K1

Korekta do wykładów 1 i 2.

1. Dowód Wniosku 2.1(2) (o jedyności ciała rozkładu wielomianu).

Dowodzimy silniejszej tezy (*) przez indukcję względem $\deg f_1$.

W kroku indukcyjnym (b), w pewnym momencie rozważamy

$$\begin{array}{ccccc} & \psi_0 : & K_1(a_1) & \xrightarrow{\cong} & K_2(a_2) \\ \varphi \subseteq & & \| & & \| \\ & & K_1' & & K_2' \end{array}$$

t. że $\psi_0(a_1) = a_2$

W notatkach jest błędnie podane, że L_i jest ciałem rozkładu wielomianu f_i' nad K_i' dla $i=1,2$.

Powinno być:

L_i jest ciałem rozkładu wielomianu f_i^* nad K_i', $i=1,2$,

gdzie $f_i = f_i^* \cdot (X - a_i)$, $f_i^* \in K_i'[X]$.

Oczywiście $\psi_0(f_1^*) = f_2^*$ i $\deg f_1^* = \deg f_1 - 1$

Z założenia indukcyjnego istnieje

$$\psi_0 \subseteq \psi_1 : L_1 \xrightarrow{\cong} L_2,$$ co kończy dowód.

(szczegóły ćwiczenie)

(K2.

2. Dowód (*) w dowodzie tw. 3.4 w notatkach jest błędny. Poprawny dowód:

(*) $\forall y \in G \ \operatorname{ord}(y) \mid k$

nie wprost. Zał., że $y \in G$, $\operatorname{ord}(y) = l$ i $l \nmid k$.

Wtedy istnieje l. pierwsza p taka, że

l jest podzielne przez wyższą potęgę p niż k,

tzn.

$l = p^\alpha l'$, $k = p^\beta k'$, $p \nmid l' \cdot k'$, oraz $\alpha > \beta$.

Niech $y' = y^{l'}$, $x' = x^{p^\beta}$. Wtedy $x', y' \in G$ oraz

$\operatorname{ord}(y') = p^\alpha$, $\operatorname{ord}(x') = k'$ są <u>względnie pierwsze</u>.

Dlatego $x'y' \in G$ oraz

$\operatorname{ord}(x'y') = p^\alpha k' > p^\beta k' = k$, sprzeczność

z maksymalnością k.