POWTORECZKA?

PODSTAWOWE POJECIA

CIALO - zbior $+, \cdot, 0, 1 \in K$, gdzie

+, $\cdot$ sa przemienne, laczne i rozdzielne

$$\forall\, x \quad 0 + x = 1 \cdot x = x$$

$$\forall\, x\, \exists\, -x \quad x + (-x) = 0$$

$$x \neq 0\colon\ \exists\, x^{-1} \quad x \cdot x^{-1} = 1$$

$$0 \neq 1$$

Jesli istnieja $-x$ oraz x^{-1}, to sa one jedyne.

$\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Q}$ sa cialami, ale $\mathbb{Z}$ nie jest cialem (nie ma elementu odwrotnego do 2).

Cialo jest zamkniete na dodawanie i mnozenie, czyli wynikiem tych dzialan na zbiorze K jest element ze zbioru K.

$\{0, 1, 2, 3, 4\}$ z dodawaniem i mnozeniem $\mod 5$ jest cialem, czyli jest element odwrotny dla wszystkich liczb:

$$2 * 3 = 4 * 4 = 1$$

Mozna zdefiniowac cialo rozszerzone o pierwiastek:

$$d \in \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}[\sqrt{d}]\{a + b\sqrt{d}\ :\ a, b \in \mathbb{Q}\}$$

Cialo K rozszezmy o x: $K[x]$ nie jest cialem, bo x^{-1} nie istnieje.

PRZESTRZEN LINIOWA nad K to zbior V:

$$+ :\ V \times V \to V$$
$$\cdot :\ K \times V \to V$$
$$0 \in V$$

takie, ze:

+, $\cdot$ sa laczne, przemienne i rozdzielne

0 jest tylko jedno

zachodzi lacznosc mnozenia dla $\underset{V}{\cdot}\ \underset{K}{\cdot}$: $(\alpha \underset{K}{\cdot} \beta) \underset{V}{\cdot} v = \alpha \underset{V}{\cdot} (\beta \underset{V}{\cdot} v)$

Przestrzeniami liniowymi sa m.in. $\mathbb{R}^2$ i $\mathbb{R}^3$ nad $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}^2$ i $\mathbb{C}^3$ nad $\mathbb{C}$.

Jesli K jest cialem, do dla dowolnego $n \in \mathbb{N}$ zbior K^n jest przestrzenia liniowa nad K

Jesli A jest dowolnym zbiorem, to $K^A = \{f : A \to K\}$ tez jest przestrzenia liniowa nad K

$K_n[X]$ - zbior wielomianow o stopniu $\leq n$ i wspolczynnikach z K jest przestrzenia liniowa nad K

$C(\mathbb{R})$ - zbior wszystkich funkcji ciaglych $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ jest przestrzenia liniowa nad $\mathbb{R}$.