# Couplage vague-morphodynamique du littoral par principe de minimisation

Présentée par Ronan Dupont
le 30 septembre 2024

Sous la direction de Frédéric BOUCHETTE
et Bijan MOHAMMADI

**Devant le jury composé de**

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. YATES | Chargée de Recherche, HDR | École des Ponts, LHSV | Rapporteuse |
| E. I. TURKI | Maîtresse de conférences, HDR | Univ de Normandie | Rapporteuse |
| P. MARCHESIELLO | Directeur de Recherche, HDR | IRD, LEGOS | Examinateur |
| C. CHOQUET | Professeure | Univ de La Rochelle | Examinatrice |
| M. ERSOY | Maître de conférences, HDR | Université de Toulon | Examinateur |
| F. BOUCHETTE | Professeur | Univ de Montpellier | Directeur de thèse |
| B. MOHAMMADI | Professeur | Univ de Montpellier | Directeur de thèse |

# Motivations

- Comprendre et anticiper les phénomènes du littoral comme l'érosion.
- Contribuer à l'avancée de la modélisation numérique côtière.
- Explorer une nouvelle manière de modéliser la dynamique du littoral avec un nombre limité d'hyperparamètres.
- Développer un outil rapide d'éxecution pour la conception de structures de défense en ingénierie côtière.

*Figure 1: Illustration à Gouville-sur-Mer en février 2020. © Radio France - Lucie Thuillet*

## Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

# Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

## Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

# Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

## Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

## Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

# Contexte historique (2004 - 2024 F. Bouchette, B. Mohammadi, P. Azerad). Une collaboration long terme avec BRLi.

## Damien Isèbe (2004 - 2007)

- Optimisation de formes sur des ouvrages de défenses du littoral.
- Optimisation de positionnement de géotubes.
- Étude théorique d'une modèle d'évolution de dunes en régime fluvial.

## Afaf Bouharguane (2008 - 2011)

- Introduction hypothèse liant: dynamique du fond / minimisation énergie.
- Études mathématiques de modèles non-locaux (EDP fractionnaires) de type Fowler.

## Megan Cook (2018 - 2021)

- Introduction contraintes physiques sur le modèle de minimisation (conservation, pente, etc). Développement du modèle OptiMorph.
- Optimisation du réaménagement du port de la Turballe avec suivi du trait de côte.

# Sommaire


1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

# Quelle quantité doit évoluer ?

*Figure 2: Plage de l'Espiguette*

# Quelle quantité minimiser ?

*Figure 3: Under impact of waves* - Li Yan et al. (2019)

*Figure 4: Evolution of beach profiles under erosive (left panels) wave conditions in SANDS, WISE 1 and WISE 2 at selected time steps.* - Sonja Eichentopf et al. (2018)

# Quelle quantité minimiser ?

*Figure 5:* ***1)*** *Expérience LIP 1C avec H généré par XBeach.* ***2)*** *Expérience DynaRev avec H mesuré par LIDAR.* ***a)*** *Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron).* ***b)*** *Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur $\Omega_A$.*

# Quelle quantité minimiser ?

$I_i \approx 0.9\, I_f$

*Figure 5:* ***1)*** *Expérience LIP 1C avec H généré par XBeach.* ***2)*** *Expérience DynaRev avec H mesuré par LIDAR.* ***a)*** *Fond et Hauteur d'eau moyennée au début de l'expérience (gris), Fond et Hauteur d'eau moyennée à la fin de l'expérience (marron).* ***b)*** *Énergies des vagues associées aux hauteurs d'eaux. L'énergie est calculée sur $\Omega_A$.*

## Quelle quantité minimiser ?

Minimiser l'énergie des vagues à travers la fonction de coût:

$$\mathcal{J} = \int_{\Omega} E_H dx$$

semble être une bonne idée.

# Quel fond minimise l'énergie des vagues ?

Quel est le fond $\psi$ minimisant l'énergie des vagues ? $\min_{\psi} \mathcal{J}(\psi)$ ?

# Un "fond possible"...

*Image provenant d'un photomontage.*

Cette solution à $\boxed{\mathcal{J} = 0}$ minimise au maximum l'énergie des vagues.

# Ajout de contraintes physiques

# Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

# Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

- Conservation sableuse:

# Ajout de contraintes physiques

- Pente maximale:

- Conservation sableuse:

- Excitation sableuse:

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Premier workflow du modèle et quelques notations

*Figure 6: Premier workflow.*

*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

# Premier workflow du modèle et quelques notations

*Figure 6: Premier workflow.*

*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques: $\Delta x$, $\Delta t$, $T_f$.

# Premier workflow du modèle et quelques notations

*Figure 6: Premier workflow.*

*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques: $\Delta x$, $\Delta t$, $T_f$.
- Paramètres géométriques: $\psi_0$, $\Omega$, $h_0$, $\beta$.

# Premier workflow du modèle et quelques notations

*Figure 6: Premier workflow.*

*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques: $\Delta x$, $\Delta t$, $T_f$.
- Paramètres géométriques: $\psi_0$, $\Omega$, $h_0$, $\beta$.
- Modèle hydrodynamique: $H_0(t)$, $T_0(t)$, $\gamma$.

# Premier workflow du modèle et quelques notations

*Figure 6: Premier workflow.*

*Figure 7: Notations usuelles sur l'expérience Copter.*

- Paramètres numériques: $\Delta x$, $\Delta t$, $T_f$.
- Paramètres géométriques: $\psi_0$, $\Omega$, $h_0$, $\beta$.
- Modèle hydrodynamique: $H_0(t)$, $T_0(t)$, $\gamma$.
- Modèle morphodynamique: $\Upsilon$.

# Premier modèle de vagues

**Modèle Shoaling**

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement.

# Premier modèle de vagues

## Modèle Shoaling

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement.

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s

*Figure 8: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter.* Cook (2021).

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x,$

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- $\psi_t$: l'évolution en temps du fond sableux,

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- $\psi_t$: l'évolution en temps du fond sableux,
- $d$: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  **Rq:** Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- $\psi_t$: l'évolution en temps du fond sableux,
- $d$: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  **Rq:** Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,
- $\Upsilon$: la mobilité sédimentaire,

# Modèle morphodynamique

## Équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}$$

*Figure 9: Descente du gradient sous contrainte $\alpha$.*

avec:

- $\mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x$,
- $\psi_t$: l'évolution en temps du fond sableux,
- $d$: la direction de descente incluant les contraintes et indiquant la manière dont le fond sableux évolue.
  **Rq:** Sans contrainte, $d = -\nabla_\psi \mathcal{J}$,
- $\Upsilon$: la mobilité sédimentaire,
- $\Lambda$: l'excitation du fond sableux par les vagues.

# Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\begin{array}{rccl} \varphi : & \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ & (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))}, \end{array}$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

# Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\varphi : \quad \begin{array}{ccc} \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))} \end{array},$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

- Pente maximale:

$$\boxed{\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}}.$$

# Ajout de contraintes physiques

- Excitation sableuse. D'après (Soulsby, 1987):

$$\begin{array}{rccl} \varphi : & \Omega \times [0, h_0] & \longrightarrow & \mathbb{R}^+ \\ & (x, z) & \longmapsto & \dfrac{\cosh(k(x)(h(x) - (h_0 - z)))}{\cosh(k(x)h(x))}, \end{array}$$

et en $z = \psi$:

$$\boxed{\Lambda(x) = \varphi(x, \psi(x)) = \frac{1}{\cosh(k(x)h(x))}}.$$

- Pente maximale:

$$\boxed{\left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right| \leq M_{\text{slope}}}.$$

- Conservation sableuse:

$$\boxed{\int_\Omega \psi(t, x) \mathrm{d}x = \int_\Omega \psi_0(x) \mathrm{d}x \quad \forall t \in [0, T_f]}.$$

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f]$, $C_{\text{sand}}(t) = 0$.

*Figure 10: Projection. Cook (2021).*

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_{\Omega} (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f],\ C_{\text{sand}}(t) = 0$.

*Figure 10: Projection. Cook (2021).*

avec donc:

$$d = \nabla_\psi \mathcal{J} - \left\langle \nabla_\psi \mathcal{J}, \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|},$$

# Projection de la contrainte de conservation sableuse

On définit:

$$C_{\text{sand}}(t) = \int_\Omega (\psi(t) - \psi_0)^2 d\Omega$$

et on veut $\forall t \in [0, T_f],\ C_{\text{sand}}(t) = 0$.

*Figure 10: Projection. Cook (2021).*

avec donc:

$$d = \nabla_\psi \mathcal{J} - \left\langle \nabla_\psi \mathcal{J}, \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|} \right\rangle \frac{\nabla_\psi C_{\text{sand}}}{\|\nabla_\psi C_{\text{sand}}\|},$$

et

$$\nabla_\psi C_{\text{sand}}(t) = 2\psi \int_\Omega (\psi - \psi_0) dx.$$

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique
- Présentation du modèle
- Validité du modèle
- Résultats 1D du modèle
- Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

$\boxed{\psi_{\text{ref}} \text{ à } \Delta t = 0.18 \text{ s}}$

*Figure 11: Convergence temporelle avec $\Delta t$ dans [0.18, 90] s.*

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$ à $\Delta t = 0.18$ s

*Figure 11: Convergence temporelle avec $\Delta t$ dans [0.18, 90] s.*

$\psi_{\text{ref}}$ à $\Delta x = 0.5$ mm

*Figure 12: Convergence spatiale avec $\Delta x$ dans [0.001,2] m.*

# Sensibilité sur le pas de temps, pas spatial et la longueur du domaine

On définit l'erreur:

$$\varepsilon_{L^2} = ||\psi_{\text{ref}} - \psi||_{L^2}.$$

$\psi_{\text{ref}}$ à $\Delta t = 0.18$ s

*Figure 11: Convergence temporelle avec $\Delta t$ dans [0.18, 90] s.*

$\psi_{\text{ref}}$ à $\Delta x = 0.5$ mm

*Figure 12: Convergence spatiale avec $\Delta x$ dans [0.001,2] m.*

$\psi_{\text{ref}}$ à $\Omega = 3000$ m

*Figure 13: Passage à l'échelle, vérification de la bonne prise en compte des contraintes.*

1 Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2 Vers un modèle morphodynamique
- Présentation du modèle
- Validité du modèle
- Résultats 1D du modèle
- Extension du modèle en multi-1D

3 Extension à un modèle générique

4 Évolution du modèle en 2D

5 Conclusion et Perspectives

# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter

Cook (2021)

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

# Résultats morphodynamiques sur l'expérience Copter

Cook (2021)

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

- Pas de déplacement latéral de la barre sédimentaire

*Figure 14: Résultats de la simulation numérique calculée sur le fond initial (gris) à l'aide du module morphodynamique XBeach (bleu) et du modèle OptiMorph (rouge). Comparaison avec les résultats expérimentaux COPTER (vert).*

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique
   - Présentation du modèle
   - Validité du modèle
   - Résultats 1D du modèle
   - Extension du modèle en multi-1D

3. Extension à un modèle générique

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Workflow et cas applicatif

*Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.*

# Workflow et cas applicatif

*Figure 15: Workflow d'OptiMorph en Multi-1D.*

*Figure 16: Géographie de la simulation au sud de Montpellier.*

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17: Fond initial.*

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17: Fond initial.*

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17: Fond initial.*

*Figure 18: Fond final.*

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17:* *Fond initial.*

*Figure 18:* *Fond final.*

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17: Fond initial.*

*Figure 18: Fond final.*

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.

# Résultats en multi-1D sur un cas réel

*Figure 17: Fond initial.*

*Figure 18: Fond final.*

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m ,
- $T_0 = 2$ s,
- $T_f = 3$ jours,
- $\Omega = [0\ ,\ 450] \times [0\ ,\ 500]$ m,
- "Géotube": 3 m de haut.

- Calculs parallélisés sur 10 transects (noirs).
- Déplacement de la barre sédimentaire.
- Mais aucun mécanisme de transport longshore.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$ ?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$ ?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \displaystyle\int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

**Calcul Analytique**

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

### Calcul Analytique

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

### Différences Finies

✔ Facile à calculer.

✖ $N+1$ évaluations nécessaires.
✖ Temps de calculs très longs.

# Comment calculer $\nabla_\psi J$ ? Les différentes stratégies.

## Rappel de l'équation gouvernante:

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} d = -\nabla_\psi \mathcal{J} + \text{contraintes}, \\ \mathcal{J}(\psi) = \int_\Omega E_H(x)\mathrm{d}x. \end{cases}$$

### Calcul Analytique

✔ Solution exacte.
✔ Rapide.

✖ Faisable seulement sur un modèle simple.

### Différences Finies

✔ Facile à calculer.

✖ $N+1$ évaluations nécessaires.
✖ Temps de calculs très longs.

### Différentiation Automatique

Inria TAPENADE

✔ Robuste.

✖ Pré-traitement lourd.
✖ Dépendance à C / Fortran 90.

# Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec $n$: vecteur normal à la forme.

*Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.*

# Le calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens d'Hadamard

On considère:

$$\nabla_\psi \mathcal{J} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi + \varepsilon n) - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon},$$

avec $n$: vecteur normal à la forme.

*Figure 19: Schéma illustrant la dérivée au sens d'Hadamard.*

À l'ordre 1:

$$\begin{aligned}\nabla_\psi \mathcal{J} &= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\mathcal{J}(\psi) + \varepsilon \nabla_X \mathcal{J}.n - \mathcal{J}(\psi)}{\varepsilon}, \\ &\approx (\nabla_X \mathcal{J}).n,\end{aligned}$$

avec $X = (x\,,\,z)^\intercal$.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$ ?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ y = ax + b\}$$

et $\mathcal{J} = \cos(\psi)$, avec $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2 + 1}}$.

# Vérification numérique sur un cas analytique

On considère:

$$\psi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ y = ax + b\}$$

et $\mathcal{J} = \cos(\psi)$, avec $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = -\sin(\psi)\sqrt{a^2+1}}$.

*Figure 20:* ***A)*** *Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard,* ***B)*** *Erreur numérique calculée par rapport à la solution analytique.*

# Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant: $\nabla_X \mathcal{J} = \left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi}\right)^\intercal$ et $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$, on calcule $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$.

# Vérification numérique sur un cas applicatif avec perturbations

En posant: $\nabla_X \mathcal{J} = \left(\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}, \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi}\right)^\mathsf{T}$ et $n = \frac{1}{\sqrt{d\psi^2 + dx^2}} \begin{pmatrix} -d\psi \\ dx \end{pmatrix}$, on calcule

$$\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}.$$

*Figure 21:* ***A)*** *Solution analytique et approximative avec la dérivée de Hadamard sur un cas simple,* ***B)*** *Solution analytique et approximative sur un cas perturbé.*

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$ ?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Nouveau Workflow basé du la dérivée au sens d'Hadamard

*Figure 22: Nouveau workflow d'OptiMorph basé sur la dérivée au sens d'Hadamard*

# Présentation des 3 modèles de vagues

## 3 modèles à 3 complexités différentes:

**Shoaling**

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

---

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

# Présentation des 3 modèles de vagues

## 3 modèles à 3 complexités différentes:

**Shoaling**

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

---

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

**SWAN**

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

---

✔ Rapide.
✔ Calcul entièrement l'action des vagues.

✖ Ne traite pas les ondes longues.

# Présentation des 3 modèles de vagues

## 3 modèles à 3 complexités différentes:

### Shoaling

Résout l'équation de Shoaling avec une paramétrisation sur le déferlement.

---

✔ Très rapide.
✔ Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ analytiquement possible.

✖ Très peu physique.

### SWAN

Résout de manière spectrale, l'action des vagues.

---

✔ Rapide.
✔ Calcul entièrement l'action des vagues.

✖ Ne traite pas les ondes longues.

### XBeach

Résout séparément les ondes longues (vagues à vagues) et les ondes courtes (spectral).

---

✔ Très physique.
✔ Résout également la circulation.

✖ Temps de calculs assez conséquents.

# Comparaison des modèles de vagues

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

*Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.*

# Comparaison des modèles de vagues

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s
- $T_f = 30$ mins

*Figure 23: Résultats des vagues obtenus avec les modèles Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du fond marin lors de l'expérience du canal LIP 1C.*

- Shoaling : $H_{\text{RMSE}} = 4.5$ cm.
- SWAN : $H_{\text{RMSE}} = 3.3$ cm.
- XBeach : $H_{\text{RMSE}} = 2.8$ cm.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?

2. Vers un modèle morphodynamique

3. Extension à un modèle générique
   - Comment calculer $\nabla_\psi J$ ?
   - Validation numérique de la dérivée de Hadamard
   - Présentation du nouveau modèle basé la dérivée d'Hadamard
   - Résultats morphodynamiques

4. Évolution du modèle en 2D

5. Conclusion et Perspectives

# Présentation des expériences en canal : SANDS et LIP

## SANDS (Eichentopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
- SANDS 2: Une partie accretive sur le profil final de SANDS 1.

| | Fond initial | $H_S$[m] | $T_0$[s] | Durée [h] |
|---|---|---|---|---|
| A | Profil initial | 0.53 | 4.14 | 23.5 |
| B | Résultat de A | 0.32 | 5.44 | 20.4 |

Table 1: Paramètres de SANDS.

# Présentation des expériences en canal : SANDS et LIP

## SANDS (Eichentopf et al., 2018)

Le Canal d'Investigació i Experimentació Marítima (CIEM) (Barcelone) mesure 100x3x4.5 m.

- SANDS 1: Une partie érosive sur une plage linéaire de pente 1/15.
- SANDS 2: Une partie accretive sur le profil final de SANDS 1.

| | Fond initial | $H_S$[m] | $T_0$[s] | Durée [h] |
|---|---|---|---|---|
| A | Profil initial | 0.53 | 4.14 | 23.5 |
| B | Résultat de A | 0.32 | 5.44 | 20.4 |

Table 1: Paramètres de SANDS.

## LIP (Roelvink and Reniers, 1995)

The Delta Flume of Delft Hydraulics mesure 225x7x5 m.

- LIP-1A: Avant la tempête, création d'une barre sédimentaire sur une plage linéaire de pente 1/30.
- LIP-1B: Tempête, la barre se déplace vers le large sous l'action de grosses vagues, érosion.
- LIP-1C: Après la tempête, la barre se déplace vers la côte, accrétion.

| | Fond initial | $H_S$[m] | $T_0$[s] | Durée [h] |
|---|---|---|---|---|
| 1A | Profil initial | 0.9 | 5 | |
| 1B | Résultat de 1A | 1.4 | 5 | 18 |
| 1C | Résultat de 1B | 0.6 | 8 | 13 |

Table 2: Paramètres de LIP.

# Résultats en canal de l'expérience SANDS

**Paramètres:**

- $H_s = 0.32$ m
- $T_0 = 5.44$ s
- $T_f = 23$h30
- Pente: 1/15

*Figure 24:* ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu).* ***B)*** *Écarts de* $\psi_f - \psi_i$.

# Résultats en canal de l'expérience SANDS

**Paramètres:**

- $H_s = 0.32$ m
- $T_0 = 5.44$ s
- $T_f = 23$h30
- Pente: 1/15

*Figure 24:* ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues Shoaling (vert), SWAN (rouge) et XBeach (bleu).* ***B)*** *Écarts de* $\psi_f - \psi_i$.

- Shoaling : $\psi_{\text{RMSE}} = 11.7$ cm.
- SWAN : $\psi_{\text{RMSE}} = 12.7$ cm.
- XBeach : $\psi_{\text{RMSE}} = 13.5$ cm.

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

**Paramètres:**

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

*Figure 25:* ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

**Paramètres:**

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

*Figure 25:* ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.

# Résultats en canal de l'expérience LIP 1C

**Paramètres:**

- $H_s = 0.6$ m
- $T_0 = 8$ s
- $T_f = 13$h
- Pente: 1/30

*Figure 25:* ***A)*** *Résultats hydro-morphodynamiques avec des modèles de vagues Shoaling, SWAN et XBeach. Configuration du profil de SANDS érosive.*

- Comportement de la barre intérieure globalement reproduit.
- Mais aucun déplacement latéral de la barre extérieure.

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

*Figure 26:* ***A)*** *Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour* $p = 0, 1, 2$ *et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C.* ***B)*** *Distribution des vitesses pour* $p = 1$.

# Ajout de transport latéral

- Nouvelle équation gouvernante: $\boxed{\psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi}$,
- Une vitesse possible: $\boxed{V = 0.01 U_b \left( \frac{H}{H_{\max}} \right)^p}$ avec $U_b = \frac{\pi H}{T_0 \sinh(kh)}$,

*Figure 26:* ***A)*** *Résultats morphodynamiques du modèle OptiMorph avec transport latéral pour* $p = 0, 1, 2$ *et du modèle de vagues XBeach, pour l'expérience du canal LIP 1C.* ***B)*** *Distribution des vitesses pour* $p = 1$.

- Mais $V > 0$ pour ce choix $\Rightarrow$ pas de déplacement de barre sédimentaire vers le large (comme dans LIP-1B).

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.
- Comment calculer $\nabla_V \mathcal{J}$ ?

# Vers une meilleure définition de la vitesse ?

- Un nouveau couple d'équations gouvernantes ?

$$\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \Lambda d - V \nabla_s \psi & \text{(a)} \\ V_t = -\rho \nabla_V \mathcal{J} & \text{(b)} \end{cases}$$

- L'équation (b) traduit une vitesse minimisant $\mathcal{J}$.
- Comment calculer $\nabla_V \mathcal{J}$ ?
- Est-ce que les déplacements morphodynamiques latéraux peuvent minimiser $\mathcal{J}$ ?

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

*Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).*

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

*Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).*

# Résultats sur des profils de plage à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50
- $\Omega = 600$ m

---

- Caractéristiques observables dans la nature.

*Figure 27: Résultats hydro-morphodynamiques avec les modèles de vagues (Shoaling (vert), SWAN (rouge), XBeach (bleu), Saint-Venant (orange)). Configuration de profils linear, convex, concave (noir pointillé).*

# Comparaison avec une référence de la littérature

L.D Wright and A.D Short (1984). "Morphodynamic variability of surf zones and beaches: A synthesis". In: *Marine Geology*, Volume 56.

*Figure 28: (left) Plan and profile configurations of the six major beach states. (right) Beach profile mobility in relation to modal beach state and state variability.*

# Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

**Paramètres:**

- SWAN
- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50

*Figure 29: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.*

# Positionnement de la barre sédimentaire au point de déferlement de la vague

**Paramètres:**

- SWAN
- $H_0 = 2$ m
- $T_0 = 12$ s
- $T_f = 72$ h
- Pente: 1/50

*Figure 29: Résultats hydro-morphodynamiques avec différents critères de déferlement.*

- Création d'une barre sédimentaire au point d'inflexion de la vague.

# Comparaison avec une référence de la littérature

REF DE FRED

*Figure 30:* *Caption1.*

*Figure 31:* *Caption2*

# Temps de calcul

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 180 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.004 | 0.278 | 7.372 | 0.012 |
| Total computation time for 1000 iterations (mins) | 0.26 | 4.83 | 123.06 | 0.2 |

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 1000 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.023 | 1.193 | 28.738 | 0.074 |
| Total computation for with 1000 iterations (mins) | 1.61 | 21.12 | 480.2 | 1.27 |

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

# Temps de calcul

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 180 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.004 | 0.278 | 7.372 | 0.012 |
| Total computation time for 1000 iterations (mins) | 0.26 | 4.83 | 123.06 | 0.2 |

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 1000 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.023 | 1.193 | 28.738 | 0.074 |
| Total computation for with 1000 iterations (mins) | 1.61 | 21.12 | 480.2 | 1.27 |

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.

# Temps de calcul

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 180 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.004 | 0.278 | 7.372 | 0.012 |
| Total computation time for 1000 iterations (mins) | 0.26 | 4.83 | 123.06 | 0.2 |

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 1000 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.023 | 1.193 | 28.738 | 0.074 |
| Total computation for with 1000 iterations (mins) | 1.61 | 21.12 | 480.2 | 1.27 |

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

# Temps de calcul

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 180 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.004 | 0.278 | 7.372 | 0.012 |
| Total computation time for 1000 iterations (mins) | 0.26 | 4.83 | 123.06 | 0.2 |

Table 3: Temps de calcul avec 180 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

| | Hydrodynamic | | | Morphodynamic by wave energy minimization |
|---|---|---|---|---|
| **Simulation with 1000 points** | Shoaling | SWAN | XBeach | |
| Computation time for 1 iteration (s) | 0.023 | 1.193 | 28.738 | 0.074 |
| Total computation for with 1000 iterations (mins) | 1.61 | 21.12 | 480.2 | 1.27 |

Table 4: Temps de calcul avec 1000 points : LIP - 1C avec différents modèles de vagues. Ordinateur à 2,4 GHz sur un processeur Intel Xeon E5-2680.

- Le temps de calcul augmente linéairement par rapport au nombre de points du maillage.
- Le temps de calcul morphodynamique négligeable devant l'hydrodynamique.

*Video 1: Démonstration.*

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,
  - ...

# Passage du modèle en 2D: Immédiat.

- Équation gouvernante: $\boxed{\begin{cases} \psi_t = \Upsilon \wedge d \\ \psi(t=0) = \psi_0 \end{cases}}$, **valable en 2D.**
- Calcul de $\nabla_\psi \mathcal{J}$ au sens Hadamard: $\boxed{\nabla_\psi \mathcal{J} = \nabla_X \mathcal{J}.n}$, **valable en 2D.**
- Extension des contraintes en 2D.
- Modèles de vagues en 2D:
  - Shoaling en multi-1D,
  - REF/DIF,
  - ...
  - Tous les ajouts sont possibles.

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
   - Présentation du modèle en 2D
   - Résultats 2D
5. Conclusion et Perspectives

# Présentation de l'expérience Copter 2D

Les vagues irrégulières de JONSWAP sont générées sur des séquences de 20 $\mathrm{mn}$, répétées plusieurs fois. Quatre climats de vagues typiques:

- La tempête se lève : $H_{m0} = 17\ \mathrm{cm}/T_p = 2.1\ \mathrm{s}$.
- Sommet de la tempête : $H_{\mathrm{m0}} = 23\ \mathrm{cm}/T_p = 2.3\ \mathrm{s} \rightarrow$ **Géotube**.
- La tempête faiblit : $H_{\mathrm{m0}} = 18\ \mathrm{cm}/T_p = 3.5\ \mathrm{s}$.
- Conditions de vagues calmes : $H_{\mathrm{m0}} = 11\ \mathrm{cm}/T_p = 2.\ \mathrm{s}$

*Figure 32: Schéma de Copter 2D.*

*Figure 33: Photo de l'expérience Copter 2D.*

# Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

**Paramètres:**

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**Experimental**

# Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

**Paramètres:**

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**Experimental**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

# Résultats morphodynamiques sur Copter 2D

**Paramètres:**

- $H_0 = 0.23$ m,
- $T_0 = 2.3$ s,
- $T_f = 20$ minutes,

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**Experimental**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

# Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**COPTER 2D**

# Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**COPTER 2D**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.

# Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

**Multi-1D Shoaling**

**REF/DIF**

**COPTER 2D**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.

# Résultats morphodynamiques sur un profil à l'échelle in situ

**Paramètres:**

- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube.

**Multi-1D Shoaling** | **REF/DIF** | **COPTER 2D**

- Observation d'un creux derrière le tube en géotextile.
- Une limitation sur le modèle shoaling multi-1D.
- Une réaction morphodynamique légère avec le modèle REF/DIF.

*Figure 34: H initial avec Shoaling*

*Figure 35: H initial avec REF/DIF*

1. Comment construire un modèle de dynamique des plages sableuses, à création de barres sédimentaires, par minimisation ?
2. Vers un modèle morphodynamique
3. Extension à un modèle générique
4. Évolution du modèle en 2D
5. Conclusion et Perspectives

# Conclusion

- Un modèle générique, de faible complexité, pour la création de barres sédimentaires.
- Une nouvelle approche de calcul du gradient par rapport à la forme.
- Des cas de benckmark validés.

## Publications:

Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (2024). "Beaches morphodynamic modeling based on hadamard sensitivity analysis. ". In: *Ocean Modelling*, page 102370.

Ronan Dupont, Megan Cook, Frédéric Bouchette, Bijan Mohammadi, and Samuel Meulé. (2023). "Sandy beach dynamics by constrained wave energy minimization.". In: *Ocean Modelling*, page 102197.

# Perspectives

- Améliorer l'approche du transport latéral.
- Continuer la validation in situ (accrétion, 2D,...).
- Proposer OptiMorph comme un module intégrable dans les modèles morphodynamiques classiques.
- Étoffer le modèle 2D (simplifier l'utilisation pour des cas réels,...).
- Utiliser l'approche d'Hadamard dans un contexte différent (aérodynamique, theromodynamique, ...).

## En cours de publication:

Ronan Dupont, Frédéric Bouchette, and Bijan Mohammadi. (202X). "2DH Morphodynamic Modelling By Minimization Principle."

Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "

# Un projet en parallèle

Ronan Dupont (202X). "Solving the Mild-Slope and Helmholtz equations using the Virtual Element Method (VEM), dealing with high order Robin Boundary Condition. "

*2D element with:*
- ● : *Summits dofs*
- ■ : *Edges dofs*
- ▲ : *Inner dofs.*

*Maillage polyédrique du port de Cherbourg.*

*Résultats VEM des équations d'Helmholtz et Mild-Slope sur le port de Cherbourg.*

# Merci pour votre attention!

# References

# Nouveau modèle de vagues

**Modèle Shoaling**

$$H(x,t) = \begin{cases} H_0(x,t)K_{\mathrm{S}}(x,t) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{S}} \\ \mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) & \text{for} \quad x \in \Omega_{\mathrm{B}} \end{cases}$$

avec $\mathcal{F}$ une fonction de paramétrant le déferlement:

$$\mathcal{F}\left(\gamma h(x,t)\right) = H(x_{start}) + \left[H(x_{stop}) - H(x_{start})\right] \cdot f\left(\frac{x - x_{start}}{x_{stop} - x_{start}}\right) \cdot g\left(\frac{h_{max} - h}{h_{max} - h_{min}}\right)$$

## Shoaling model:

Cook (2021)

$$H(x,t) = \begin{cases} [(1-\alpha(x))H_{\mathbf{0}}(t) + \alpha(x)H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t)]\, K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x < d_w \\ H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t) K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{B}} \end{cases}$$

## Shoaling model:

Cook (2021)

$$H(x,t) = \begin{cases} [(1-\alpha(x))H_{\mathbf{0}}(t) + \alpha(x)H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t)]\, K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x < d_w \\ H_{\mathbf{0}}^{w}(x,t) K_{\mathbf{S}}(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{S}} \text{ and } x \geq d_w \\ \gamma h(x,t) & \text{if } x \in \Omega_{\mathbf{B}} \end{cases}$$

**Paramètres:**

- $H_s = 135$ mm
- $T_0 = 2.5$ s

*Figure 37: Comparaison de la hauteur moyenne des vagues lors d'une simulation de tempête sur l'expérience Copter.* Cook (2021).

# Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - Shoaling

**Paramètres:**

- **Shoaling Multi-1D**,
- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube en forme de gaussienne.

**Initial**

**Final**

# Résultats sur une pente linéaire avec un tube en géotextile - REF/DIF

**Paramètres:**

- **REF/DIF**,
- $H_0 = 2$ m,
- $T_0 = 6$ s,
- $T_f = 72$ h,
- Pente: 1/100,
- Géotube en forme de gaussienne.

**Initial**

**Final**