

Pracownia z analizy numerycznej

Sprawozdanie do zadania P.0.12.

Prowadzący: mgr. Filip Chudy

Wrocław, 12 października 2022, 21:37

Spis treści

1. Wstęp	1
--------------------	---

```
1 function guwno() # no guwno no
2     for i in 1:100
3         if i != 1
4             println(i)
5         end
6     end
7 end
```

1. Wstęp

W matematyce bardzo często pojawiają się wartości niewymierne, takie jak $\log_2 3$, których nie możemy wyrazić w sposób przystępny dla człowieka. Z tego powodu, powstało wiele metod przybliżania funkcji w określonych punktach. Jedną z nich jest użycie szeregu Taylora, opisanego przez Brooka Taylora w 1715 roku oraz wspomniana przez Jamesa Gregory’ a w 1671 r.

W swojej istocie twierdzenie Taylora mówi, że jeśli dana jest funkcja f klasy C^n , czyli różniczkowalna n razy w każdym punkcie jej dziedziny, to możemy ją przybliżyć w otoczeniu dowolnego punktu a za pomocą szeregu:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \left(\frac{(x-a)^k}{k!} f^{(k)}(a) \right) + R_n(x, a),$$

gdzie $R_n(x, a)$ spełnia

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{R_n(x, a)}{\|x - a\|^n} = 0.$$

Jak nietrudno zauważyć, wartość $R_n(x, a)$ przy x bardzo blisko a jest zaniedbywalnie mała, więc w trakcie obliczeń możemy ją pominąć.

Innym ciekawym zastosowaniem szeregów Taylora jest tworzenie grafów funkcji. Możemy zdefiniować na przykład $\tan x$ w pobliżu punktu 0 jako zwykły wielomian, co pozwala na obliczenie przybliżonych wartości funkcji i naniesienie ich na oś współrzędnych. W matematyce szereg Taylora, który aproksymuje funkcje w pobliżu punktu 0 nosi nazwę szeregu Maclaurina.

Celem niniejszego sprawozdania jest sprawdzenie dokładności przybliżania funkcji za pomocą szeregów Taylora. W §§2-3 omówiono dwa ważne zastosowania szeregów Taylora: przybliżanie wartości niewymiernych oraz rysowanie grafów funkcji. Dokładniej, w §§2. przedstawiono wyniki przybliżania wartości $\log_2 3$ przy pomocy szeregów Taylora różnego stopnia. §§3. zajmuje się natomiast rysowaniem

grafu funkcji $\tan x$ w pobliżu 0 oraz porównaniem tego z wartościami otrzymanymi za pomocą bibliotecznej funkcji `tan` w języku Julia.