

ROZMAITOŚCI RÓŻNICZKOWALNE

Lista 5

Exercise . Niech $\lambda \neq 0$ będzie stałą rzeczywistą. Dla zbazowanej krzywej $(c, t_0) \in C_p M$ rozważmy krzywą c_λ zadaną wzorem $c_\lambda(t) = c(\lambda t)$. Uzasadnij, że w przestrzeni wektorowej $T_p M$ zachodzi $\lambda[c, t_0] = [c_\lambda, t_0/\lambda]$.

Mam ustaloną mapę (U, ϕ) i punkt $p \in U$. Wiem, że wszystkie krzywe z $[c, t_0]$ przechodzą przez p w punkcie t_0 i $(\phi \circ c)'(t_0)$ jest ustalona dla wszystkich krzywych z tej klasy.

Weźmy dowolną krzywą z $[c_\lambda, t_0/\lambda]$, dla ułatwienia życia nie będę zmieniać notacji. Wiem, że

$$(\phi \circ c_\lambda)'(t_0/\lambda) = (\phi \circ c \circ \lambda)'(t_0/\lambda) = \lambda(\phi \circ c)'(\lambda \cdot t_0/\lambda) = \lambda \cdot (\phi \circ c)'(t_0) \in \lambda \cdot [c, t_0]$$