SKOCZEK

rozwiązanie robocze

Łukasz Magnuszewski

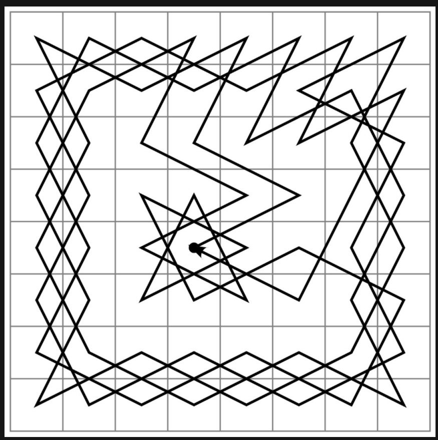
spisane przez Ronię, bo tak

USUWANIE JEDNEJ PARY PÓL

Pokażemy, że gracz drugi ma strategię wygrywającą.
Pierwszy gracz usuwa dowolną parę pól: jedno czarne, drugie białe.

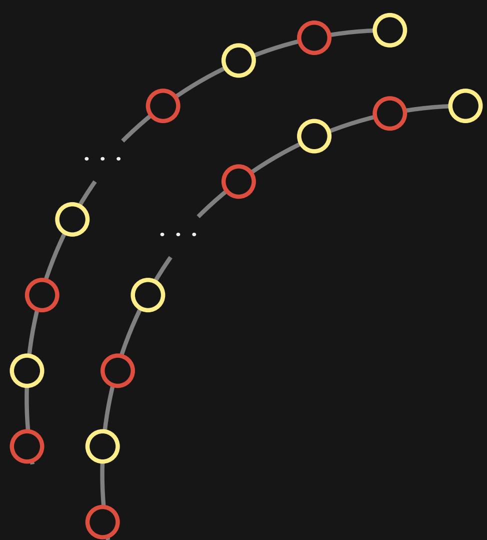
Definiujemy graf pierwotny, gdzie krawędziami są ruchy skoczka, a wierzchołkami pola szachownicy.

Weźmy podgraf tego grafu, gdzie wierzchołki zachowujemy, a krawędzie należą do cyklu Hamiltona:



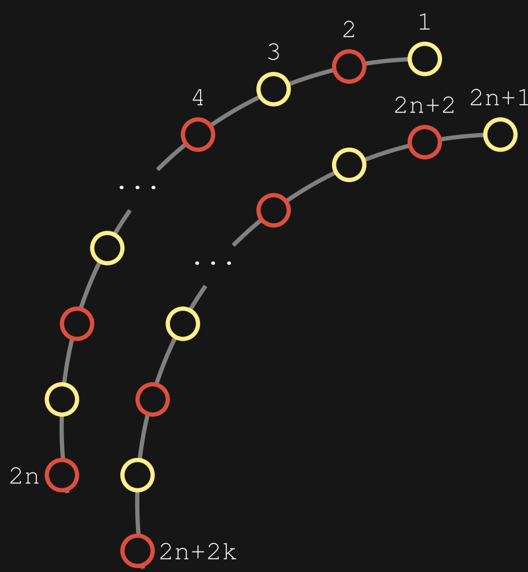
Zauważamy, że przejście krawędzią zmienia kolor pola, gdyż każdy ruch to dwa w jednym kierunku i jedno w kierunku prostopadłym.

Jeśli usuniemy z wykresu te dwa pola, które usunął gracz pierwszy, nasz graf zostanie podzielony na dwie spójne składowe, każda o rozmiarze parzysty:



Definiujemy bijekcję z białych (żółtych) w czarne (czerwone), a w konsekwencji bijekcę odwrotną.

Ponumerujmy wierzchołki od pierwszego białego końca:



Jeśli otrzymujemy pole białe o indeksie $2p+1$, to zwracamy pole czarne o indeksie $2p+2$. Ta bijekcja ma taką własność, że jeśli przechodzimy z białego na czarne, to zawsze istnieje krawędź, która umożliwia ten ruch. Ponieważ jest to bijekcja, to możemy znaleźć odpowiednią funkcję dla skoku z czarnego na białe pole.

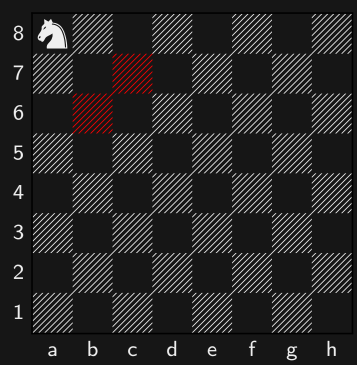
Pokażmy, że gracz drugi wygra, czyli gracz pierwszy nie wykona ostatniego ruchu.

Załóżmy nie wprost, że gracz pierwszy dokona ostatni ruch na białe pole. Zdefiniowana wcześniej bijekcja zwraca nam czarne pole, na które może ruszyć się drugi gracz. Ponieważ mamy bijekcję z pól białych w czarne, a gracz pierwszy mógł ruszyć się tylko na wcześniej niewykorzystane pole, otrzymane z bijekcji czarne pole również nie zostało wcześniej odwiedzone.

Zauważamy, że analogiczna strategia zadziała, jeśli gracz pierwszy będzie ruszał się na czarne pola.

i smiga

USUWAMY MINIMUM 2



Pola białe (ponieważ powyżej mamy inwersję kolorów) usuwamy w dowolny sposób. Wtedy blokujemy już pierwszy ruch skoczkowi.

$$\mathrm{pysio} = \begin{vmatrix} x_{11}+a & x_{21}+a & ... & x_{n1}+a \\ x_{12} & x_{22} & ... & x_{n1} \\ ... & ... & ... & ... \\ x_{1n} & x_{2n} & ... & x_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_{11}-a & x_{21}-a & ... & x_{n1}-a \\ x_{12} & x_{22} & ... & x_{n1} \\ ... & ... & ... & ... \\ x_{1n} & x_{2n} & ... & x_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} x_{11}+a+x_{11}-a & x_{21}+a+x_{21}-a & ... & x_{n1}+a+x_{n1}-a \\ x_{12} & x_{22} & ... & x_{n1} \\ ... & ... & ... & ... \\ x_{1n} & x_{2n} & ... & x_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 2x_{11} & 2x_{21} & ... & 2x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & ... & x_{n1} \\ ... & ... & ... & ... \\ x_{1n} & x_{2n} & ... & x_{nn} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{11} & x_{21} & ... & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & ... & x_{sn1} \\ ... & ... & ... & ... \\ x_{1n} & x_{2n} & ... & x_{nn} \end{vmatrix}$$