## Wprowadzenie do teorii zbiorów

## Lista zadań nr 2.

1. Niech $\langle X, \leq_X \rangle, \langle Y, \leq_Y \rangle$ będą zbiorami dobrze uporządkowanymi i niech $h : X \to Y$ będzie bijekcją. Czy jeśli $(\forall a, b \in X)(a \leq_X b \Rightarrow h(a) \leq_Y h(b))$, to $h$ jest izomorfizmem porządkowym?

2. Pokazać, że $Tran(x) \Rightarrow Tran(\mathcal{P}(x)) \wedge Tran\,(\bigcup x)$.

3. Pokazać, że $Tran(x \cup \{x\}) \Rightarrow Tran(x)$.

4. Czy $Tran(\mathcal{P}(x)) \Rightarrow Tran(x)$? Czy $Tran(\bigcup x) \Rightarrow Tran(x)$?

5. Pokazać, że $Tran(x) \Leftrightarrow \bigcup x \subseteq x$.

6. Pokazać, że $Tran(\omega)$.

7. Pokazać, że dla liczb porządkowych $\alpha, \beta$ mamy $\alpha \in \beta \Leftrightarrow \alpha \subsetneq \beta$.

8. Pokazać, że $On(\alpha) \Rightarrow On\,(\alpha \cup \{\alpha\})$.

9. Pokazać, że jeśli $A$ jest zbiorem liczb porządkowych, to $\bigcup A$ jest najmniejszą liczbą porządkową, która jest większa lub równa od wszystkich elementów zbioru $A$.

10. Pokazać, że $A$ jest zbiorem liczb porządkowych, to $Tran(A) \Rightarrow On(A)$.

11. Pokazać, że jeśli $A$ jest niepustym zbiorem liczb porządkowych, to

$$(\exists \alpha \in A)(\forall \beta \in A)(\alpha \neq \beta \Rightarrow \alpha \in \beta).$$

12. Pokazać, że $On(\omega)$.