1. OBLICZYC POLE OBSZARU OGRANICZONEGO PRZEZ WYKRESY ROWNAN

(a) $y = x^3$, $y = x^{\frac{1}{3}}$

juz wewnetrznie cierpie

Najpierw sprawdzamy gdzie te dwie funkcje sie przecinaja, czyli rozwiazujemy rownanie

$$x^3 = x^{\frac{1}{3}}$$

$$x^9 = x$$

$$x(x^8 - 1) = 0$$

czyli

$$x = -1 \quad x = 0 \quad x = 1.$$

Mozemy wiec rozdzielic pole na dwie czesci:

$$\int\limits_{-1}^{0} |x^3 - \sqrt[3]{x}|dx + \int\limits_{0}^{1} |x^3 - \sqrt[3]{x}|dx,$$

ale latwo zauwazyc, ze

$$\int\limits_{-1}^{0} |x^3 - \sqrt[3]{x}|dx = \int\limits_{0}^{1} |x^3 - \sqrt[3]{x}|dx,$$

wiec nasze pole to bedzie

$$2\int\limits_{0}^{1} |x^3 - \sqrt{x}|dx = 2|\int\limits_{0}^{1} (x^3 - \sqrt[3]{x})dx| = 2|\frac{x^4}{4} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}|_0^1 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$