

**Zadanie 1.** Przez co trzeba podzielić 50, żeby otrzymać resztę 5? Znajdź wszystkie możliwości.

**Zadanie 2.** Uzasadnij, że jeśli  $m$  i  $n$  są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb  $mn + 1$ ,  $m - n$  jest podzielna przez 3.

**Zadanie 3.** Uzasadnij, że liczba  $321^{645} + 123^{456}$  jest podzielna przez 10.

**Zadanie 4.** Czy liczbę 1100 można przedstawić w postaci iloczynu dwóch liczb, których największy wspólny dzielnik wynosi 11?

**Zadanie 5.** Znajdź liczby całkowite  $k, l, m$  dla których  $6^k \cdot 10^l \cdot 15^m = 9^{2000}$ .

**Zadanie 6.** Dane są takie liczby całkowite  $k, l$ , że liczba  $k + 2l$  jest podzielna przez 3. Wykaż, że liczba  $2k + l$  też jest podzielna przez 3.

**Zadanie 7.** Dane są takie liczby całkowite  $k, l, m$ , że liczba  $2k + 3l + 4m$  jest podzielna przez 5. Wykaż, że liczba  $k + 2m + 4l$  też jest podzielna przez 5.

**Zadanie 8.** Wyznaczyć reszty, jakie mogą dawać;

1. kwadraty liczb całkowitych przy dzieleniu przez 3, 4, 5, 7, 10, 16
2. sześciangy liczb całkowitych przy dzieleniu przez 4, 7, 9.

**Zadanie 9.** Udowodnić, że nie istnieją liczby  $a, b, c \in \mathbb{N}$  takie, że  $a^2 + b^2 = 8c + 6$ .

**Zadanie 10.** Znajdź liczbę dwucyfrową równą podwojonemu iloczynowi swoich cyfr.

**Zadanie 11.** Znajdź wszystkie liczby trzycyfrowe, które są 11 razy większe od sumy swoich cyfr.

**Zadanie 12.** Znajdź wszystkie liczby trzycyfrowe, które przy dowolnym przestawieniu ich cyfr dają liczbę podzielną przez 27.

**Zadanie 13.** Dla jakich trójek cyfr  $(a, b, c)$  zachodzi równość

$$\underbrace{\overline{aa\dots aa}}_n \underbrace{\overline{bbb\dots bb}}_n + 1 = (\underbrace{\overline{ccc\dots ccc}}_n + 1)^2$$

**Zadanie 14.** Dane są liczby  $a, b, c, d, e \in \mathbb{Z}$ , dla których  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3$  jest podzielna przez 9. Dowieść, że przynajmniej jedna z tych pięciu liczb jest podzielna przez 3.

**Zadanie 15.** Wyznaczyć najmniejszą liczbę naturalną, jakiej może być równe wyrażenie  $36^k - 5^l$  dla pewnych liczb naturalnych  $k, l$ .