Mathestützkurs für MB
Übung: Trigonometrie - Musterlösung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachschaft Maschinenbau
Wintersemester 2021/2022

Aufgabe 1:

$$x_a = \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{12\pi} \cdot 360^\circ = 150^\circ \qquad \alpha_a = 270^\circ = \frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{3}{2}\pi$$

$$x_b = \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{6\pi} \cdot 360^\circ = 120^\circ \qquad \alpha_b = -20^\circ = \frac{-20^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = -\frac{1}{9}\pi = \frac{17}{9}\pi$$

Aufgabe 2:

a) $\cos(60^\circ + \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha)$

$= \cos 60^\circ \cdot \cos a - \sin 60^\circ \cdot \sin\alpha + \sin 30^\circ \cdot \cos\alpha + \cos 30^\circ \cdot \sin\alpha$

$= \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha = \underline{\underline{\cos\alpha}}$

b) $\cos(45^\circ) \cdot \cos(\alpha) - \sin(45^\circ) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot \cos(45^\circ) + \sin(\alpha) \cdot \sin(45^\circ)$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha$

$= \frac{2}{\sqrt{2}}\cos\alpha = \underline{\underline{\sqrt{2}\cos\alpha}}$

c) $\frac{1-\cos^2(2\alpha)}{2\sin\alpha} = \frac{\sin^2(2\alpha)}{2\sin\alpha} = \frac{(2\sin\alpha\cos\alpha)^2}{2\sin\alpha} = 2\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha = \underline{\underline{\sin(2\alpha)\cos\alpha}}$

Aufgabe 3:

Gesucht ist der Umfang U.

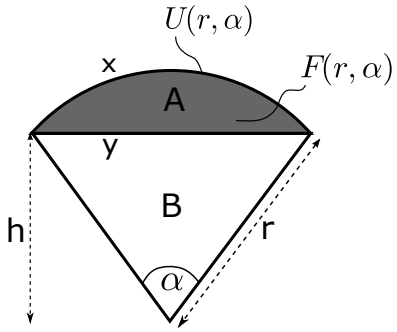
Formel allgemeiner Kreisumfang: $U_0 = 2\pi r$

gesucht: $U = x + y$

$x = \frac{U_0 \cdot \alpha}{2\pi} = r \cdot \alpha$ (Bogenlänge)

mit $\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{y/2}{r} \Rightarrow y = 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

$\Rightarrow \underline{\underline{U(r,\alpha) = r\left(\alpha + 2\sin\frac{\alpha}{2}\right)}}$



Gesucht ist die Fläche A.

Formel allgemeine Kreisfläche: $A_0 = \pi r^2$

Flächen $A + B = A_0 \frac{\alpha}{2\pi} = r^2 \pi \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{r^2 \alpha}{2}$

mit $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{h}{r} \Rightarrow h = r \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow$ Fläche B $= \frac{h \cdot y}{2} = \frac{2r^2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin\alpha$

$\Rightarrow \underline{\underline{A}} = (A + B) - B = \frac{r^2 \alpha}{2} - \frac{r^2 \sin(\alpha)}{2} = \underline{\underline{\frac{r^2}{2}(\alpha - \sin(\alpha))}}$

Aufgabe 4:

$x(\alpha) = x_1 + x_2$

$x_1 = r \cdot \cos\alpha$

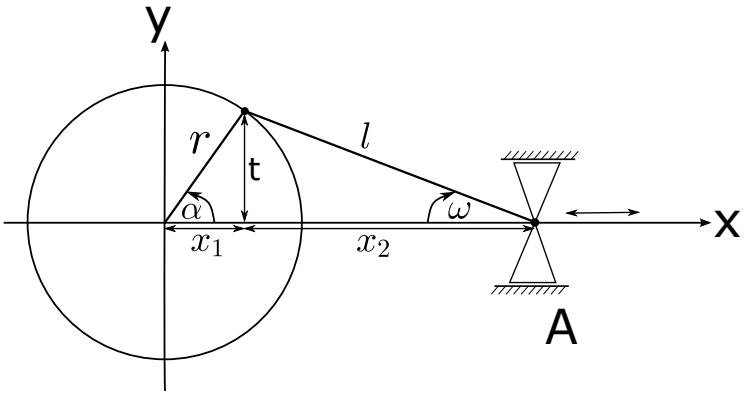
$x_2 = l \cdot \cos\omega$

mit $\sin\omega = \frac{t}{l}$ und $t = r \cdot \sin\alpha$

$\Rightarrow \omega = \arcsin\left(\frac{r \cdot \sin\alpha}{l}\right)$

$\Rightarrow x_2 = l \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{r \cdot \sin\alpha}{l}\right)\right)$

$\Rightarrow x = r \cdot \cos\alpha + l \cdot \cos\left(\arcsin\left(\frac{r \cdot \sin\alpha}{l}\right)\right)$



Alternativ, mit Satz des Pythagoras:

$x = \sqrt{r^2 - r^2 \sin^2\alpha} + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2\alpha}$