《信号与系统》课程复习提纲

- 基本内容
- 基本公式

第1章 绪论

一、基本内容

（1）信号与波形，信号与系统定义;

（2）冲激信号的定义及性质;

（3）信号的运算及响应波形变换：平移、反褶、尺度变换、相乘、相加、微积分等;

（4）信号的分解：奇、偶分量，交、直流分量的求法;

（5）功率信号、能量信号的定义及其确定方法;

（6）函数正交性：最小均方误差；（了解）

（7）线性时不变系统特性：线性、时不变性、因果、稳定判别方法。

二、基本公式

（一）冲激信号的性质

（1）$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$

（2）$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$

$\delta(-t) = \delta(t)$ $\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$

（3）$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$

（4）$\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$ $\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$

（5）$f(t) * \delta(t) = f(t)$

（6）$\delta(t-t_1) * \delta(t-t_2) = \delta(t-t_1-t_2)$

（二）线性时不变因果稳定系统特性

若激励为 $e(t)$，响应 $r(t)$

（1）线性：叠加性+齐次性 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)\to c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$

（2）时不变性：$e(t-t_0)\to r(t-t_0)$

（3）微分特性：$\frac{d}{dt}e(t)\to\frac{d}{dt}r(t)$

（4）积分特性：$\int_0^t e(\tau)d\tau\to\int_0^t r(\tau)d\tau$

（5）因果性：若 $t<t_0$ 时，$e(t)=0$，则 $t<t_0$ 时，$r(t)=0$

（6）稳定性(BIBO)：$|e(t)|\le M<\infty\to|r(t)|\le N<\infty$

第2章 连续时间系统的时域分析

一、基本内容

（1）微分方程建立与求解：齐次解与特征根关系，特解与特征根关系；

（2）零输入与零状态响应：二者待定系数的确定条件，与自由响应和强迫响应的关系；

（3）起始状态与线性时不变性的关系；

（4）冲激响应和阶跃响应；

（5）求卷积的方法；

（6）利用卷积求零状态响应。

二、基本公式

（一）冲激响应与阶跃响应的关系

$$h(t)=\frac{d}{dt}g(t) \qquad g(t)=\int_{-\infty}^{t}h(t)dt$$

（二）卷积

（1）定义式: $s(t)=f_1(t)*f_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t-\tau)f_2(\tau)d\tau$

（2） $f_1(t-t_1)*f_2(t-t_2)=s(t-t_1-t_2)$

（3） $f_1(t)*f_2(t)=f_2(t)*f_1(t)$

（4） $f_1(t)*[f_2(t)*f_3(t)]=[f_1(t)*f_2(t)]*f_3(t)$

（5） $f_1(t)*[f_2(t)+f_3(t)]=f_1(t)*f_2(t)+f_1(t)*f_3(t)$

（6） $s^{(i)}(t)=f_1^{(j)}(t)*f_2^{(i-j)}(t)$

（7） $f(t)*\delta^{(k)}(t)=f^{(k)}(t)$

（8） $f(t)*u(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau$

第3章 傅立叶变换

一、基本内容

（1）利用傅立叶级数的定义式计算周期信号的频谱;

（2）利用傅立叶级数的性质或借助傅立叶变换简化周期信号频谱分析;

（3）灵活运用傅立叶变换的有关性质对信号进行正、反变换;

（4）掌握抽样信号频谱的计算及抽样定理;

（5）掌握典型信号的傅立叶级数展开系数和傅立叶变换。

二、基本公式

（一）傅立叶级数的定义

（1）三角形式：$f(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\omega_1 t)+b_n\sin(n\omega_1 t)]$

$$a_0=\frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{T+t_0}f(t)dt \qquad a_n=\frac{2}{T_1}\int_{t_0}^{T+t_0}f(t)\cos(n\omega_1 t)dt \qquad b_n=\frac{2}{T_1}\int_{t_0}^{T+t_0}f(t)\sin(n\omega_1 t)dt$$

或 $f(t)=c_0+\sum_{n=1}^{\infty}c_n\cos(n\omega_1 t+\varphi_n)$ $\quad c_0=a_0 \quad c_n=\sqrt{a_n^2+b_n^2} \quad \varphi_n=-\arctan\frac{b_n}{a_n}$

（2）指数形式：$f(t)=\sum_{n=1}^{\infty}F_n e^{jn\omega_1 t}$ $\quad F_0=a_0 \quad F_n=\frac{1}{T_1}\int_{t_0}^{T_1+t_0}f(t)e^{-jn\omega_1 t}$

（3）F_n与a_n, b_n间的关系 $\quad F_n=\frac{1}{2}(a_n-jb_n) \quad F_{-n}=\frac{1}{2}(a_n+jb_n)$

（4）傅立叶级数系数与信号功率的关系

$$P=a_0^2+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2+b_n^2)=c_0^2+\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}c_n^2=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|F_n|^2$$

（二）傅立叶变换的定义

（1）$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$　　$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$

（三）典型信号的傅立叶变换

（1）$\delta(t)\leftrightarrow 1$

（2）$1\leftrightarrow 2\pi\delta(\omega)$

（3）$u(t)\leftrightarrow\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$

（4）$\mathrm{sgn}(t)\leftrightarrow\frac{2}{j\omega}$

（5）$G_\tau(t)=E[u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})]\leftrightarrow E\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$ ***

（6）$Sa(\omega_c t) \leftrightarrow \dfrac{\pi}{\omega_c}[u(\omega+\omega_c)-u(\omega-\omega_c)]$ ***

（7）$Ee^{-at} \leftrightarrow \dfrac{E}{j\omega+a}$

（8）$Ee^{j\omega_0 t} \leftrightarrow 2\pi E\delta(\omega-\omega_0)$

（9）$E\sin(\omega_0 t) \leftrightarrow jE\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$

（10）$E\cos(\omega_0 t) \leftrightarrow E\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$

（四）傅立叶变换的性质

（1）对称性 $F(t) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$

（2）尺度变换 $f(at) \leftrightarrow \dfrac{1}{|a|}F(\dfrac{\omega}{a})$

（3）反褶 $f(-t) \leftrightarrow F(-\omega)$

（4）时移 $f(t-t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0}F(\omega)$ $f(at-b) \leftrightarrow \dfrac{1}{|a|}e^{-j\omega\frac{b}{a}}F(\dfrac{\omega}{a})$

（5）频移 $f(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow F(\omega-\omega_0)$

$$f(t)\cos\omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2}[F(\omega+\omega_0)+F(\omega-\omega_0)]$$

$$f(t)\sin\omega_0 t \leftrightarrow \frac{j}{2}[F(\omega+\omega_0)-F(\omega-\omega_0)]$$

（6）时域微分 $\frac{d}{dt}f(t)\leftrightarrow(j\omega)F(\omega)$ $\frac{d^n}{dt^n}f(t)\leftrightarrow(j\omega)^nF(\omega)$

（7）频域微分 $-jtf(t)\leftrightarrow\frac{d}{d\omega}F(\omega)\Rightarrow tf(t)\leftrightarrow j\frac{d}{d\omega}F(\omega)$

$$(-jt)^nf(t)\leftrightarrow\frac{d^n}{d\omega^n}F(\omega)$$

（8）时域积分 $\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau\leftrightarrow\frac{F(\omega)}{j\omega}+F(0)\pi\delta(\omega)$

$$f_1(t)=f'(t)\leftrightarrow F_1(j\omega)$$

$$F(\omega)=\frac{F_1(\omega)}{j\omega}+\pi[f(\infty)+f(-\infty)]\delta(\omega)$$

（9）频域积分 $-\frac{f(t)}{jt}+f(0)\pi\delta(t)\leftrightarrow\int_{-\infty}^{\omega}F(u)du$

（10）时域卷积 $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(\omega)F_2(\omega)$

（11）频域卷积 $f_1(t)f_2(t) \leftrightarrow \dfrac{1}{2\pi}F_1(\omega) * F_2(\omega)$

（五）周期信号的傅里叶变换

$f(t)$以 T_1为周期，则

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_1) \qquad F_n = \frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}} f(t)e^{-jn\omega_1 t}dt$$

$$F_n = \frac{1}{T_1}F_0(\omega)\Big|_{\omega=n\omega_1}$$

$F_0(\omega)$ 为单脉冲信号的傅里叶变换

（六）抽样信号的傅里叶变换

$$f_s(t) = f(t)p(t) \qquad F_s(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n F(\omega - n\omega_s)$$

$$P_n = \frac{1}{T_s}\int_{-\infty}^{\infty} p(t)e^{-jn\omega_s t}dt$$

冲激抽样 $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$ $F_s(\omega) = \frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s)$

（七）抽样定理

第5章 傅立叶变换应用

一、基本内容

（1）用傅立叶变换求系统的零状态响应;

（2）系统无失真传输的条件;

（3）理想低通滤波器、系统的物理可实现性;

（4）调制解调、带通滤波器、抽样信号恢复模拟信号。

二、基本公式

（一）线性时不变系统的频率特性

$$R(j\omega) = H(j\omega)E(j\omega)$$

（二）无失真传输条件

（1）时域表示 $r(t) = Ke(t - t_0)$

（2）频域表示 $R(j\omega) = KE(j\omega)e^{-j\omega t_0}$

（3）系统频率特性 $H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$

（4）系统冲激响应 $h(t) = K\delta(t - t_0)$

（三）理想低通滤波器

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_0} & |\omega| \le \omega_c \\ 0 & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

冲激响应 $h(t) = \dfrac{\omega_c}{\pi} Sa[\omega_c(t - t_0)]$

（四）系统物理可实现的充要条件

$$h(t)=0 \quad (t<0)$$

（五）调制与解调

（1） $f(t)=g(t)\cos(\omega_0 t)$

（2） $F(j\omega)=F[g(t)\cos(\omega_0 t)]=\dfrac{1}{2}[G(\omega+\omega_0)+G(\omega-\omega_0)]$

（3） $g_0(t)=[g(t)\cos(\omega_0 t)]\cos(\omega_0 t)=\dfrac{1}{2}g(t)+\dfrac{1}{2}g(t)\cos(2\omega_0 t)$

（4） $F[g_0(t)]=\dfrac{1}{2}G(\omega)+\dfrac{1}{4}[G(\omega+2\omega_0)+G(\omega-2\omega_0)]$

（六）从冲激抽样恢复模拟信号的方法：利用低通滤波器滤波

第4章 拉普拉斯变换

一、基本内容

（1）拉氏变换的定义;

（2）求拉氏逆变换的方法;

（3）拉氏变换的性质;

（4）利用拉氏变换求系统零输入和零状态响应;

（5）系统函数的零极点与时域波形的关系;

（6）由零极点确定自由响应、强迫响应、瞬态响应和稳态响应;

（7）零极点与系统稳定性的关系，系统稳定性判定方法;

（8）系统频率特性的几何确定方法。（了解）

二、基本公式

（一）拉氏变换的定义

$$F(s)=\int_{0_-}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt \qquad f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st}ds$$

（二）常用信号的拉氏变换

（1） $\delta(t)\leftrightarrow 1$

（2） $u(t)\leftrightarrow \dfrac{1}{s}$

（3） $tu(t)\leftrightarrow \dfrac{1}{s^2}$

（4） $t^n u(t)\leftrightarrow \dfrac{n!}{s^{n+1}}$

（5） $e^{-at}\leftrightarrow \dfrac{1}{s+a}$

（6） $\sin\omega t\leftrightarrow \dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$

（7） $\cos\omega t\leftrightarrow \dfrac{s}{s^2+\omega^2}$

（8） $\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)\leftrightarrow \dfrac{1}{1-e^{-sT}}$

（三）拉氏变换的基本性质

（1）线性 $af_1(t)+bf_2(t)\leftrightarrow aF_1(s)+bF_2(s)$

（2）尺度变换 $f(at)\leftrightarrow \frac{1}{a}F(\frac{s}{a})\quad a>0$

（3）时移 $f(t-t_0)u(t-t_0)\leftrightarrow F(s)e^{-st_0}$

（4）频移 $f(t)e^{-at}\leftrightarrow F(s+a)$

（5）时域微分 $\frac{d}{dt}f(t)\leftrightarrow sF(s)-f(0\_)$

$$\frac{d^n}{dt^n}f(t)\leftrightarrow s^nF(s)-\sum_{r=0}^{n-1}s^{n-r-1}f^{(r)}(0\_)$$

（6）S域微分 $-tf(t) \leftrightarrow \frac{d}{ds}F(s)$

（7）时域积分 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \leftrightarrow \frac{F(s)}{s} + \frac{f(0_-)}{s}$

（8）S域积分 $\frac{f(t)}{t} \leftrightarrow \int_{s}^{\infty} F(u)du$

（9）时域卷积 $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(s)F_2(s)$

（10）S域卷积 $f_1(t)f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi j}F_1(s) * F_2(s)$

（11）初值定理 $f(0) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$ 注意使用方法

（12）终值定理 $f(\infty) = \lim_{s\to 0} sF(s)$ 注意使用条件

（四）稳定系统的频响特性

$$H(j\omega) = H(s)\big|_{s=j\omega} = \left|H(j\omega)\right| e^{j\varphi(\omega)}$$

第6章 离散时间系统的时域分析

一、基本内容

（1）离散信号的定义、表示方法及运算;

（2）正弦序列周期的判定;

（3）根据差分方程画出离散系统的框图;

（4）差分方程的时域求解;

（5）离散卷积的求法。

二、基本公式

（一）常用序列及序列分解

（1） $\delta(n)=u(n)-u(n-1)$

（2） $u(n)=\sum_{k=0}^{\infty}\delta(n-k)=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(k)$

（3） $G_N(n)=u(n)-u(n-N)$

（4） $x(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)\delta(n-m)$

（5） $s(n)=x(n)*y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)y(n-m)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(n-m)y(m)$

（二）因果稳定系统的充要条件

$$\begin{cases} h(n)=h(n)u(n) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|<\infty \end{cases}$$

第7章 Z变换与离散时间系统的Z域分析

一、基本内容

（1）求序列的Z变换：定义法；Z变换的性质；

（2）求逆Z变换：留数法；幂级数展开；部分分式展开；

（3）Z变换的主要性质；

（4）利用Z变换解差分方程；

（5）S平面与Z平面的映射关系；

（6）离散系统的系统函数，单位样值响应与频响的关系；

（7）频响特性的求法及正弦稳态响应的求解方法；

（8）系统稳定性、因果性与系统函数收敛域的关系。

二、基本公式

（一）Z变换定义

（1）双边 $X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}$

（2）单边 $X(z)=\sum_{n=0}^{\infty}x(n)z^{-n}$

（3）逆变换 $x(n)=\frac{1}{2\pi j}\bigcirc$ $\sum_{m}\mathrm{Res}[X(z)z^{n-1}]_{z=z_m}$

（二）Z变换的基本性质

（1）线性 $ax(n)+by(n)\leftrightarrow aX(z)+bY(z)$

（2）位移 $x(n\pm m)\leftrightarrow z^{\pm m}X(z)$ 双边

$$x(n-m)u(n)\leftrightarrow z^{-m}[X(z)+\sum_{k=-m}^{-1}x(k)z^{-k}]$$

$$x(n+m)u(n)\leftrightarrow z^{m}[X(z)-\sum_{k=0}^{m-1}x(k)z^{-k}]$$

（3）指数加权 $a^n x(n) \leftrightarrow X(\frac{z}{a})$

（4）反褶 $x(-n) \leftrightarrow X(\frac{1}{z})$ $(-1)^n x(n) \leftrightarrow X(-z)$

（5）Z域微分 $nx(n) \leftrightarrow -z\frac{d}{dz}X(z)$

（6）初值定理 $x(0) = \lim_{z\to\infty} X(z)$

（7）终值定理 $x(\infty) = \lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$ 使用条件

（8）卷积定理 $x_1(n) * x_2(n) \leftrightarrow X_1(z)X_2(z)$

$$x_1(n)x_2(n) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi j}\bigcirc \qquad {}^{-1}dv$$

（三）常用序列的Z变换

（1） $\delta(n) \leftrightarrow 1$

（2） $u(n) \leftrightarrow \dfrac{z}{z-1} \quad |z|>1$

（3） $a^n u(n) \leftrightarrow \dfrac{z}{z-a} \quad |z|>|a|$

（4） $(\sin\omega_0 n)u(n) \leftrightarrow \dfrac{z\sin\omega_0}{z^2-2z\cos\omega_0+1} \quad |z|>1$

（5） $(\cos\omega_0 n)u(n) \leftrightarrow \dfrac{z(z-\cos\omega_0)}{z^2-2z\cos\omega_0+1} \quad |z|>1$

（四）系统函数、单位样值响应和频响之间的关系

（1） $H(z)=\sum_{n=0}^{\infty}h(n)z^{-n}$

（2） $H(e^{j\omega})=H(z)\big|_{z=e^{j\omega}}=\sum_{n=0}^{\infty}h(n)e^{-jn\omega}$

（五）正弦稳态响应

$A\sin\omega_0 n$ 作用于因果稳定系统产生的正弦稳态响应

$$y_{ss}(n)=A\left|H(e^{j\omega_0})\right|\sin(n\omega_0+\varphi_0),\varphi_0=\arg[H(e^{j\omega_0})]$$

（六）因果稳定系统的系统函数的收敛域

$$\begin{cases} a<|z|\le\infty \\ a<1 \end{cases}$$

第8章 状态方程的建立