

KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa przedmiotu: Algebra 1 R (28-MT-S-oAI1-R)

Nazwa w języku polskim:

Nazwa w jęz. angielskim: Algebra 1 R

Dane dotyczące przedmiotu:

Jednostka oferująca przedmiot: Instytut Matematyczny

Przedmiot dla jednostki: Instytut Matematyczny

Domyślny typ protokołu dla przedmiotu:

Egzamin

Język wykładowy:

polski

Skrócony opis:

Celem przedmiotu jest zapoznanie słuchacza z językiem oraz pojęciami algebry abstrakcyjnej na średnio trudnym poziomie. Wykład obejmuje grupy, pierścienie oraz wstępne pojęcia teorii ciał. Pojęcia algebraiczne ilustrowane są przykładami i zastosowaniami w innych działach matematyki.

Opis:

1. Działanie w zbiorze: łączność, przemienność, element neutralny. Przykłady działań. Definicja grupy i przykłady: grupy dihedralne, grupy permutacji i grupy macierzy.
2. Pojęcie podgrupy i przykłady. Rząd elementu grupy. Generatory grupy, grupy skończone generowane. Grupy cykliczne: definicja, własności. Homo-, epi-, mono-, endo- i automorfizmy struktur: definicja, przykłady. Własności homomorfizmów grup. Jądro i obraz homomorfizmu grup. Charakterystyka monomorfizmu grup przy pomocy jądra.
3. Dzielnik normalny, grupa ilorazowa, homomorfizm ilorazowy i zasadnicze twierdzenie o homomorfizmie grup. Permutacje: rozkład na cykle rozłączne. Inwersja w permutacji, transpozycja. Permutacje parzyste/nieparzyste. Znak permutacji.
4. Działanie grupy na zbiorze i na grupie przez automorfizmy. Orbita, stabilizator i twierdzenie o nich „orbit-stabilizer theorem”. Warstwy i indeks podgrupy, twierdzenie Lagrange'a. Produkt półprosty grup, rozkłady grup na produkty półproste. Klasyfikacja grup małych rzędów.
5. Twierdzenie Cauchy'ego, Twierdzenia Sylowa (dowód przez działania grup), zastosowania: grupy proste rzędu mniejszego od 60 są cykliczne.
6. Torsja w grupie, grupy torsyjne i beztorsyjne. Skończone generowane grupy abelowe jako produkty grup cyklicznych.
7. Komutator, komutant, grupy rozwiązalne i twierdzenie o ich rozszerzeniach. Zastosowania tw. Sylowa do dowodów rozwiązalności grup pewnych rzędów. Krótka informacja o grupach nilpotentnych.
8. Ciąg kompozycyjny w grupie, lemat o motyłu i tw. Schreiera.
9. Grupy wolne i ich podstawowe własności (bez formalnych dowodów). Prezentacje grup.
10. Pierścień (przemienny, z jednością), dzielnik zera, element odwracalny, grupa elementów odwracalnych pierścienia, dziedzina i ciało. Przykłady pierścieni. Każda skończona dziedzina jest ciałem. Homomorfizm i izomorfizm pierścieni, definicja, przykłady.
11. Pierścienie szeregów formalnych i pierścienie wielomianów: definicja, podstawowe własności. Wielomiany a funkcje wielomianowe. Twierdzenie Bezouta. Ciało ułamków dziedziny: konstrukcja, własności i przykłady.
12. Ideały w pierścieniach, pierścień ilorazowy, zasadnicze twierdzenie o homomorfizmach pierścieni. Ideały pierwsze (związek z dziedzinami) i ideały maksymalne (związek z ciałami). Dziedziny ideałów głównych (PID), pierścienie noetherowskie, przykłady i kontrprzykłady.
13. Teoria podzielności w dziedzinach, relacja stowarzyszenia. Abstrakcyjna definicja najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) i największego wspólnego dzielnika (NWD). Element nierozkładalny i element pierwszy w pierścieniu. Kryteria nierozkładalności w pierścieniu wielomianów. W pierścieniu noetherowskim każdy element rozkłada się na iloczyn elementów nierozkładalnych. Pierścienie z jednoznacznością rozkładu (UFD), przykłady i kontrprzykłady. Pierścień PID jest UFD, NWD i NWW w pierścieniu UFD. Lemat i Tw. Gaussa (informacja).
14. Pierścienie Euklidesa: definicja, przykłady (pierścień wielomianów, pierścień Gaussa) i kontrprzykłady. NWW i NWD w pierścieniach Euklidesa, algorytm Euklidesa. Każdy pierścień Euklidesa jest PID, kontrprzykład na implikację przeciwną (informacja).
15. Chińskie twierdzenie o resztach. Charakterystyka ciała. Podciało. Ciała proste. Podciało proste ciała. Liczba elementów ciała skończonego.

Literatura:

- [1] A. Białynicki-Birula, Algebra, PWN, Warszawa 2016 (lub wydanie z serii BM, tom 40, Warszawa 1980)
- [2] A. Białynicki-Birula, Zarys algebry, PWN, Warszawa 1987
- [3] A. Bojanowska, P. Traczyk, Algebra I, dostępne na stronie internetowej autorki
- [4] M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN Warszawa 1978
- [5] S. Lang, Algebra, PWN Warszawa 1984, rozdz. 1 i 2

Materiały dydaktyczne:

Listy zadań zamieszczane na stronie internetowej prowadzącego.

Efekty uczenia się:

Wiedza:

- Zna i rozumie pojęcie struktury algebraicznej oraz najważniejsze przykłady takich struktur.
- Zna i rozumie podstawowe pojęcia, twierdzenia i metody z zakresu teorii grup, pierścieni i ciał.
- Zna zastosowania algebry w innych działach matematyki.

Umiejętności:

- Rozpoznaje podstawowe struktury algebraiczne.
- Weryfikuje najważniejsze własności zadanej grupy, pierścienia i ciała.
- Potrafi prowadzić proste rozumowania dotyczące pojęć algebraicznych, w szczególności podawać kontrprzykłady pozwalające obalić błędne hipotezy.

Kompetencje społeczne:

- Projektuje ścieżkę swojego kształcenia uwzględniając swoje mocne i słabe strony.

Metody i kryteria oceniania:

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest:

- uzyskanie 45% punktów za zadania stanowiące bieżącą weryfikację efektów kształcenia (sprawdziany pisemne i aktywność na

ćwiczeniach)

– uzyskanie pozytywnej oceny z egzaminu stanowiącego końcową weryfikację efektów kształcenia

Szczegółowe warunki zaliczenia przedmiotu określa prowadzący zajęcia w ciągu dwóch tygodni od rozpoczęcia zajęć.

Założenia

Wstęp do matematyki (28-MT-S-oWDM)

Algebra liniowa 1 (28-MT-S-oAllin1)

Przynależność do grup przedmiotów w cyklach:

Opis grupy przedmiotów	Cykl pocz.	Cykl kon.
Sem. 3,4 (lic.) (2812-A34)	2019/20-Z	
(2019-) Przedmioty obowiązkowe (O) (2812-19o)	2019/20-Z	
Sem. 3 (lic.) (2812-A3)	2019/20-Z	

Punkty przedmiotu w cyklach:

<bez przypisanego programu>

Typ punktów	Liczba	Cykl pocz.	Cykl kon.
Europejski System Transferu i Akumulacji Punktów (ECTS)	8	2017/18-Z	