

人體動作與力學分析：作業一

一、前言

人體動作分析最重要的假設之一是將每個身體肢段 (body segment) 認定為一個剛體 (rigid body)。基於這項假設，當我們要描述各肢段在空間中的位置，或是描述兩兩肢段之間的關係時，便不用描述出該肢段上每個標記點 (marker) 的運動狀態，而能用定義局部座標系統 (local coordinate system) 的方式，來代表整個肢段在空間中的運動行為。一旦可以描述出局部座標系統在空間中的運動狀態，就可以透過座標轉換 (coordinate transformation) 而得知該肢段上每個感興趣的標記點在空間的位置與動態的位移變化。如何描述一個局部座標系統在空間中的運動狀態，便是透過旋轉矩陣 (rotation matrix) 與位置向量 (position vector)。

本作業將會練習透過一個已知的定義方式，由動作捕捉系統所提供的反光標記點隨時間相對於全局座標系統 (global coordinate system) 的座標值，來計算動態過程每個肢段的旋轉矩陣與位置向量。取得兩者後，將可得知全局座標系統與任何局部座標系統間相對的轉換關係，亦用於後續計算關節角度 (joint angle)、角速度 (joint angular velocity) 與角加速度 (joint angular acceleration)。依據剛體的定義可知，剛體上任一點相對於其局部座標系統的座標值不會改變，若同時得知三顆以上反光標記點的局部座標值與全局座標值，便可重建出兩個座標系統間的轉換關係，而若兩座標系統間之轉換關係已知，且已知在其中一座標系統下的座標值，便可經由座標轉換計算出對應另一座標系統下的座標值。在人體動作分析中，常用此技巧來取得同一肢段上消失的反光標記點在全局座標系統下的座標值。

本次作業共有二個習題，習題一將練習如何透過反光標記點的全局座標值計算出全局座標系統與肢段局部座標系統間的轉換關係 (旋轉矩陣與位置向量)，撰寫定義局部座標系統的函式 (function) 時，將需考慮輸入的反光標記點座標值會是包含 n 個幀 (frame) 的資料形態，在數值上如何同時計算。習題二將練習撰寫二個功能強大的座標轉換函式，可同時轉換多顆反光標記點在 n 個幀下的座標值，並支援兩種語法 (Syntax) 格式。利用此兩個函式可將所有的反光標記點在全局座標系統下的座標值與各個局部座標系統下的座標值兩者間做轉換。

二、 預期目標

1. 瞭解如何依局部座標系統定義換算出對應的旋轉矩陣與位置向量；
2. 熟悉定義局部座標系統子程式的建立流程；
3. 熟悉座標轉換子程式的建立與換算流程；
4. 瞭解如何運程式的技巧，實現不限定輸入輸出變數個數的子程式功能。

三、 作業附件說明

- walking.c3d：動作資料檔案。該檔紀錄了一位健康兒童在 10 米長的人行道上平地行走（level walking）時黏貼在肢段上的每顆反光標記點三維動態座標值與力板訊號；
- Main.py：主程式，用來提取 .c3d 檔中的反光標記點動態座標值與力板訊號並抓取一個步態週期的起始幀和結束幀，可以呼叫 Function.py 中的函式計算習題一與習題二要求的變數；
- Function.py：自編模組，包含 readc3d（提取 .c3d 檔中的反光標記點動態座標值與力板訊號）、gait_cycle（抓取一個步態週期的起始幀和結束幀）與同學們在習題一與習題二被要求完成的函式；
- requirements.txt：readc3d 與 gait_cycle 需要的套件，可以利用此檔安裝。

四、 作業變數定義說明

- `vicon_data`：為 .c3d 檔中的 markers 與力板資料，資料型態為 dictionary。力板的資料結構為一維的 list，大小為 [`nframes`]；markers 的資料結構為二維的 list，大小為 [`nframes`×5(前三個值為 xyz，後兩個值代表該 marker 在該 frame 是否遺漏，遺漏時值為-1,127)]。
- `vicon_data_name`：為 .c3d 檔中的變數名稱，資料型態為一維 list，包含 `vicon_data` 中的所有 key，可用於提取 `vicon_data` 的 markers 與力板資料。
- `frame_rate`：為 .c3d 檔中 markers 的取樣頻率，資料型態為 int。
- `analog_rate`：為 .c3d 檔中力板的取樣頻率，資料型態為 int。
- `start_frame`：為步態週期的起始幀，資料型態為 int，可用來取得一步態週期開始時各 marker 的位置向量。
- `end_frame`：為步態週期的結束幀，資料型態為 int，可用來取得一步態週期結束時各 marker 的位置向量。

五、 習題一

1. 習題目標

試求出入體雙側之骨盆、大腿、小腿及足部座標系統旋轉矩陣 ($lRg2p$ 、 $rRg2p$ 、 $lRg2t$ 、 $rRg2t$ 、 $lRg2s$ 、 $rRg2s$ 、 $lRg2f$ 、 $rRg2f$)、座標原點之位置向量 ($lVg2p$ 、 $rVg2p$ 、 $lVg2t$ 、 $rVg2t$ 、 $lVg2s$ 、 $rVg2s$ 、 $lVg2f$ 、 $rVg2f$) 與相對該肢段局部座標系統之局部座標值 ($lPcoord_local$ 、 $rPcoord_local$ 、 $lTcoord_local$ 、 $rTcoord_local$ 、 $lScoord_local$ 、 $rScoord_local$ 、 $lFcoord_local$ 、 $rFcoord_local$)。各肢段定義請參見「Definitions of Joint Coordinate System.pdf」之說明。請分別撰寫四個函式，依照語法指定之輸入輸出格式，可分別輸入所需的座標值其左右側，並輸出對應該肢段的旋轉矩陣與位置向量。

2. 函式名稱

- `CoordPelvis`：計算骨盆相對全局座標系統之旋轉矩陣與位置向量；
- `CoordThigh`：計算大腿相對全局座標系統之旋轉矩陣與位置向量；
- `CoordShank`：計算小腿相對全局座標系統之旋轉矩陣與位置向量；
- `CoordFoot`：計算足部相對全局座標系統之旋轉矩陣與位置向量。

3. 函式語法格式

- `Rg2p, Vg2p, Pcoord_local = CoordPelvis (Pcoord, side)`
- `Rg2t, Vg2t, Tcoord_local = CoordThigh (Tcoord, side)`
- `Rg2s, Vg2s, Scoord_local = CoordShank (Scoord, side)`
- `Rg2f, Vg2f, Fcoord_local = CoordFoot (Fcoord, side)`

4. 函式輸入

- `Pcoord`：內含 `RASI`、`LASI`、`RPSI` 三維座標，維度為 $[3(\text{markers}) \times \text{nframes} \times 3(\text{xyz})]$ ；
- `Tcoord`：內含 `LTRO`、`LLFC`、`LMFC` 或 `RTRO`、`RLFC`、`RMFC` 三維座標，維度為 $[3(\text{markers}) \times \text{nframes} \times 3(\text{xyz})]$ ；
- `Scoord`：內含 `LTT`、`LSHA`、`LLMA`、`LMMA` 或 `RTT`、`RSHA`、`RLMA`、`RMMA` 三維座標，維度為 $[4(\text{markers}) \times \text{nframes} \times 3(\text{xyz})]$ ；
- `Fcoord`：內含 `LHEE`、`LFOO`、`LTOE` 或 `RHEE`、`RFOO`、`RTOE` 三維座標，維度為 $[3(\text{markers}) \times \text{nframes} \times 3(\text{xyz})]$ ；
- `side`：字串形態，為 `'R'` 或 `'l'` 代表右側，為 `'L'` 或 `'l'` 代表左側，維度為 1×1 。

5. 函式輸出

- 旋轉矩陣維度皆為 $[nframes \times 3 \times 3]$ ；

- 位置向量維度皆為 [$nframes \times 3$] ；
- coord*_local 為相對該肢段局部座標系統之局部座標值，維度為 [$N(markers) \times nframes \times 3(xyz)$] ，其中 N 為該肢段所輸入的反光標記點數量。

6. 函式說明

四個函式內各別包含每個肢段局部座標系統的定義方式，輸出變數為旋轉矩陣、位置向量、與輸入之反光標記點相對該局部座標系統的座標值。第一個輸入的變數為反光標記點的全局座標值，此變數至少需包含定義局部座標系統所需的每顆反光標記點座標，至多無上限。因為局部座標系統方向定義原則為左右側一致（Neutral Position 下，均為 X 向前 Y 向上 Z 向右），所以由第二個輸入變數來決定局部座標系統的運算式是否修改方向或原點位置。所有函式均支援可同時處理 n 個幀的資料型態。

7. 參考公式

設局部座標系統三軸向量為 \vec{x} 、 \vec{y} 、 \vec{z} ，全局座標系統三軸向量為 \vec{X} 、 \vec{Y} 、 \vec{Z} ，則旋轉矩陣為如式（一）所示：

$$\text{Rotation Matrix} = \begin{bmatrix} \vec{x} \cdot \vec{X} & \vec{y} \cdot \vec{X} & \vec{z} \cdot \vec{X} \\ \vec{x} \cdot \vec{Y} & \vec{y} \cdot \vec{Y} & \vec{z} \cdot \vec{Y} \\ \vec{x} \cdot \vec{Z} & \vec{y} \cdot \vec{Z} & \vec{z} \cdot \vec{Z} \end{bmatrix} \quad \text{式（一）}$$

六、 習題二

1. 習題目標

試求出在一步態週期過程中，右側的膝關節中心(RKJC)與踝關節中心(RAJC)相對於右腳大腿的局部座標系統的相對運動，並分別命名為 rknee_local 和 rankle_local。右膝關節中心定義為右股骨的外側髁(RLFC)與內側髁(RMFC)中點，右踝關節中心定義為右腓骨的外側髁(RLMA)與右脛骨的內側髁(RMMA)中點。請利用附件所提供之反光標記點相對全局座標系統的座標值計算下肢所有反光標記點相對下肢八個肢段的局部座標值，並將計算所得之局部座標值再轉回相對全局座標系統之座標值，最後驗證座標值是否與附件內之座標一致分別撰寫二個函式，依照語法指定之輸入輸出格式，將座標值轉換到相對局部或全局座標系統。

2. 函式名稱

- CoordG2L：將全局座標值轉換至局部座標系統對應之座標值；
- CoordL2G：將局部座標值轉換至全局座標系統對應之座標值。

3. 函式語法格式

- $P_local = CoordG2L(Rg2l, Vg2l, P_global)$
- $P_global = CoordL2G(Rg2l, Vg2l, P_local)$

4. 函式輸入與輸出

- Rg2l：從全局至局部之旋轉矩陣，維度為 $[nframes \times 3 \times 3]$ ；
- Vg2l：從全局至局部之位置向量，維度為 $[nframes \times 3]$ ；
- P_global：數個反光標記點在全局座標系統之三維座標值，維度為 $[N(markers) \times nframes \times 3]$ ；
- P_local：數個反光標記點在局部座標系統之三維座標值，維度為 $[N(markers) \times nframes \times 3]$ 。

5. 函式說明

CoordG2L 與 CoordL2G 兩個函式的功能分別是將全局的座標值轉換到局部座標值，與將局部的座標值轉換回全局座標值。前兩個輸入變數均為 Rg2l、Vg2l，支援三維座標值格式，第三個輸入變數為多個反光標記點的座標值，輸出變數唯一，順序與維度均與第三個輸入變數一致。此兩個函式亦同時支援 n 個幀或單一幀的 Rg2l、Vg2l 格式，函式會按照每個幀所對應之旋轉矩陣與位置向量做座標轉換。

6. 參考公式

設局部座標系統三軸向量為 \vec{x} 、 \vec{y} 、 \vec{z} ，全局座標系統三軸向量為 \vec{X} 、 \vec{Y} 、 \vec{Z} ，則旋轉矩陣為如式（一）所示：

$$(\vec{P}_{global})_{3 \times 1} = \mathbf{R}_{g2l} \cdot (\vec{P}_{local})_{3 \times 1} + (\vec{V}_{g2l})_{3 \times 1} \quad \text{式（二）}$$

$$(\vec{P}_{local})_{3 \times 1} = \mathbf{R}_{g2l}^T \cdot [(\vec{P}_{global})_{3 \times 1} - (\vec{V}_{g2l})_{3 \times 1}] \quad \text{式（三）}$$

Note

1. \mathbf{R} 矩陣裡每一個行向量與列向量皆為單位向量
2. 兩單位向量取 cross，除非兩者正交，否則結果不會是單位向量
3. 輸入變數維度若是[n×3]，需留意 n = 1 或 n = 3 時，使用 length 或 cross 指令是否會取錯維度。
4. 合乎兩正交座標系統間的旋轉矩陣必須滿足以下條件：
 - i. 為正交矩陣： $\mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}$
 - ii. $\det(\mathbf{R}) = +1$
或滿足右手定則： $\mathbf{R} = [\vec{e}_1 \quad \vec{e}_2 \quad \vec{e}_3]$ ，則 $\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3$

七、問答題

1. 人體動作分析中，定義局部座標系統的目的為何？
 - 甲、描述三維剛體運動學，包含每個剛體在空間中獨立的運動（線性位移與旋轉）及剛體與剛體相互的運動關係，與三維力學行為；
 - 乙、計算合乎解剖功能描述的關節角度；
 - 丙、計算肢段在空間中的角速度；
 - 丁、計算合乎解剖學方向定義的關節受力與力矩；
 - 戊、連結可量測座標系統與不可量測座標系統間之轉換關係；
 - 己、透過剛體的特性推算消失的標記點在空間中的座標值。