

ZAD 1.

$$\prod_{j=0}^n (1 + \alpha_j)^{p_j} \leq (1 + u)^n \leq 1 + \frac{nu}{1 - nu}$$

$$(1 + u)^n \leq 1 + \frac{nu}{1 - nu}$$

$$(1 - nu)(1 + u)^n \leq 1 - nu + nu$$

$$(1 - nu)(1 + u)^n \leq 1$$

$$(1 - n2^{-t-1})(1 + 2^{-t-1})^n \leq 1$$

$$\frac{2^{t+1} - n}{2^{t+1}} \left(\frac{2^{t+1} + 1}{2^{t+1}} \right)^n \leq 1$$

$$(2^{t+1} - n)(2^{t+1} + 1)^n \leq 2^{(t+1)(n+1)}$$

$$2^{t+1}(2^{t+1} + 1)^n - 2^{(t+1)(n+1)} \leq n(2^{t+1} + 1)^n$$

$$2^{t+1}((2^{t+1} + 1)^n - 2^{(t+1)n}) \leq n(2^{t+1} + 1)^n$$

$$a((a+1)^n - a^n) \leq n(a+1)^n$$

$$a \left(\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^i - a^n \right) \leq n \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^i$$

$$a \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} a^i \leq n \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^i$$

$$0 \leq n \left(\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} a^i + a^n \right) - a \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} a^i = na^n + \left(\sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i} a^i \right) (n - a)$$

ZAD 3. x, y – liczby maszynowe takie, że $|y| \leq \frac{1}{2}u|x|$, pokazać, że $\text{fl}(x+y) = x$

Zakładam sobie, że $x > 0$, bo tak mi łatwiej będzie w życiu.

$$\text{fl}(x+y) = (x+y)(1+\epsilon)$$

$$\begin{aligned} (x+y)(1+\epsilon) &\leq (x+y)(1+u) \leq \left(x + \frac{1}{2}ux\right)(1+u) = \\ &= x\left(1 + \frac{1}{2}u\right)(1+u) = \\ &= x\left(1 + u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u^2\right) = \\ &= x + xu \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u^2\right)} \end{aligned}$$

zaznaczony fragment jest w okolicach będu bezwzględnego pomiaru, więc możemy go pominąć

$$\begin{aligned} (x+y)(1+\epsilon) &\geq (x+y)(1-u) \geq \left(x - \frac{1}{2}ux\right)(1-u) = \\ &= x\left(1 - \frac{1}{2}u\right)(1-u) = \\ &= x\left(1 - u - \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u^2\right) = \\ &= x - xu \left(1 - \frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u^2\right) \end{aligned}$$

i takie samo wytłumaczenie jak poprzednio. Czyli mamy wyrażenie ograniczone od góry i od dołu przez x , czyli jest równe x

:v