## 1. Niech B bedzie liczba naturalna wieksza od 1. Wykazac, ze kazda niezerowa liczba rzeczywista x ma jednoznaczne przedstawienie w postaci znormalizowanej $x = smB^c$, gdzie s jest znakiem liczby x, c – liczba calkowita (cecha), a m – liczba z przedzialu $[1, B)$, zwana mantysa.

1. istnienie:

Niech $0 \neq x \in \mathbb{R}$. Wtedy istnieje c takie, ze $B^c \leq |x| < B^{c+1}$, czyli $c = \lfloor \log_B |x| \rfloor$. Niech $m = \frac{|x|}{B^c}$, wtedy $|x| = B^2 \cdot m$. W koncu, niech $s = \frac{|x|}{x}$. Mamy $x = sB^c m$.

2. jedynosc:

   A. jedynosc s jest oczywista

   B. jedynosc c: zalozmy, nie wprost, ze istnieja $c_1, c_2$ takie, ze

$$x = sB^{c_1}m = sB^{c_2}m'$$

Wtedy

$$B^{c_1}m = B^{c_2}m'$$

Jesli $m = m'$ oczywiste. W przeciwnym wypadku

$$c_1 \log_B m = c_2 \log_B m'$$

mozemy zalozyc, ze $c_1 < c_2$ oraz $(\exists\, k \in \mathbb{N})\; c_1 + k = c_2$, czyli

$$c_1 \log_B m = (c_1 + k) \log_B m'$$

$$0 = k \log_B m'$$

W takim razie albo $m' = 1$, wtedy $x = 2^c_1$, albo $k = 0$, czyli $c_1 = c_2$.

   C. jedynosc m: zalozmy, nie wprost, ze istnieja $m_1, m_2$ takie, ze (...), wtedy

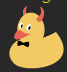
$$x = sB^c m_1 = sB^c m_2.$$

c jest jedyne, gdyz $c = \lfloor \log_B |x| \rfloor$ i to dzialanie ma jednoznaczny wynik. Czyli

$$sB^c m_1 = sB^c m_2$$

$$m_1 = m_2$$

*i śmiga*



## 2. Ile jest liczb zmiennopozycyjnych w arytmetyce double w standardzie IEE754?

Przy 64 bitach mamy $2^{64}$ mozliwosci ich zapalenia.

## 3. Czesc rozw w pliku .jl

```julia
function frst_exp(x, s, t, r)
    ret = zero(x)
    ret = (x^3) - (s*(x^2)) + t*x - r
    print("␣␣", typeof(x), "␣wynik:␣", ret, "\n")
end

function snd_exp(x, s, t, r)
    ret = zero(x)
    ret = ((x - s) * x + t) * x - r
    print("␣␣", typeof(x), "␣wynik:␣", ret, "\n")
```

```
end

frst_exp(Float16(4.71), Float16(6), Float16(3), Float16(0.149)) # -14.58
frst_exp(Float32(4.71), Float32(6), Float32(3), Float32(0.149)) # -14.6365
frst_exp(Float64(4.71), Float64(6), Float64(3), Float64(0.149)) # -14.636489000000006

print("alternatywne␣wyrazenie:\n")

snd_exp(Float16(4.71), Float16(6), Float16(3), Float16(0.149)) # -14.63
snd_exp(Float32(4.71), Float32(6), Float32(3), Float32(0.149)) # -14.63649
snd_exp(Float64(4.71), Float64(6), Float64(3), Float64(0.149)) # -14.636489
```

-14.636489 – wartosc prawidlowa

| | | |
|---|---|---|
| Float16 | $\frac{\lvert -14.636489+14.58\rvert}{14.636489} = \frac{0.056489}{14.636489} = 0.003859463837$ | $\frac{\lvert -14.636489+14.63\rvert}{14.636489} = \frac{0.006489}{14.636489} = 4.43344029 \cdot 10^{-4}$ |
| Float32 | $\frac{\lvert -14.636489+14.6365\rvert}{14.636489} = \frac{0.000011}{14.636489} = 7.51546358$ | $\frac{\lvert -14.636489+14.63649\rvert}{14.636489} = \frac{0.000001}{14.636489}$ |
| Float64 | $\frac{0.000000000000006}{14.636489} = 7.51546358 \cdot 10^{-7}$ | $\frac{\lvert -14.636489+14.636489\rvert}{14.636489} = 0$ |