

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA 1R
LISTA ZADAŃ NR 1

0. Zapoznaj się z rozdziałami 1 i 2 ze *Wstępu do teorii prawdopodobieństwa*, J. Jakubowski, R. Sztencel.
1. Na szachownicy o wymiarach $n \times n$ umieszczono 8 nierozróżnialnych wież, w taki sposób aby żadne dwie się nie biły. Na ile sposobów można to zrobić? Jak zmieni się wynik, gdy wieże będą rozróżnialne?
2. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania przez gracza podczas gry w pokera: pary, dwóch par, trójki, fulla, karety, koloru, pokera? Przypomnijmy, że talia składa się z 24 kart, a gracz dostaje 5 kart.
3. Na ile sposobów można ustawić 7 krzeseł białych i 3 czerwone przy okrągłym stole?
4. Ile jest różnych rozwiązań w zbiorze liczb naturalnych równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$. A jeżeli założymy ponadto, że $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq x_4 \leq x_5$?
5. W klasie jest 15 uczniów. Na każdej lekcji odpytywany jest losowo jeden z nich. Oblicz prawdopodobieństwo, że podczas 16 lekcji zostanie przepytany każdy z nich.
6. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w potasowanej talii 52 kart wszystkie cztery asy znajdują się koło siebie.
7. Przez Los Angeles przebiega 5-pasmowa autostrada. Typowy kierowca co minutę zmienia losowo pas. Oblicz prawdopodobieństwo, że po 4 minutach będzie z powrotem na początkowym pasie (zakładając, że w międzyczasie się nie rozbije).
8. Na przyjęciu jest n osób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że spotkasz tam osobę, która obchodzi urodziny tego samego dnia co Ty? Dla jakich n to prawdopodobieństwo było większe niż $\frac{1}{2}$?
9. W Totolotku losuje się 6 z 49 liczb. Jakie jest prawdopodobieństwo, że żadne dwie nie będą dwoma kolejnymi liczbami naturalnymi?
10. Stefan Banach w każdej z kieszeni trzymał po pudełku zapalek. Początkowo każde z nich zawierało n zapalek. Za każdym razem kiedy Banach potrzebował zapalniczki sięgał losowo do jednej z kieszeni i wyciągał jedną zapalniczkę. Oblicz prawdopodobieństwo, że w momencie gdy sięgnął po puste pudełko, w drugim pozostało jeszcze k zapalek.
11. Podczas imprezy mikołajkowej wszystkie n prezentów pozbawiono karteczek z imieniem adresata i losowo rozdano uczestnikom. Niech p_k oznacza prawdopodobieństwo, że dokładnie k osób dostanie własny prezent. Oblicz p_k oraz $\lim_{n \rightarrow \infty} p_k$.
12. Grupa składająca się z $2n$ pań i $2n$ panów została podzielona na dwie równoliczne grupy. Znajdź prawdopodobieństwo, że każda z tych grup składa się z takiej samej liczby pań i panów. Przybliż to prawdopodobieństwo za pomocą wzoru Stirlinga.