考试题型

- 概念简答题
  四道
- 计算题
  六道

需要掌握的知识

- 概念

  抽样定理

  失真

  z域(离散域)系统的因果性和稳定性

  系统响应的分类

抽样信号的频谱

一 均匀抽样定理

一个在频域中不包含大于频率f_m的分量的有限频带信号，对该信号以不大于1/(2 f_m)的时间间隔进行抽样，抽样值唯一确定。 1/(2 f_m)称为奈奎斯特抽样间隔， 2 f_m称为奈奎斯特抽样率

- 1. 抽样信号

设被抽样的信号为f(t)，用来进行抽样的信号为 $S(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}G_t(t-nT_s)$ 则定义

$$f_s(t)=f(t)\bullet S(t)=f(t)\bullet\sum_{n=-\infty}^{\infty}G_t(t-nT)$$

或

$$f_s(t)=f(t)\bullet d_T(t)=f(t)\bullet\sum_{n=-\infty}^{\infty}d(t-nT)$$

称为抽样信号。前者称为矩形脉冲序列抽样，后者称为均匀冲激序列抽样。为抽样间隔（周期）。

抽样信号的傅立叶变换

设 $f(t) \Leftrightarrow F(\mathrm{j}w)$ 则抽样信号的傅立叶变换为：

（1）矩形脉冲序列抽样：

$$F_s(\mathrm{j}w) = F[f_s(t)] = F[f(t) \cdot S(t)]$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n F[\mathrm{j}(w - n\Omega)]$$

其中

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} S(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}n\Omega t}\mathrm{d}t$$

均匀冲激序列抽样

$$F_s(\mathrm{j}w) = F[f_s(t)] = F[f(t) \bullet d_T(t)]$$

$$= \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F[\mathrm{j}(w - n\Omega)] \qquad \Omega = \frac{2p}{T}$$

二 时域抽样

- （1）限带信号的定义：设 $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$，且当 $|w| \geq w_m$ 时有 $F(jw)=0$，则称**f(t)**为带宽为w_m的限带信号。
  - 信号的能量主要集中在信号频谱的低频部分所以我们对信号进行频谱分析的时候，只研究低频部分就可以得到信号的信息

（2）时域抽样定理：为了能从抽样信号 $f_s(t)$ 中恢复原信号 $f(t)$，必须满足两个条件：①被抽样的信号 $f(t)$ 必须是限带信号，设带宽为 w_m（或 f_m）；②抽样频率 $w_s \geq 2w_m$（即 $f_s \geq 2f_m$），或抽样间隔 $T_s \leq \dfrac{1}{2f_m} = \dfrac{p}{w_m}$；其最低容许抽样频率 $f_s = 2f_m$ 或 $w_s = 2w_m$ 称为奈奎斯特频率，其最大允许抽样间隔 $T_s = \dfrac{1}{2f_m} = \dfrac{p}{w_m}$ 称为奈奎斯特抽样间隔，也称奈奎斯特抽样周期。

此结论即为时域抽样定理。

- 抽样脉冲序列p(t)为周期信号，其频谱为

$$p(w)=p\sum_{n=-\infty}^{\infty}p_n d(w-nw_s)$$

  – 其中: $p_n=\frac{2}{T_s}\int_{T_s}p(t)e^{-jnw_s t}dt$

  为均匀抽样的抽样概率 $T_s=\frac{2p}{w_s}$

- 抽样后的信号 $f_s(t)=f(t)\ p(t)$,根据频域卷积定理,其频谱为

$$F_s(w)=\frac{1}{2p}F(w)*p(w)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}p_nF[(w-nw_s)]$$

三 频域抽样

- 设连续频谱函数$F(w)$对应的时间函数为f(t),

  抽样冲激序列 $d_{w1}(w)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}d(w-nw_1)$

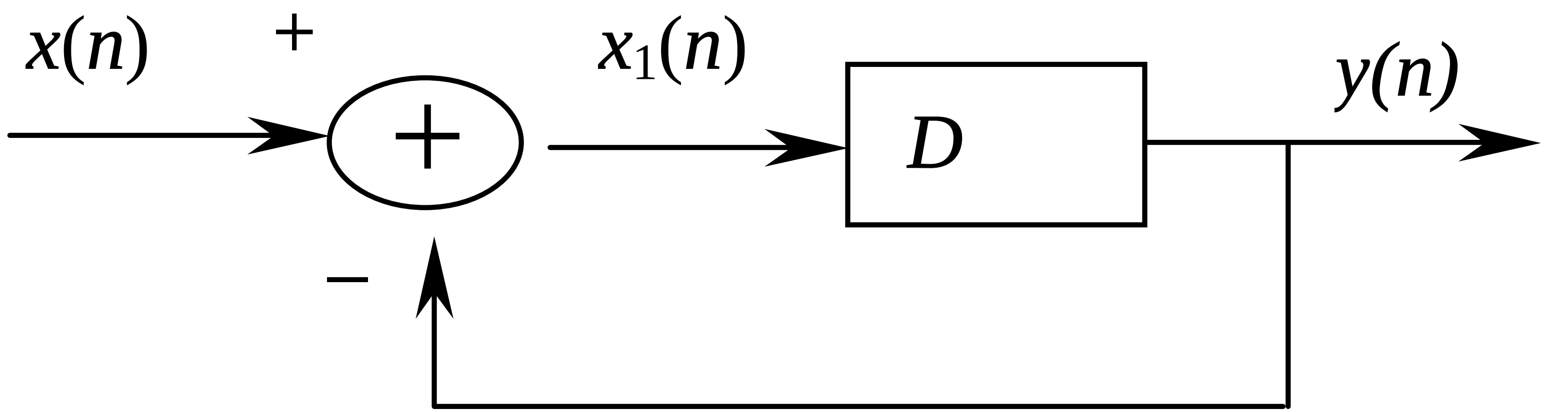
- 抽样后的频率函数 $F_1(w)=F(w)\,d_{w1}(w)$

- 根据卷积定理可得 $f_1(t)=\dfrac{1}{w_1}\sum_{n=-\infty}^{\infty}f(t-nT_1)$

  – 其中 $w_1=\dfrac{2p}{T_1}$ 为抽样速率

如下图所示反馈回路由一个延迟器和一个加法器所组成。设n<0时，y[n]=0，试分别画出如下输入x[n]时输出y[n]的图形。

（a）x[n]= δ [n]　　　(b) x[n]=u[n]



由反馈系统图解可知:　x1[n]=x[n]-y[n]

y[n]=x[n-1]-y[n-1]

(a)　当 $x[n]=d[n]=\begin{cases}1 & n=0\\0 & n\neq 0\end{cases}$ 时,

若 $n\leq 0$ 时, 显然 y[n]=0

当 n=1时 y[1]=x[0]-y[0]=1

当 n=2时 y[2]=x[1]-y[1]=-1

……..

当 n=i时 $y[i]=(-1)^{i+1}$

(b) 当 $x[n]=u[n]=\begin{cases}1 & n\geq 0\\ 0 & n<0\end{cases}$ 时,

若 $n\leq 0$ 时, 显然 y[n]= x[n-1]-y[n-1]=0

当 n=1时 y[1]=x[0]-y[0]=1

当 n=2时 y[2]=x[1]-y[1]=0

……..

当 n=i时 y[i]= x[i-1]-y[i-1]= $\begin{cases}1 & n\text{为奇}\\ 0 & n\text{为偶}\end{cases}$

无失真传输条件

信号通过系统以后,将会改变原来的形状,成为新的波形,若从频率来说,系统改变了原有信号的频谱结构,而组成了新的频谱.这种波形的改变或频谱的改变,将直接取决于系统本身的传输函数H(w).线性非时变系统的功能就像是一个滤波器,信号通过系统后,某些频率分量的幅度保持不变,而另外的一些频率分量的幅值衰减了,信号的每一频率分量在传输以后,受到了不同程度的衰减和位移.也就是说,信号在通过系统传输的过程中产生了失真.

一 产生失真的原因

- 一个因素是系统对信号中各频率分量的幅度产生不同程度的衰减,使各频率分量幅度的相对比例产生变化,造成失真。另一因素是系统对各频域分量产生的相移与频率不成正比，结果各频率分量在时间轴上的相对位置产生变化，造成相位失真。

失真的类型

- 线性系统的幅度失真和相位失真都不产生新的频率分量，称为线性失真。而非线性系统将会在所传输的信号中产生出新的频率分量，这就是所谓的非线性失真。

二 无失真条件

要使任意波形信号通过线性系统而不产生波形失真，该系统的传输函数必须满足如下条件:

（1）在时域中：$h(t) = Kd(t - t_0)$

（2）在频域中：

$$H(\mathrm{j}w) = \left|H(\mathrm{j}w)\right| \mathrm{e}^{\mathrm{j}j(w)} = K\mathrm{e}^{-\mathrm{j}wt_0}$$

即
$$\left|H(\mathrm{j}w)\right| = K$$

$$j(w) = -wt_0$$

其中 K 和 t_0 均为实常数。

即系统的频谱特性为一常数，相频特性是一通过原点的直线。

离散系统全响应的分类

(1) 按响应产生的原因分：

全响应=零状态响应+零输入响应

(2) 按响应随时间变化的规律是否与激励的变化规律一致分：

全响应=强迫响应+自由响应

(3) 按响应在时间过程中存在的状态分：

全响应=稳态响应+暂态响应

五 离散系统的稳定性
在时域中的充要条件

离散系统的稳定的充要条件在时域中的充要条件，在时域中是单位响应h(n)绝对可和，即： $\sum_{n=1}^{\infty}|h(n)|<\infty$

注意：满足式 $\lim_{k\to\infty}h(k)=0$ 或 $\lim_{k\to\infty}|h(k)|=0$，

只是系统稳定的必要条件而非充分条件。

- 因果系统
  - 定义：若在K<0时有h(k)=0,则称为因果系统,否则为非因果离散系统。
  - 性质
    - H(z)不会出现z的正幂
    - H(z)的收敛域必在某圆的圆外，其收敛圆半径p取决于h(k)本身。
    - 在 $H(s)=\dfrac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \cdots + b_1 z + b_0}{z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0} = \dfrac{N(z)}{D(z)}$

      中， $m \le n$

      只能有

- 稳定系统
  - 定义：若当 $k \to \infty$ 时有h(k)=0,且 $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| \leq M$,M为有限正常数，则这样的离散系统称为稳定系统，否则为不稳定系统。若当 $k \to \infty$ 时h(k)为恒定的有限值，则为临界稳定系统。
  - 性质：对于稳定系统，其系统函数H(z)的极点必在单位圆的内部。

例：已知$F(jw)=FT[f(t)]$，求$FT[f(6-2t)]$

解：由于信号$f(6-2t)$是由信号$f(t)$经过

压缩，时移，折叠三种变化而得到的，

又由于三种变化的次序共有**6**种，

故有**6**种解法

(1) 折叠$\rightarrow$压缩$\rightarrow$时移

$$f(t) \Leftrightarrow F(jw)$$

折叠 $f(-t) \Leftrightarrow F(-jw)$

压缩$\frac{1}{2}$ $f(-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})$

右时移3 $f(-2(t-3)) = f(6-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j3w}$

(2)　折叠$\rightarrow$时移$\rightarrow$压缩

$$f(t) \Leftrightarrow F(jw)$$

折叠　$f(-t) \Leftrightarrow F(-jw)$

右时移6　$f(-(t-6)) = f(6-t) \Leftrightarrow F(-jw)e^{-j6w}$

压缩$\frac{1}{2}$　$f(6-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j6\frac{w}{2}} = \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j3w}$

(3)　压缩 $\rightarrow$ 时移 $\rightarrow$ 折叠

$$f(t) \Leftrightarrow F(\mathrm{j}w)$$

压缩$\frac{1}{2}$　$f(2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(j\frac{w}{2})$

左时移3　$f\left[2(t+3)\right] = f(6+2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(j\frac{w}{2})e^{j3w}$

折叠　$f(6-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j3w}$

(4)时移$\rightarrow$折叠$\rightarrow$压缩

$$f(t) \Leftrightarrow F(jw)$$

左时移6: $f(t+6) = f(6+t) \Leftrightarrow F(jw)e^{j6w}$

折叠： $f(6-t) \Leftrightarrow F(-jw)e^{-j6w}$

压缩1/2: $f(6-2t) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}F(-j\dfrac{w}{2})e^{-j3w}$

(5)时移 $\rightarrow$ 压缩 $\rightarrow$ 折叠

$$f(t) \Leftrightarrow F(jw)$$

左时移6： $f(t+6) = f(6+t) \Leftrightarrow F(jw)e^{j6w}$

压缩1/2： $f(6+2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(j\frac{w}{2})e^{j3w}$

折叠： $f(6-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2}F(-j\frac{w}{2})e^{-j3w}$

(6)压缩$\rightarrow$折叠$\rightarrow$时移

$$f(t) \Leftrightarrow F(jw)$$

压缩1/2:
$$f(2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} F(j\frac{w}{2})$$

折叠:
$$f(-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} F(-j\frac{w}{2})$$

左时移6:
$$f\left[-2(t-3)\right] = f(6-2t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} F(-j\frac{w}{2}) e^{-j3w}$$