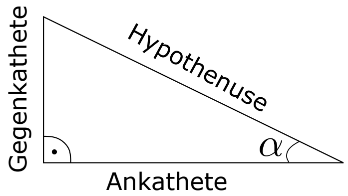
Mathestützkurs für MB
Übung: Trigonometrie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachschaft Maschinenbau
Wintersemester 2021/2022

Sinus:	$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$
Kosinus:	$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$
Tangens:	$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$



Trigonometrischer Pythagoras:	$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
Additionstheoreme:	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$
Doppelte Winkel:	$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha\cos\alpha$
Reduktionsformeln:	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x) \sin(\pi + x) = -\sin(x)$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x) \cos(\pi + x) = -\cos(x)$
Symmetrie:	$\sin(x) = -\sin(-x)$ Punktsymmetrisch $\cos(x) = -\cos(x)$ Achsensymmetrisch
Bogenmaß ↔ Winkelmaß:	$\frac{x}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ}$
Winkelperioden:	$\alpha + 360^\circ$ für alle α; x $+ 2\pi$ für alle x

Exakte Winkel:

Es gilt: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Aufgabe 1:

Rechne folgende Winkelmaße um:

Bogenmaß → Gradmaß	Gradmaß → Bogenmaß
$x_a = \frac{5\pi}{6}$	$\alpha_a = 270^\circ$
$x_b = \frac{2\pi}{3}$	$\alpha_b = -20^\circ$

Aufgabe 2:

Vereinfache:

a) $\cos(60^\circ + \alpha) + \sin(30^\circ + \alpha)$

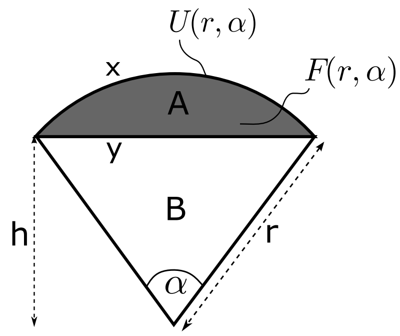
b) $\cos(45^\circ + \alpha) + \cos(\alpha - 45^\circ)$

c) $\frac{1-\cos^2(2\alpha)}{2\sin(\alpha)}$

Aufgabe 3:

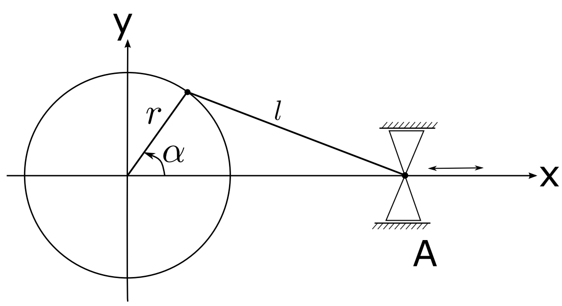
Finde die allgemeinen Formeln für den Umfang $U(r,\alpha)$ und die Fläche $F(r,\alpha)$ Kreisabschnittes A, mit α im Bogenmaß.
Hinweis:
Umfang eines Kreises: $U = 2\pi r$
Flächeninhalt eines Kreises: $F = \pi r^2$

Gegeben: r, α



Aufgabe 4:

Rechts dargestellt ist eine Prinzipsskizze eines Kurbeltriebs. Die rotatorische Bewegung wird durch eine Kurbelwelle mit der Exzentrität r und der Schubstange mit der Länge l in eine translatorische Bewegung überführt. Beschreibe die allgemeine Lage des Schubgelenks A in Abhängigkeit von r, l und α. (Gesucht ist die x-Koordinate des Schubgelenks A im gegebenen Koordinatensystem.)



Kontrollergebnisse

Aufgabe 1: $x_a \mathrel{\hat{=}} 150^\circ$, $x_b \mathrel{\hat{=}} 120^\circ$, $\alpha_a \mathrel{\hat{=}} \frac{3}{2}\pi$, $\alpha_b \mathrel{\hat{=}} \frac{17}{9}\pi$
Aufgabe 2: a) $\cos(\alpha)$, b) $\sqrt{2}\cos\alpha$, c) $\sin(2\alpha)\cdot\cos\alpha$
Aufgabe 3: $U(r,\alpha) = r\left(\alpha + 2\sin\frac{\alpha}{2}\right)$, $A = \frac{r^2}{2}(\alpha - \sin(\alpha))$
Aufgabe 4: $x = r\cdot\cos\alpha + l\cdot\cos\left(\arcsin\left(\frac{r\cdot\sin\alpha}{l}\right)\right) = \sqrt{r^2 - r^2\sin^2\alpha} + \sqrt{l^2 - r^2\sin^2\alpha}$