Zad 1. W brydza gra czterech graczy; na poczatku kazdy dostaje 13 kart z talii 52 kart. Ile jest sposobow potasowania talii 52 kart? Ile roznych ukladow kart moze dostac gracz? Na ile sposobow mozna rodac talie?

1. Jest $52!$ sposobow potasowania kart.

2. Kazdy gracz dostaje zbior 13-elementowy ze zbioru 52-elementowego, a taki zbior mozna wybrac na $\binom{52}{13}$ sposobow

3. Dla pierwszego gracza talie mozemy wybrac na $\binom{52}{13}$ sposobow, dla drugiego nie mozemy juz wykorzystac tych 13 rozdanych kart, wiec on moze dostac swoja talie na $\binom{39}{13}$ sposobow, gracz 3 moze dostac swoja talie na $\binom{26}{13}$ sposobow, a dla 4 zostaje dokladnie 13 kart. Tak wiec ilosc sposobow na ktore mozna rozdac 13 na 4 graczy to

$$\binom{52}{13} + \binom{39}{13} + \binom{26}{13} + 1$$

Zad 2. Ile roznych dodatnich dzielnikow ma liczba $3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11$, a ile liczba 620?

3 do dzielnika mozemy wybrac 0, 1, 2, 3 lub 4 razy - mamy 5 sposobow wyboru 3

5 do dzielnika mozemy wybrac - 0, 1, lub 2 razy - 3 sposoby wyboru potegi 5

7 - 0, 1, 2 lub 3 razy - 4 sposoby wyboru potegi 7,

natomiast 11 mozemy wziac lub jej nie brac

W takim razie roznych dzielnikow mamy $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 120$

Zad 3. Ile zer na koncu ma liczba 50!?

Wystarczy znalezc liczbe 5 w rozkladzie na czynniki pierwsze liczby $50!$, czyli:

$$\lfloor \frac{50}{5} \rfloor + \lfloor \frac{50}{25} \rfloor = 12$$

Zad 4. Ile liczb wiekszych od 5400 ma rozne cyfry, wsrod ktorych nie wystepuja 2 i 7?

Na pierwszym miejscu moze pojawic 6, 8 lub 9, wtedy na drugim miejscu zostaje nam 7 cyfr, na 3 - 6, a na 4 - 5 cyfr.

$$3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

Moze sie tez zdazyc, ze na pierwszym miejscu pojawia sie 5, a na drugim 6, 7, 8 lub 9, takich liczb jest

$$1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5$$

Czyli ogolem liczb wiekszych od 5400 o roznych cyfrach jest

$$21 \cdot 30 + 4 \cdot 30 = 24 \cdot 30 = 720$$