Kombinatoryka & teoria grafów

by a fish 21.03.2137

SYLABUS - MDM:

A. ELEMENTY ALGEBRY I TEORII LICZB

- Funkcje całkowitoliczbowe, arytmetyka modularna, operacje sufit i podłoga za-okrąglania liczb rzeczywistych, algorytm mergesort
- Asymptotyka funkcji liczbowych z uwzględnieniem zastosować w szacowaniu złożoności czasowej algorytów
 - Podzielność liczb, algorytm Euklidiesa
 - Liczby Fibonacciego
- Liczby pieriwsze i względnie pierwsze. Rozkład na czynniki. Funckja Eulera. Chińskie twierdzenie o resztach. Twierdzenie Eulera.

B. KOMBINATORYKA

- Rozmieszczenia, permutacje, kombinacje, podziały (zbioru, liczbyb), Lemat Burnside'a
 - Metody generowania prostych obiektów kombinatorycznych
 - Przykłady prostych problemów definiowanych rekurencyjnie
 - Rozwązywanie równań rekurencyjnych, funkcje tworzące
 - Liczby Catalana
 - Zasada włączania i wyłączania

C. TEORIA GRAFÓW

- Definicja i przykłady grafów, grafy pełne, dwudzielne skierorwane, stopień wierz-chołka
 - Drogi i cykle w grafach: grafy spójne i dwudzielne
 - Drzewa równoważność różnych definicjii
 - Komputeroaw reprezentacja grafów
 - Metody BFS i DFS przeszukiwania grafów
 - Minimalne drzewa rozpinające algorytmy Kruskala i Prima-Dijkstry
 - Przechodznie domknięcie: algorytmy Dijkstry i Warshalla. Złożoność problemu
 - Cykle i drogi Eulera
- Cykle i drogi Hamiltowa, twierdzenie Ore i wielomianowa redukcja problemu drogi do cyklu i odwrotnie
 - Przepływy w sieciach
- Kolorowanie grafów: zastosowanie planowanie sesji egzaminacyjnej. Algorytm sekwencyjny i twierdzenie o 5-kolorowaniu grafów planarnych.

SYLABUS - teoria grafów:

- 1. Basic concepts: graphs, paths and cycles, complete andbipartite graphs
- 2. Matchings: Hall's Marriage theorem and its variations
- 3. Forbidden subgraphs: complete bipartite and r-partite subgraphs, chromatic numbers, Turan's thorem, asymptotic behaviour og edge density, Erdós-Stone theorem
- 4. Hamiltonian cycles (Dirac's Theorem), Eulerian circuits
- 5. Connectivity: connected and k-connected graphs, Menger's theorem
- 6. Ramsey theory: edge colourings of graphs, Ramsey's theorem and its variations, asymptotic bounds on Ramsey numbers
- 7. Planar graphs and colourings: statements of Kuratowski's and Four Colour theorems, proof of Five Colour theorem, graphs on other surfaces and Euler chracteristics, chromatic polynomial, edge colourings and Vizing's theorem
- 8. Random graphs: further asymptotic bounds on Ramsey numbers, Zarankiewicz numbers and their bounds, graphs of large firth and high chromatic number, cmplete subgraphs in random graphs.
- 9. Algebraic methods: adjavenvy matrix and its eigenvalues, strongly regular graphs, Moore graphs and their existence.

Spis treści

1	Basic concepts of gra	ph theory	5
	1.1 Graphs		5

1 Basic concepts of graph theory

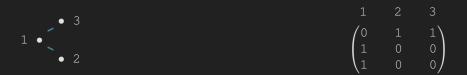
1.1 Graphs

Graph (G = (V, E)) - a structure made up of vertices (V) that are connected in pairs with edges (E).

Multigraph - a graph where two vertices are allowed to have more than one egde connecting them.

If a vertex is allowed to be connected to itself, then the graph is called a graph with loops and the edge that connects the vertex to itself is known as a loop.

Adjacency relation - is the symmetric relation of pairings between vertices of an undirected graph. It is used to construct an adjacency matrix that is another form of representing graphs.



Directed graph is a graph in which edges have orientation. Here, the set of edges contains ordered pairs of vertices. However, this definition does not allow multiple edges between two vertices. To fix this problem, we introduce another object, ϕ , that is a mapphing of edges to ordered pairs of vartices. To avoid confusion, we call such graph a directed multigraph (G = (V, E, ϕ)).

Mixed graph is a graph that allows both directed and undirected edges.

Weigthed graph is a graph in which each edge has a value assigned to it.