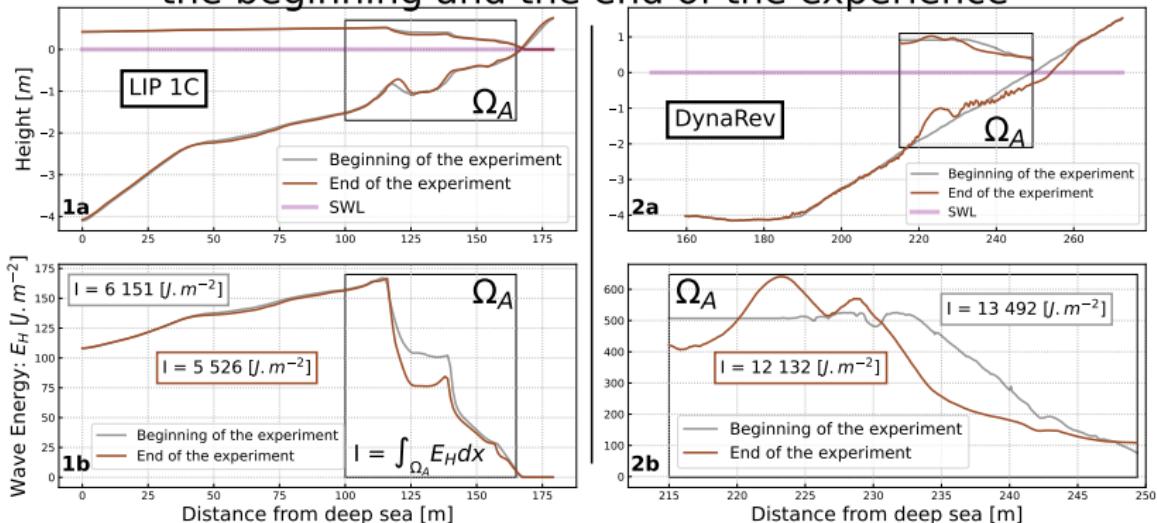


Figure 5: 1) Expérience LIP 1C avec  $H$  généré par XBeach. 2) Expérience DynaRev avec  $H$  mesuré par LIDAR. a) Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron). b) Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur  $\Omega_A$ .

Quelle quantité minimiser ?

Minimiser l'énergie des vagues à travers la fonction de coût:

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} E_H dx$$

semble être une bonne idée.

# Quel fond minimise l'énergie des vagues ?



Quel est le fond  $\psi$  minimisant l'énergie des vagues ?  $\min_{\psi} \mathcal{J}(\psi)$  ?

Un "fond possible"...



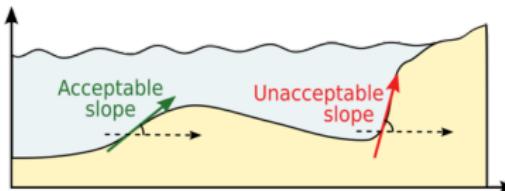
*Image provenant d'un photomontage.*

Cette solution à  $\boxed{\mathcal{J} = 0}$  minimise au maximum l'énergie des vagues.

# Ajout de contraintes

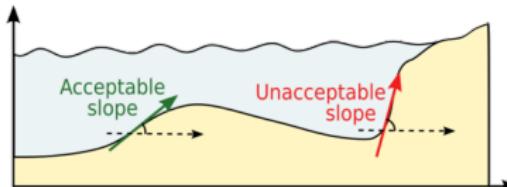
# Ajout de contraintes

- Pente maximale:

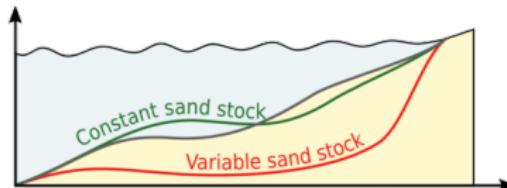


# Ajout de contraintes

- Pente maximale:

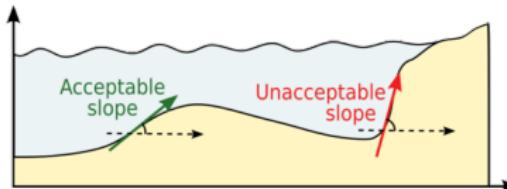


- Conservation sableuse:

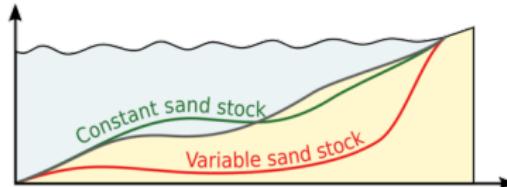


# Ajout de contraintes

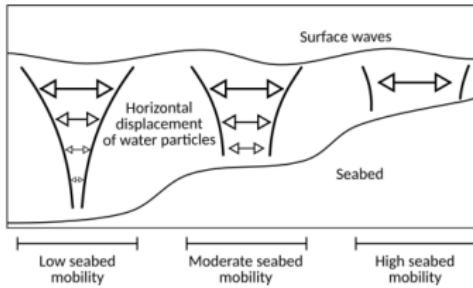
- Pente maximale:



- Conservation sableuse:



- Excitation sableuse:

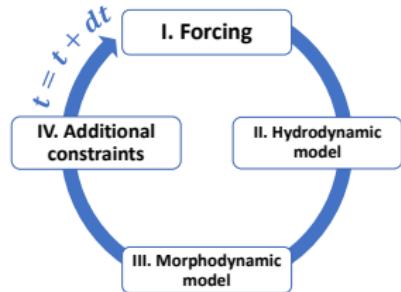


- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique

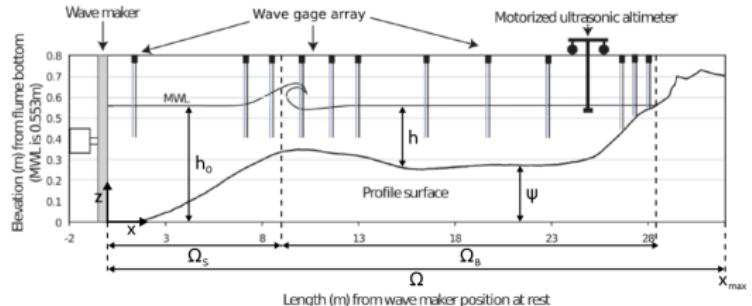
Présentation du modèle

- 1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
- 2 Vers un modèle morphodynamique  
Présentation du modèle

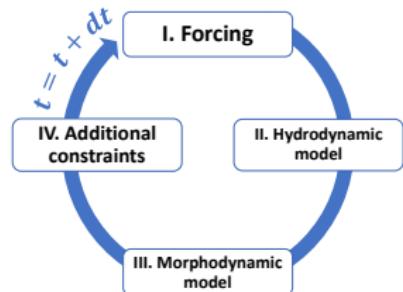
# Premier workflow du modèle et quelques notations



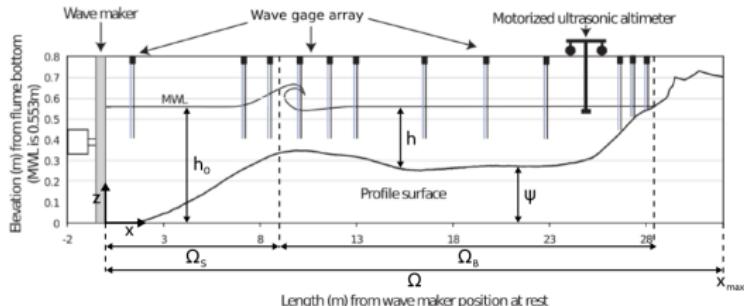
*Figure 6: Premier workflow.*



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*



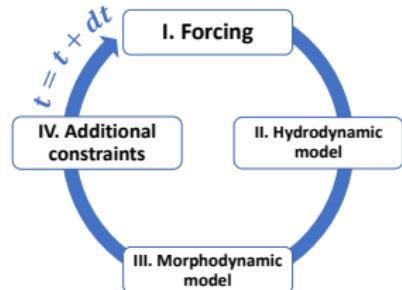
*Figure 6: Premier workflow.*



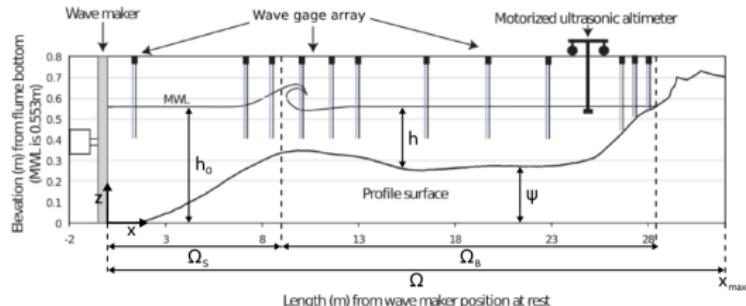
*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .

# Premier workflow du modèle et quelques notations



*Figure 6: Premier workflow.*



*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .

# Premier workflow du modèle et quelques notations

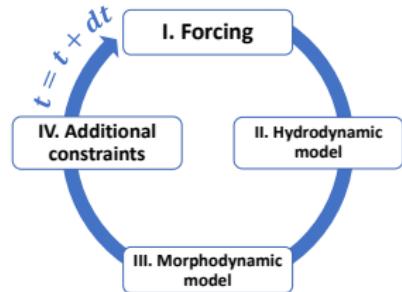


Figure 6: Premier workflow.

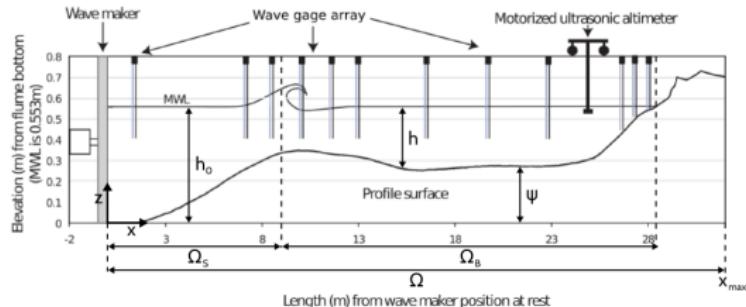


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .
- Modèle hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .

# Premier workflow du modèle et quelques notations

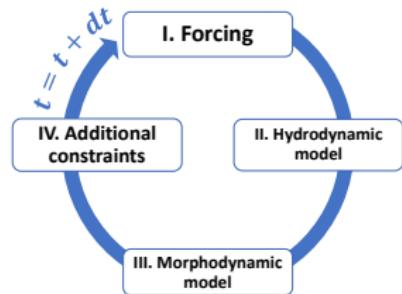


Figure 6: Premier workflow.

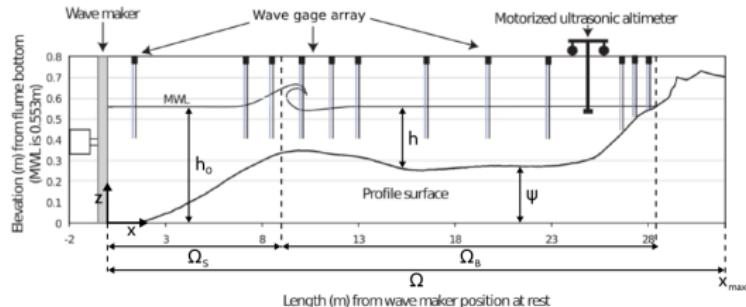


Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.

- Paramètres numériques:  $\Delta x$ ,  $\Delta t$ ,  $T_f$ .
- Paramètres géométriques:  $\psi_0$ ,  $\Omega$ ,  $h_0$ ,  $\beta$ .
- Modèle hydrodynamique:  $H_0(t)$ ,  $T_0(t)$ ,  $\gamma$ .
- Modèle morphodynamique:  $\Upsilon$ .

# Premier modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

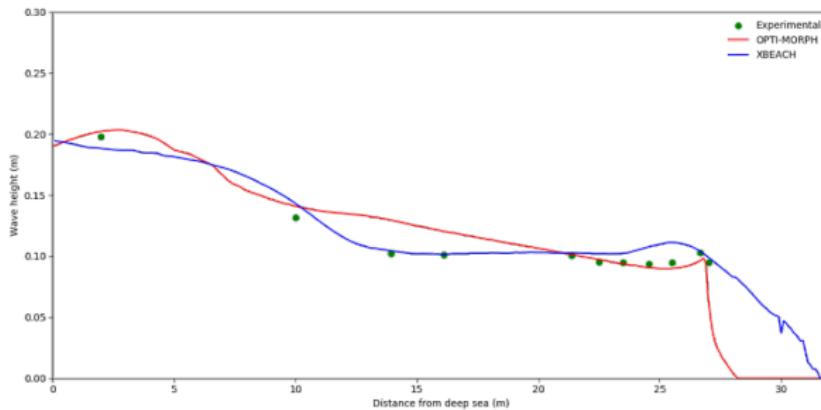
avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement.

# Premier modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x, t) = \begin{cases} H_0(x, t)K_S(x, t) & \text{for } x \in \Omega_S \\ \mathcal{F}(\gamma h(x, t)) & \text{for } x \in \Omega_B \end{cases}$$

avec  $\mathcal{F}$  une fonction de paramétrant le déferlement.



### Paramètres:

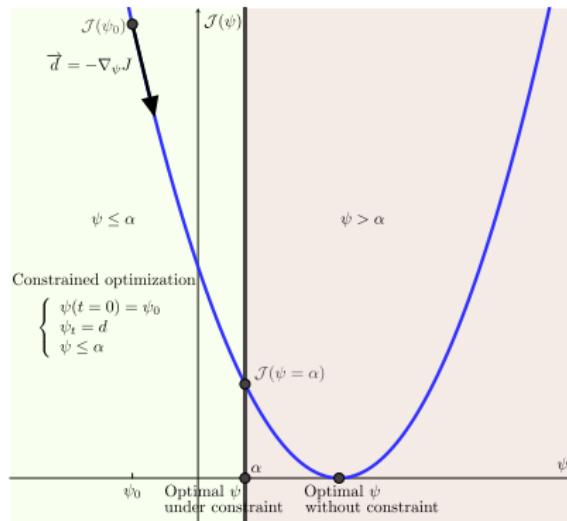
- $H_s = 135 \text{ mm}$
- $T_0 = 2.5 \text{ s}$

Figure 8: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter. Cook (2021).

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

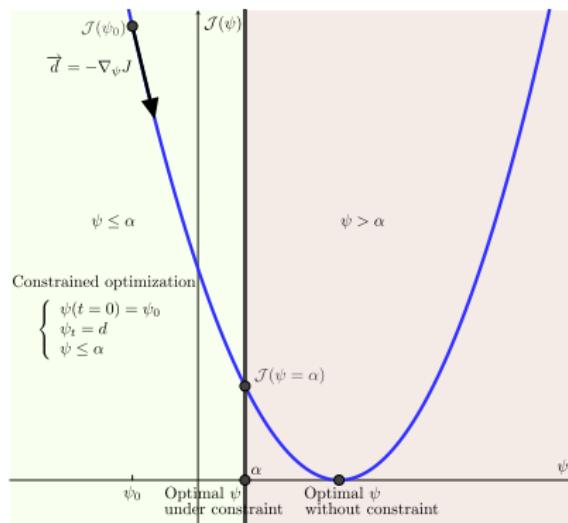
# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(x) dx,$



*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .*

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(x) dx$ ,
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux,

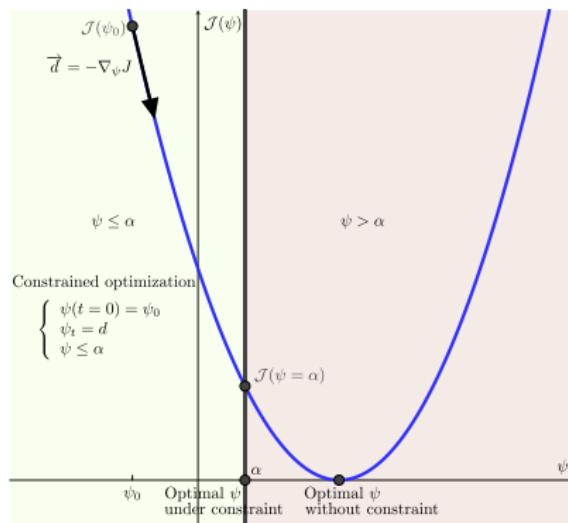


Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \gamma \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(x) dx$ ,
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux,
- $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.

**Rq:** Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,

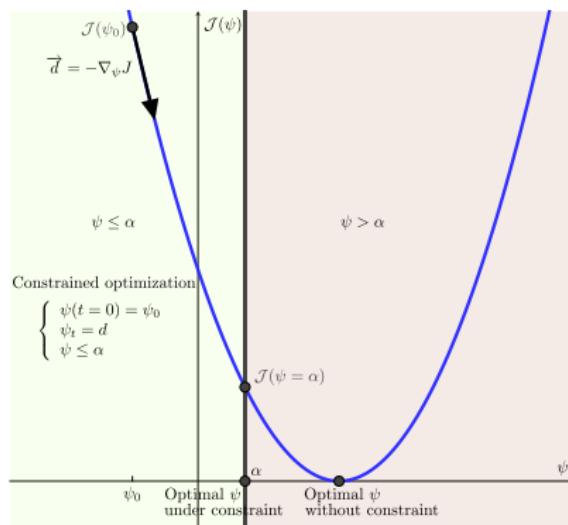


Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(x) dx$ ,
- $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux,
- $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
- **Rq:** Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,
- **$\Upsilon$ :** la mobilité sédimentaire,

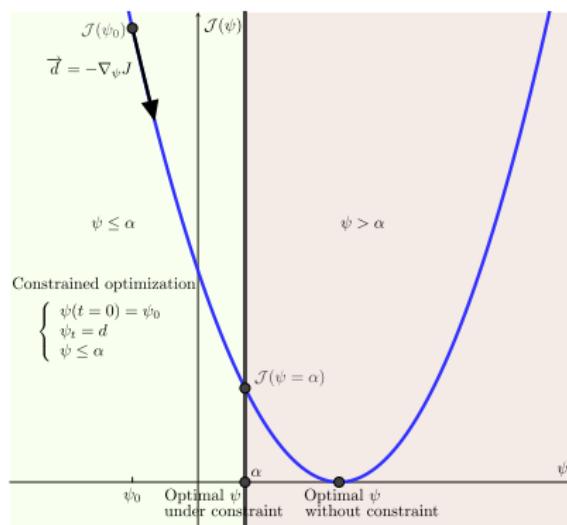
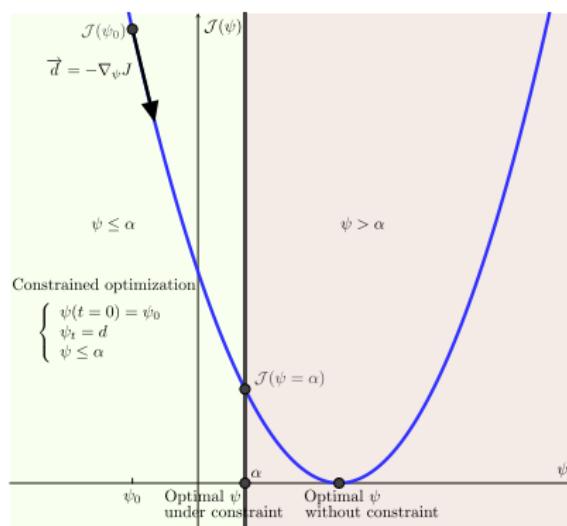


Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$



avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_{\Omega} E_H(x) dx$ ,
  - $\psi_t$ : l'évolution en temps du fond sableux,
  - $d$ : la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
- Rq:** Sans contrainte,  $d = -\nabla_{\psi} \mathcal{J}$ ,
- $\Upsilon$ : la mobilité sédimentaire,
  - $\Lambda$ : l'excitation du fond sableux par les vagues.

Figure 9: Descente du gradient sous contrainte  $\alpha$ .

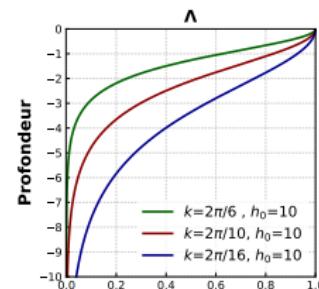
## Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



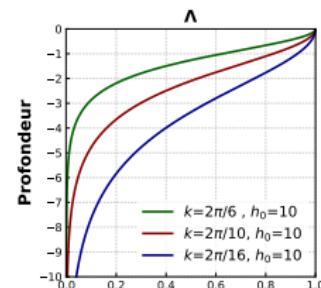
# Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{slope}.$$

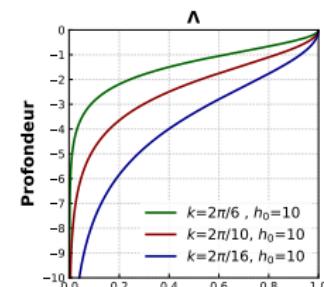
# Ajout de contraintes

- Excitation sableuse. D'après ( Soulsby, 1987):

$$\begin{aligned}\varphi : \Omega \times [0, h_0] &\longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ (x, z) &\longmapsto \frac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))},\end{aligned}$$

et en  $z = \psi$ :

$$\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}.$$



- Pente maximale:

$$\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}.$$

- Conservation sableuse:

$$\int_{\Omega} \psi(t, x) dx = \int_{\Omega} \psi_0(x) dx \quad \forall t \in [0, T_f].$$