

Contents

1	Wstęp	3
1.1	Problemy i algorytmu	3
1.2	Złożoność algorytmów i problemów	3

1. Wstęp

1.1. Problemy i algorytmu

Algorytmy będziemy prezentować albo w formie języka C++, korzystając z innego języka, w pseudokodzie lub w formie słownej.

Problem: Obliczanie n-tej liczby Fibonacciego.

Dane: $n \in \mathbb{N}$

Wynik: wartość n-tej liczby Fibonacciego modulo stała c

Algorytm 1: Metoda rekurencyjna:

```
1 int fib_rek (int n) {
2     if (n <= 1) return 1;
3     return (fib_rek(n-1) + fib_rek(n-2)) % c;
4 }
```

Algorytm 2: Metoda iteracyjna:

```
1 int fib_ter (int n) {
2     int i, t;
3     int f0 = 1;
4     int f1 = 1;
5     for (i = 2; i <= n; i++) {
6         t = f0;
7         f0 = f1;
8         f1 = (t + f0) % c;
9     }
10    return f1;
11 }
```

Algorytm3: Metoda macierzowa:

Skorzystamy z faktu znanego z matematyki dyskretnej, że przez operację mnożenia macierzy:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{n-1} \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \end{bmatrix}$$

dostajemy wektor zawierający odpowiednio (n – 1)-szą i n-tą liczbę Fibonacciego:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{n-1} \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{n-1} \\ F_n \end{bmatrix}$$

1.2. Złożoność algorytmów i problemów

Złożoność algorytmu można porównywać stosując metodę empiryczną oraz określać ją teoretycznie. Ze względu na ograniczenia ilości testowanych przypadków oraz różnice implementacji, pierwszy sposób jest mniej niezawodny niż drugi. Z tego powodu, głównie skupimy się na określaniu złożoności metodami teoretycznymi za pomocą funkcji zależnych od rozmiaru danych.

Złożoność czasowa - liczba jednostek czasu potrzebnych na wykonanie algorytmu. Przez **jednostkę czasu** rozumiemy czas potrzebny na wykonanie elementarnej operacji. Dla nas podstawowym modelem komputera jest **maszyna RAM**. Będziemy się posługiwać następującymi kryteriami liczenia czasu:

↔ **kryterium jednorodne**: koszt każdej operacji jest równy 1

↔ **kryterium logarytmiczne**: koszt operacji jest równy sumie długości operandów (szczególnie przy operacji na dużych liczbach)

Złożoność pamięciowa - liczba jednostek pamięci (komórek, bitów) potrzebnych na wykonanie algorytmu.