

大作业2

2026 年 1 月 23 日

- **作业材料与选题范围:** 本次作业参考文档 `hw2_with_code.pdf` (由 AI 基于 Stacks Project 的交换代数部分整理)。主要覆盖以下几条主线 (建议各组尽量不要重复选一个主题):

1. 10.9 *Localization*
2. 10.12 *Tensor products*
3. 10.17 *The spectrum of a ring*
4. 10.18 *Local rings*
5. 10.20 *Nakayama*
6. 10.31 *Noetherian rings*

你也可以在 Stacks Project (Tag 00AO) 中自行选择其他想形式化的定理或段落:

<https://stacks.math.columbia.edu/tag/00AO>。

- **目标:** 每组选定一条主线后, 围绕其中一个分支完成一份相对完整、可读的形式化叙述。
作业应包括:

1. 将讲义中 AI 尚未完成/缺失的部分补全;
 2. 发现并更正讲义中 AI 产生的错误 (若有), 并给出你们认可的正确表述与对应的 Lean 实现。
- **关于讲义中的“??”:** 讲义里出现的“??”通常表示引用、编号、或来自其他未跑通章节的占位内容。若你在所选主线中遇到“??”, 请在形式化时补充其缺失的定义/引理/引用链, 使得你们的最终文件在数学叙述与 Lean 代码上都闭合。

- **交流与讨论:** 鼓励在社群、与助教、以及组间同学之间积极提问与讨论（特别是卡在 Mathlib 现有引理、命名、或库接口时）。
- **自然语言修订:** 如果你认为讲义中的某段自然语言叙述存在问题（这是很好的现象），请说明问题点，并按你们的理解给出更正后的叙述；同时在 Lean 中实现你们更正后的数学版本。
- **代码注释要求（建议按 Mathlib 风格）:** 请在 .lean 文件中加入必要注释，至少包括：
 1. **文件开头:** 用注释概述本文件的主线、主要定义与主要定理分别是什么；
 2. **关键定义/定理处:** 用注释说明数学含义；必要时说明如何使用（例如关键 lemma 的输入输出）；
 3. **关键证明步骤处:** 可用简短注释标注证明策略或关键想法（不必逐行解释）。
- **提交与汇报:**
 1. **截止时间:** 请在 1 月 25 日（周日）中午 13: 30 前，以小组形式提交 .lean 文件。
 2. **汇报时间:** 1 月 25 日下午，每组10-20分钟（以每个成员不超过5分钟为准）。
 3. **展示重点:** 我们不希望过多讲具体数学证明细节；请重点展示：
 - (a) 如何在 Lean 中实现数学对象的定义；
 - (b) 如何组织定理证明结构：主定理之前你们拆出了哪些关键引理、为什么这样拆。
 4. **个人参与:** 尽量让每位参与的组员都在展示中讲解一个 term（定义/引理/定理/关键步骤均可）。
- **重复性检查:** 报告前请先在 Mathlib 中检查：如果你选的内容只是 Mathlib 已有定理的直接推论，请更换题目或与助教讨论如何改造题目后再做；否则不建议作为报告内容。