1. Jest 10 kostek do gry, z czego 2 sfałszowane - zawsze wypada na nich szóstka. Wybieramy losowo dwie kostki i rzucamy nimi. Obliczyć:

   (a) Prawdopodobieństwo wyrzucenia w sumie 12 oczek.

   (b) Prawdopodobieństwo warunkowe, że minimum 1 kostka jest sfałszowana, jeśli wyrzuciliśmy w sumie 12.

2. Zmienna losowa X ma rozkład $f(x) = \frac{x}{2} \cdot \mathbb{1}_{[0,2]}$.

   (a) Znajdź rozkład $Y = X^2$. Wyznacz dystrybuantę i gęstość.

   (b) Oblicz $\mathbb{P}[X < Y]$

3. Przypomnijmy, że zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem λ, gdy jej gęstość jest zadana wzorem $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \cdot \mathbb{1}_{(0,\infty)}(x)$, a dystrybuanta to $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$.

   Niech X i Y będą niezależne o rozkładzie z parametrem 1. Niech λ, μ będą ściśle dodatnie, wyznacz rozkład
   $$Z = \min\{\frac{X}{\lambda}, \frac{Y}{\mu}\}$$

4. Zmienna losowa ma rozkład jednostajny na kwadracie o wierzchołkach $(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)$.

   (a) Wyznacz rozkłady brzegowe zmiennych losowych X i Y

   (b) Czy X i Y są niezależne?

   (c) Wyznacz rozkład zmiennej $Z = |X + Y|$

5. Z odcinka $[0, 1]$ losujemy niezależnie $a_1, a_2, \ldots$. Udowodnij, że z prawdopodobieństwem 1 ciąg a_n zawiera ciąg rosnący.