ZAD. 1.

$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ jest zbiezne, jesli $(\forall\, x_n \subseteq \mathbb{R}^n)\, x_n \to x \implies f(x_n) \to f(x)$.

f - ciagle, $D \subseteq \mathbb{R}^m$ - domkniety, to $f^{-1}[D]$ tez jest domkniety.
Funkcja jest ciagla w punkcie y, jesli

$$(\forall\, \varepsilon > 0)(\exists\, \delta)(\forall\, x_n \in D)\, d(x_n, y) < \delta \implies d(f(x_n), f(y)) < \varepsilon$$

Zalozmy nie wprost, ze $f^{-1}[D]$ nie jest domkniety, to znaczy istnieje ciag $x_n \subseteq \mathbb{R}^n$ taki, ze $x_n \to y \notin f^{-1}[D]$. Ale poniewaz f jest ciagle, to takze $f(x_n) \to f(y) \notin D$, a wiec D nie jest domkniety.
Obierzmy dowolny $\varepsilon > 0$, wtedy

$$(\exists\, N)(\forall\, n > N)\, d(x_n, y) < \varepsilon$$