ZAD 1.

Niech $f(x) = \frac{1}{x} - c$. Zauwazajac, ze $f(\frac{1}{c}) = 0$, mozemy przyblizyc $\frac{1}{c}$ uzywajac metody Newtona dla funkcji f.

Rozwazmy wiec punkt x_1, ktory przyblizamy za pomoca:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = x_0 + \frac{\frac{1}{x_0} - c}{\frac{1}{x_0^2}} = x_0 + \frac{x_0^2 - cx_0^3}{x_0} = x_0 + x_0 - cx_0^2 = 2x_0 - cx_0^2$$

Czyli w punkcie x_0 rysujemy styczna do funkcji f i szukamy jej punktu przeciecia z osia OX.

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1(2 - cx_1) = \\ &= (x_0(2 - cx_0))(2 - c(x_0(2 - cx_0))) = \\ &= (2x_0 - cx_0^2)(2 - 2cx_0 + c^2x_0^2) = \\ &= 4x_0 - 4cx_0^2 + 2c^2x_0^3 - 2cx_0^2 + 2c^2x_0^3 - c^3x_0^4 = \\ &= 4x_0 - 6cx_0^2 + 4c^2x_0^3 - c^3x_0^4 \end{aligned}$$

Czyli dla coraz to wiekszego n mamy coraz to wieksze potegi x_0, czyli generalnie to nie bedziemy chcieli brac zbyd duzego x_0, najlepiej cos ponizej 1. W dodatku przy wyzszych potegach x_0 mamy wyzsza potege c, przy czym potega przy x_0 jest zwykle o jeden wieksza. Mozemy przewidziec, ze tak bedzie dalej. Najlepiej wiec, zeby $x_0^2 \cdot c < 1$, a im mniejsze tym lepiej.

ZAD 2.

Ciag przyblizen za pomoca metody newtona jest zbiezny liniowo do pierwiastka funkcji f.

$$x_{x+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$$

Chce, zeby bylo liniowe