Znajdz jednorodny uklad rownan liniowych zlozony z
a) dwoch
b)trzech
c) czterech
rownan, ktorego zbior rozwiazan to Lin$((1,\ 4,\ -1,\ 2,\ -1)^T,\ (1,\ 13,\ -1,\ 2,\ 9)^T,\ (2,\ 7,\ -8,\ 4,\ -5)^T)$.

Popatrzmy na te wektorych ktorych otoczka liniowa jest rozwiazaniem naszego szukanego rownania. Sprawdzmy, czy sa one liniowo zalezne:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = 0$$

$$\alpha + \beta = -2\gamma$$
$$\alpha + \beta = -8\gamma \implies \gamma = 0$$
$$9\beta = \alpha$$
$$\alpha = -\beta \implies \alpha = \beta = 0$$

czyyyli sa liniowo niezalezne.

Szukamy teraz takiej macierzy A, ze

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = 0$$

Czyli dla kazdego wiersza macierzy A otrzymujemy $A_i X_j = 0$, gdzie X_j to jeden z tych trzech wektorow ktore mamy zadane, a A_i to jeden z wierszy naszej macierzy. Transponujac dostajemy $X_j^T A_i^T$. Czyli nasze wiersze macierzy musza byc rozwiazaniami

$$BY = 0,$$

gdzie

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 13 \\ -1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} \right)^T$$

(*jakie to obrzydliwe*). Wiemy teraz, ze te nasze trzy wektorki (ktorych nie bede znowu kopiowac), sa baza $\ker F_A$, czyli fundamentalnym ukladem rozwiazan $AX = 0$.

Po tym wstepie czemu smigamy transpozycja (nadal dosc sketchy i niewiarygodnym), mozemy przejsc do rozwiazywania rownania jednorodnego

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 13 & -1 & 2 & 9 \\ 2 & 7 & -8 & 4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = 0$$

Gaussik <3

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & -3 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -6 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & -54 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

nie bede sie ponizac do rozwiazania tego