1 Seifert

Na fig. 1 jest powierzchnia Seiferta 6_1, kolory oznaczają pętelki-generatory. Moduł Alexandera wychodzi $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}]/(-2t^2+5t-2)$, czyli nic niezwykłego.

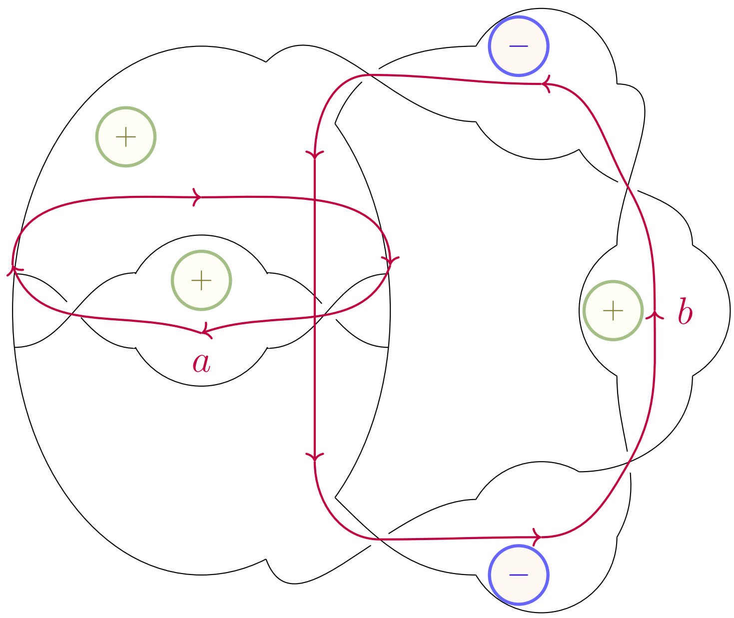


Figure 1: Powierzchnia Seiferta 6_1.

Powierzchnia Seiferta węzła 9_{46} jest z kolei na fig. 2 i nie wychodzi ładnie. To znaczy, relacje po rozpisaniu wyglądają następująco (nad znakami równości z których czerwonych pętelek przychodzą, pozostałe to obserwacje obrazku):

$$\begin{aligned}
ta^- &\overset{a}{=} X - f^- - a^- \\
0 &\overset{b}{=} -Y + E + a^- \\
tX + tC &\overset{c}{=} c^+ \\
-tY &\overset{d}{=} c^+ \\
tZ - tE &\overset{e}{=} -Y + G \\
tf^- &\overset{f}{=} Z - c^+ + X \\
C - G &= c^+ \\
0 &= X + Y + Z
\end{aligned}$$

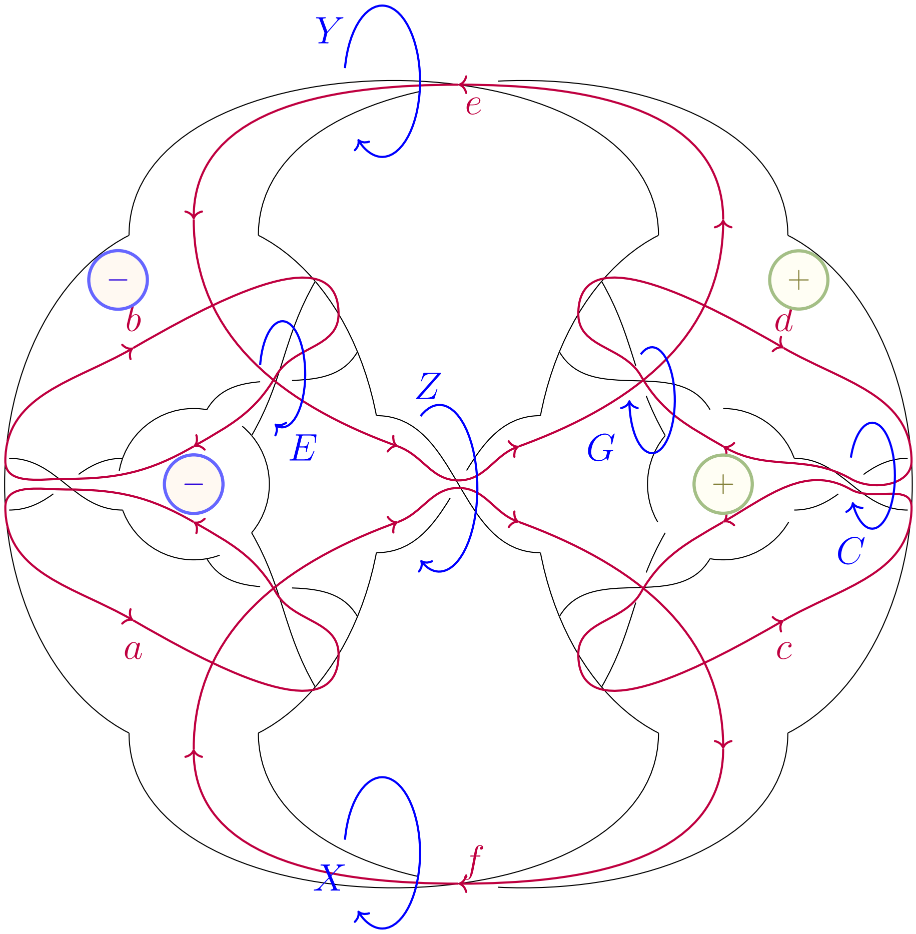


Figure 2: Powierzchnia Seiferta 9_{46}.

Z tych równań wyciągam tylko tyle, że

$$Z(1-t) + X(1-2t) + a^{-}(t^2+t) = 0$$

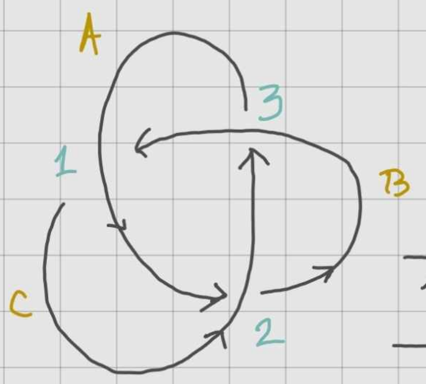
oraz

$$Y(3t^2 + 2t - 3) = X(1 + t - t^2).$$

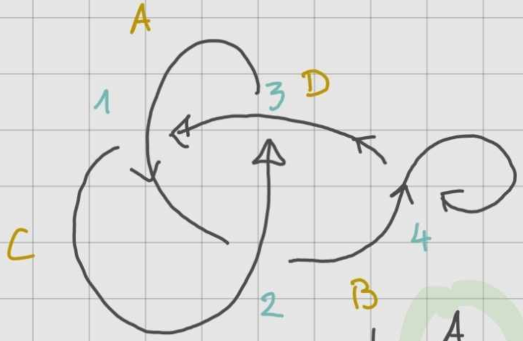
Moim zdaniem powinno wyjść coś z dwoma generatorami, ale jeszcze nie wymyśliłam jak je wyciągnąć.

2 Relacja na macierzach

Nie mam aktualnie zeszytu w którym pracowałam do tej pory, więc zaczęłam od przykładów.



	A	B	C
1	a	b	-1
2	b	-1	a
3	-1	a	b



	A	B	C	D
1	a	0	-1	b
2	b	-1	a	0
3	-1	0	b	a
4	0	$a+b$	0	-1

Diagramiki skrzyżowań w prawym górnym rogu oznaczają, które skrzyżowanie ma $au + bi = -o$, a które $\alpha u + \beta i = -o$.

Niech D będzie diagramem po usunięciu kinku, a D' przed (góra-dół na rysunku). Dla prostoty $D : M^s \to N^x$ i $D : M^{s+1} \to N^{x+1}$ to macierze powstałe z odpowiednich diagramów.

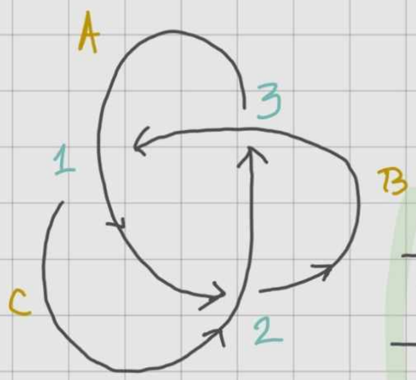
Wtedy kolumny łuczków w D, które nie plączemy (ich jest $s - 1$ sztuk) są bez zmiany, czyli

$$D(M^{s-1}) = D'(M^{s-1}).$$

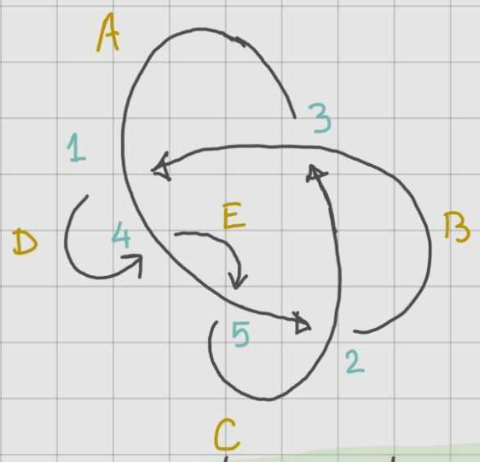
Dodatkowo, jeśli M_s jest łuczkiem, który zaplątaliśmy (ostatnia współrzędna, na obrazku troszkę nie wyszło), a M_{s+1} łuczkiem, który przez zaplątanie powstał, to chcemy, żeby

$$(D'(M_s) + D'(M_{s+1})) \cap N^x = D(M_s),$$

gdzie to przecięcie po lewej stronie rozumiemy jako ograniczenie się do pierwszych x współrzędnych powstałego wektora ($x + 1$-sza to nowe skrzyżowanie).



	A	B	C
1	a	b	−1
2	b	−1	a
3	−1	a	b



	A	B	C	D	E
1	a	b	0	−1	0
2	b	−1	a	0	0
3	−1	a	b	0	0
4	α	0	0	β	−1
5	a	0	−1	0	b

W tym ruchu wyjęcia nitki spod spodu naruszyliśmy tylko jeden łuczek w diagramie po wyjęciu D (diagram przed wyciągnięciem to D'). W takim razie, podobnie jak wcześniej chcemy

$$D(M^{s-1}) = D'(M^{s-1}) \cap N^x.$$

Możemy posunąć się dalej, i jeśli pierwsza nitka M_1 to ta, spod której wyjmowaliśmy, to chcemy

$$(D(M^{s-1}), 0, 0) = D'(M^{s-1}) - \omega_+(M_1, 0, 0) - \omega_-(M_1, 0, 0),$$

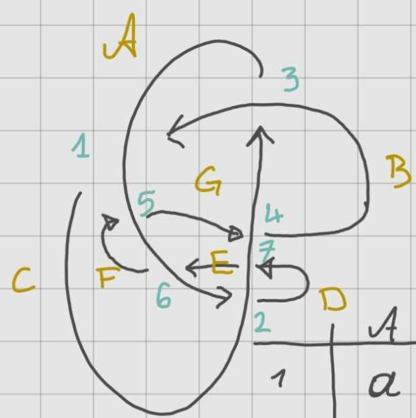
gdzie $\omega_\pm(u, i, o)$ to funkcja kolorująca odpowiadająca za każdy z rodzai skrzyżowań, jaki powstał przez wsunięcie pod M_1 nitki M_s. Oczywiście, musimy wiedzieć, które skrzyżowanie w D' to który rodzaj skrzyżowania i umieścić $\omega_\pm(M_1, 0, 0)$ na odpowiedniej współrzędnej.

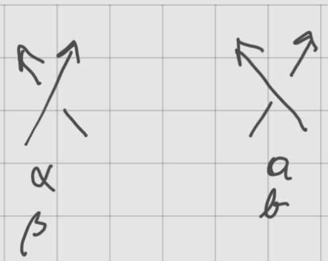
Ta część wydaje mi się nieco brzydka. Po prostu chciałam jakoś zaakcentować fakt, że na ostatnich dwóch wierszach jedna nitka ma zawsze być górą i ma być górą na dwa różne sposoby.

Pozostaje powiedzieć, że fragmenty wsuniętej nitki dodają się do tego, co widzimy w nitce przed byciem wsuwaną:

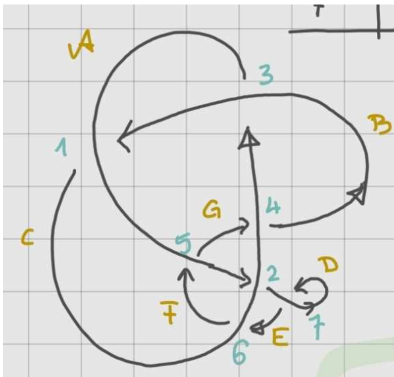
$$D(M_s) = [D'(M_s) + D'(M_{s+1}) + D'(M_{s+2})] \cap N^x$$

Pozostaje ostatni ruch Reidenmeistera oraz (chyba) napisanie tego samego dla odwrotnej orientacji.



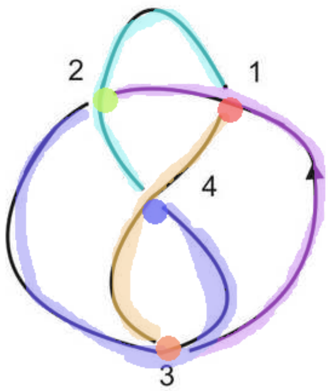


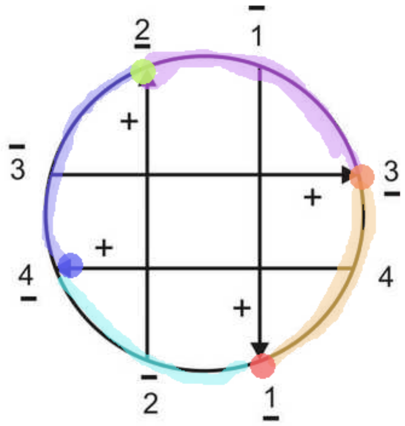
	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	-1	0	0	0	0
2	b	0	a	-1	0	0	0
3	-1	a	b	0	0	0	0
4	0	-1	a	0	0	0	b
5	α	0	0	0	0	β	-1
6	a	0	0	0	b	-1	0
7	0	0	α	β	-1	0	0



	A	B	C	D	E	F	G
1	a	b	-1	0	0	0	0
2	b	0	a	-1	0	0	0
3	-1	a	b	0	0	0	0
4	0	-1	a	0	0	0	b
5	α	0	0	0	0	β	-1
6	0	0	α	0	β	-1	0
7	0	0	0	$a+b$	-1	0	0

3 Troszkę grafu Gaussa





Łuczki między grotami strzałek w grafie Gaussa odpowiadają łuczkom w grafie Reidemeistera.

To, gdzie idzie strzałka zaczynająca się gdzieś na łuczku mówi nam, nad którymi innymi dwoma łuczkami będzie on przechodził i w jakiej kolejności.

Nie wiem do końca jak będzie wtedy wyglądał kink.

To jedyna obserwacja jaką do tej pory miałam.

References