Algebra 1R

by a moron :3

21.03.2137

1 Powtorka z poprzedniego roku

1.1 Dzialania

Dzialanie na zbiorze X:

$$\Phi : X \times X \to X,$$

zwykle zapisywane jako xy, $x \cdot y$, $x + y$.

Element neutralny - takie e, ze dla kazdego $x \in X$ $ex = xe = x$. Dzialanie ma co najwyzej jeden element neutralny.

Element odwrotny do x to takie y, ze $xy = yx = e$. Jesli dzialanie jest laczne, to ma co najwyzej jeden element odwrotny do danego x.

....

Homomorfizm algebry $\mathscr{X} = (X, \{\cdot\})$ na algebre $\mathscr{Y} = (Y, \{\circ\})$ nazywamy przeksztalcenie $f : X \to Y$ spelniajace dla kazdego $a, b \in X$

$$f(a \cdot b) = f(a) \circ f(b).$$

- monomorfizm - f jest 1-1
- epimorfizm - f jest "na"
- izomorfizm - f jest 1-1 i "na"
- endomorfizm - kiedy $\mathscr{Y} = \mathscr{X}$
- automorfizm - enodmorfizm bedacy izomorfizmem

Dzialanie na niepustym zbiorze X to przeksztalcenie postaci

$$\phi : X \times X \to X,$$

co zwykle zapisujemy jako

$$x \cdot y \quad x + y \quad xy \quad x - y \quad x \star y$$

Jesli dzialanie jest laczne, to mamy

$$(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z),$$

a jesli jest przemienne, to

$$x \cdot y = y \cdot x$$

Element neutralny dzialania to e takie, ze dla kazdego $x \in X$ mamy $ex = xe = x$. Nie kazde dzialanie ma element neutralny, ale jesli juz jest to jest tylko jeden.

Element odwrotny do x to element taki, ze $xy = yx = e$. Jesli dzialanie jest laczne, to moze miec co najwyzej jeden element odwrotny do danego elementu.
Niech $\mathscr{X} = (X, \{\cdot\})$ i $\mathscr{Y} = (Y, \{\circ\})$ beda jednodzialaniowymi algebrami, a funkcja

$$f : \mathscr{X} \to \mathscr{Y}$$

niech spelnia dla kazdych $a, b \in X$

$$f(a \cdot b) = f(a) \circ f(b)$$