ZAD 1. Funckja f jest nieskonczenie wiele razy rozniczkowalna w otoczeniu punktu 0 i dla pewnego $n \in \mathbb{N}$ spelnia

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^n} = 0$$

Pokaz, ze $f^{(k)}(0) = 0$ dla $0 \leq k \leq n$. (Mozna na przyklad zastosowac wzor Taylora albo indukcje).

???

ZAD 2.

Bezposredni wniosek z twierdzenia Rola. Stosujemy tw. Lagrange i pomiedzy dowolnymi dwoma pierwiastkami w ciagu dostajemy miejsce, gdzie pochodna sie zeruje. Takich przedzialow znajdziemy $k-1$, to pochodna ma co najmniej $k-1$ pierwiastkow

ZAD 3.

blad w tresci - nieparzyste pochodne maja sie zerowac a nie parzyste

$$g(x) = f(x^2)$$

indukcyjnie:

$$g'(x) = (f(x^2))' = f'(x^2)2x$$

$$g'(0) = 0$$

$$n \geq 1$$

$$g^{(2n+1)}(0) = 0$$

podstawic to do rozwiniecia taylora odpowiedniego rzedu

ZAD 4

Zalozmy nie wprost, ze $p(x)$ ma wiecej niz $k+2$ pierwiastkow.
Policmy $p^{(k+1)}(x)$, wszystkie czynniki poza x^n sie wyzeruja, a z drugiego zadania wynika, ze taki wielomian nie moze miec wiecej niz?????? *analiza numeryczna, twierdzenie rola*