zrobione: 4, 1, 2, 5, 8, 10
zglosili sie do: 11

ZAD 3. Ktore z funckji sa calkowalne w sensie Riemanna na przedizale $[0,1]$?

a. $f(x) = x + [2x]$

Podzielmy $[0,1]$ w miesjcach $\frac{1}{2k}$ dla $k \in \mathbb{N}$. Otrzymamy przedzialy $[\frac{1}{2k}, \frac{1}{2k-2}]$. Na pierwszym takim przedziale wartosc minimalna to 0, natomiast wartosc

b. $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

Nie wazne jak maly przedzial liczb rzeczywistych wezmiemy, zawsze znajdziemy tam liczbe niewymierna. Czyli suma dolna zawsze bedzie wynosic 0:

$$L(\mathcal{P}, f) = 0$$

bez wzgledu na podzial $\mathcal{P}$.

Tak samo, na kazdym przedziale liczb rzeczywistych znajdzie sie liczba wymierna, wiec suma gorna wynosi:

$$U(\mathcal{P}, f) = \sum_{k=1}^{n} x_k(x_k - x_{k-1})$$

Funkcja jest calkowalna w sensie Riemanna tylko kiedy $L(\mathcal{P}, f) = U(\mathcal{P}, f)$, co w tym przypadku nie jest spelnione.

NIESKONCZONE

c. $f(x) = \sin\frac{1}{x}$, $f(0) = 1$

Podzielmy przedzial $[0,1]$ w punktach $\frac{1}{2k\pi}$, $k \in \mathbb{N}$ Miedzy kazdymi dwoma punktami przedzialu znajduje sie pelen okres funckji $\sin x$, czyli $f(x)$ przyjmuje wszystkie wartosci od -1 do 1. W takim razie, dolna suma bedzie wynosic -1, natomiast suma gorna to 1.