

Grupy i algebry Liego

Weronika Jakimowicz

Zima 2025/26

Spis treści

0.1 Grupa Liego 1

0.1 Grupa Liego

Definicja 0.1: grupa Liego

...

Przykłady

1. grupy macierzowe (i ich domknięte podgrupy)
2. grupa Heisenberga, czyli \mathbb{R}^3 z $(x_1, x_2, x_3)(y_1, y_2, y_3) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3 + \frac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1))$?? górnokątne macierze o wyznaczniku 1
3. \mathbb{R}^n z dodawaniem
4. \mathbb{R}^2 z mnożeniem $(x_1, x_2)(y_1, y_2) = (x_1 + y_1, e^{y_1} x_2 + y_2)$ - to jest grupa rozwiązalna
5. izometrie \mathbb{R}^2

Algebra Liego \mathbb{R} z dodawaniem to \mathbb{R} z dodawaniem i trywialna operacja nawiasu Liego (zawsze daje zero). Okrąg, czyli liczby rzeczywiste modulo liczby całkowite również ma trywialny nawias Liego.

Jedna największa spójna tego typu (uniwersalna) i inne grupy można uzyskać wydzielając ją przez grupy dyskretne.

grupa prosta - nietrywialne centrum

większa klasa grup półprostych algebra półprosta jest sumą prostą algebr prostych

grupa nilpotentna - Heisenberg jest najprostszy

Różniczkowanie - operacja spełniająca wzór Leibniza:

$$X(f \cdot g) = (Xf) \cdot g + f \cdot (Xg)$$

Lewe przesunięcie: $(L_g f)(x) = f(g^{-1}x)$