

银联高校极客挑战赛 初赛 第一场 题解

码队女朋友的王者之路

题意：一个长度为 N 的 01 字符串（1 代表赢，0 代表输），有 K 个抵消卡（可以抵消输），可以循环 M 次，问最高净胜记录是多少。

答案分情况讨论：

1. 循环一次净胜是正值，答案就是最后一次的过程取最大值
2. 循环一次净胜是负值，答案就是第一次的过程最大值

自学图论的码队弟弟

N 个点那条边的连通图是环套树，图中有且只有一个简单环。找出图中的环。

设环上 n 个点依次为 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 。有：

$$w_{p_1} + w_{p_2} = v_1 \text{——}(1)$$

$$w_{p_2} + w_{p_3} = v_2 \text{——}(2)$$

$$w_{p_3} + w_{p_4} = v_3 \text{——}(3)$$

...

$$w_{p_n} + w_{p_1} = v_n \text{——}(n)$$

$(1) - (2) + (3) - \dots - (n-1) + (n)$ ，得 $2w_{p_1} = v_1 - v_2 + v_3 - \dots + v_n$ ，即 $w_{p_1} = 1/2(v_1 - v_2 + v_3 - \dots + v_n)$ 。然后可以求出其他点的权值。

折扇染色

观察这个扇子，支架上的颜色肯定不能一样，可以先用排列组合算出支架方案数 $C_m^n \times n!$ 。由于中间支架的每个染色方案都是等价的，即对任一中间支架染色方案，圆弧染色方案数是

一样的，因此可以随便选一种方案进行计数。假设支架颜色分别是 $1, 2, \dots, n$ ，那么外面圆弧染色方案数可以 DP: $f(i, j)$ —— 前 i 条边，第 i 条染色为 j 的方案数，

$$f(i, j) = \sum_k f(i-1, k), k \in [1, m], k \neq i, k \neq i+1, k \neq j (j \neq i \text{ 和 } i+1) \quad (一),$$

$$f(i, j) = 0 (j = i \text{ 或 } i+1) \quad (二) \quad \text{这是个三次方的转移。}$$

用前后缀和可以优化成二次方，即 $g(i, j) = \sum_{k=1}^j f(i, k), h(i, j) = \sum_{k=j}^m f(i, k)$ ，则 (一) 可写成

$$f(i, j) = g(i-1, i-1) + g(i-1, i+2) - f(i-1, j)$$

观察(一)式，每一项的转移都可以看成是:加上一个相同的数:

$\sum_k f(i-1, k) k \in [1, m], k \neq i, k \neq i+1$ ，然后再减掉 $f(i-1, j)$ 。也就是说，从 $i-1$ 到 i 转移，只需要先把每一项取反，再加上一个同样的数字。而(二)式的操作则是单点特殊地修改。区间取反、区间加、单点修改，可以用线段树等操作，达到复杂度 $O(Tn \log_2 m)$ 。