referacik

dupa chuj　　　　kurwa szmata

21.37

TENSORY chuje małe

k-tensor to funkcja k-liniowa $T : V^k \to \mathbb{R}$ dla V - przestrzeni liniowej nad $\mathbb{R}$. Zbiór wszystkich k-tensorów oznaczamy $\mathscr{T}^k(V)$ i wymagamy, żeby to była przestrzeń liniowa (dodawanie, mnożenie przez skalary ma śmigać)

Iloczyn tensorowy dla $S \in \mathscr{T}^j(V)$ oraz $T \in \mathscr{T}^k(V)$ to $S \otimes T \in \mathscr{T}^{j+k}(V)$i definiujemy go:

$$(S \otimes T)(v_1, \dots, v_{k+j}) = S(v_1, \dots, v_j) \cdot T(v_{j+1}, \dots, v_{k+j}),$$

bo przecież S i T to tak naprawdę skalary, więc sprowadza się to do mnożenia skalarów, tylko musimy zmienić dziedzinę żeby śmigało :v

Jeśli $e_1, \dots, e_d$ jest bazą V, a $\phi_1, \dots, \phi_d$ jest jej bazą dualną, to zbiór wszystkich iloczynów tensorowych k elementów bazy dualnej jest **bazą przestrzeni** $\mathscr{T}^k(V)$.

Dla odzworowania liniowego $f : V \to W$ definiujemy odwzorowanie liniowe $f^* : \mathscr{T}^k(W) \to \mathscr{T}^k(V)$ jako

$$(f^*T)(v_1, \dots, v_k) = T(f(v_1), \dots, f(v_k))$$

Większe chuje, czyli TENSORY ALTERNUJĄCE

Tensor alternujący ω to taki, że dla dowolnego $\sigma \in S_k$ mamy

$$\omega(v_{\sigma(1)}, \dots, v_{\sigma(k)}) = (\mathrm{sgn}(\sigma))\omega(v_1, \dots, v_k)$$

Przestrzeń liniową tensorów alternujących oznaczamy $\Omega^k(V)$

Przekształcenie $\mathrm{Alt} : \mathscr{T}^k(V) \to \Omega^k(V)$ definiowane $\mathrm{Alt}(T)(v_1, \dots, v_k) = \frac{1}{k!}\sum_{\sigma \in S_k}(\mathrm{sgn}(\sigma))T(v_{\sigma(1)}, \dots, v_{\sigma(k)})$ jest liniowe.

Iloczyn zewnętrzny tensorów alternujących jest definiowany dla $\omega \in \Omega^k(V)$ i $\eta \in \Omega^j(V)$ jako

$$\omega \wedge \eta = \frac{(k+1)!}{k!j!}\mathrm{Alt}(\omega \otimes \eta) \in \Omega^{k+j}(V)$$

Zbiór wszystkich k-krotnych iloczynów zewnętrznych ϕ_i jest **bazą przestrzeni** $\Omega^k(V)$.

Formalne chuje POLA I FORMY

Przestrzeń styczna w punkcie $p \in \mathbb{R}^d$ jest definiowana jako

$$T_p\mathbb{R}^d = \mathbb{R}^d_p := \{(p, v) \ : \ p, v\mathbb{R}^d\}$$