

大作业 1

2026 年 1 月 20 日

1 内容说明

以小组为单位，选择并调研 mathlib 的一个数学小领域，理解自然语言数学与 Lean 形式化实现的对应关系。请于 1 月 23 日周五上午进行 10 分钟左右的展示，汇报该领域在 Lean/mathlib 中的形式化概况。并在 1.23 课程开始前提交到 github（见 README 的提交指南，如果有问题也可以让助教帮忙提交）

2 要求

应包含的内容：

- 该分支在 mathlib 中的目录位置，涉及哪些核心文件（建议列 3-8 个入口/主线文件）
- 主要定义（2-5 个）：说明实现方式与常用 notation，并指出其关键结构/instance
- 主要定理（3-4 个）：给出定理名与 `#check` 类型，并解释与自然语言表述的对应
- 尚未形式化的部分（如有）：缺失内容或 TODO（可简述）

展示主要定义时，请一并说明其上的结构/接口。例如：`Subgroup` 在 mathlib 中是 `complete_lattice`，`inf` 为交，`sup` 为生成；群同态诱导的子群映射与格结构相容。

3 展示形式

以简洁为宜，建议写 Markdown 文档，参考 homeworks 目录下的 example.md。

3.1 参考示例

- <https://leanprover-community.github.io/theories/topology.html>
- https://leanprover-community.github.io/theories/linear_algebra.html

注：上述示例主要包含“文件构成”和“主要定义”；你们的展示需要补充“主要定理”和“待形式化内容”。

4 选题样例

你们可以与助教沟通选择不在列表中的主题（如集合论、数理逻辑等）。建议围绕一个**主要定理/概念**组织材料，并以它为关键词在 mathlib 中搜索相关定义与引理。

4.1 线性代数

1. 矩阵：基本运算、转置、行列式、trace、对偶等
2. Jordan 标准型（幂零矩阵结构）、有理标准型等
3. 多重线性与张量相关结构

4.2 抽象代数

1. 群作用：轨道、稳定子、轨道分解
2. 置换群与对称群相关理论
3. 群表示论与特征标（入门层面即可）
4. 整环中的除法理论：PID / UFD / Euclidean domain
5. Galois 理论

6. 多项式：一元/多元，多项式理想相关接口

7. 二次型

4.3 几何

1. 欧氏几何（或与 **Affine** / **Metric** 相关的一个小主题）

4.4 数学分析

1. 实数理论的关键构造与接口

2. 极限与连续性

3. 微积分（含微积分基本定理相关主线）

4. 凸性

5. 复变函数的解析性（入门层面）

6. 傅立叶分析/变换（入门层面）

4.5 拓扑空间

1. 分离性（ T_0, T_1, T_2 等）与相关定理

2. 度量空间与赋范空间

3. Hilbert space（聚焦某个核心结构或定理）

4.6 范畴论

1. Yoneda lemma（及其常用 corollaries）

2. 伴随：基本定义、unit/counit、典型构造（或围绕一个“伴随函子定理”相关的小主题）

4.7 其他

1. Circular Order