

1. למשל בעיר חדשה רוצים לבנות מספר שכונות. כמובן שנרצה להגיע מכל שכונה לכל שכונה אחת. אם נתבונן בבעיה זו כבעיית גרפים, השכונות הן קודקודי הגרף התנועה ביניהן היא באמצעות כבישים, שהם הקשתות בגרף. לכן ברור כי חסם על מס' הקשתות (כבישים) הדרושות שימושי ביותר.

2. תכונה ראשונה, מולטי-גרף בעל  $V^3$  צלעות.

תכונה שנייה, מולטי-גרף בעל דרגה  $N \geq k$ .

האלגוריתם, מוסיף צלעות אחת אחרי השנייה עד אשר הוא מקיים את התכונה. האלגוריתם מפסיק להוסיף צלעות ברגע שהתקבל גרף מלא ( $V$  מעל 2 צלעות), לכן לא נוכל לקבל תכונות המתקיימות במולטי-גרף (בעצם, לא נוכל כלל ליצור מולטי-גרף באמצעות אלגוריתם זה).

3. תכונה  $T1$  צפויה להתקיים לפני תכונה  $T2$ , האלגוריתם מוסיף בכל פעם קשת אחת באקראי. בכדי לקיים את תכונה  $T1$  (דרגה 1 לכל קדקוד לפחות) עלינו לפגוע בכל קדקוד עם קשת כלשהי פעם אחת (לפחות), עם כל קשת כזו אנו מורידים 2 קדקודים "מהמלאי". כדי לקיים את תכונה  $T2$  (גרף קשיר) אנו צריכים שתקיים תכונה  $T1$  ולא רק זה אלא שהקשתות שיש לנו מחברות לנו את כל רכיבי הקשירות ל 1, ברור כי ההסתברות נמוכה יותר.

4. אם הגרף שלנו מחולק ל  $V/2$  רכיבי קשירות בני שני קדקודים כל אחד (זיווג), מקיים תכונה 1 אחרי זמן 5, אז במקרה הטוב ביותר האלגוריתם יגיע לקיום תכונה 2 לאחר עוד 4 יחידות זמן (חיבור בין חמשת רכיבי הקשירות). במקרה זה מקבלים כי ההפרש בין הזמן לתכונה 1 ותכונה 2 הוא כמעט פי-2, ברור כי יכול להיות מקרה גרוע הרבה יותר, אנו מעריכים כי תכונה 2 תתקיים בממוצע בזמן פי 2-2.5 מאשר תכונה 1.

5. החסם התחתון הוא  $V/2$  במקרה ומס הקדקודים זוגי, ומקרה אי-זוגי  $V/2+1$ . נוכיח, אם מס הקדקודים הוא זוגי, הרי כל קשת מחברת בין שני קדקודים לכן, האסטרטגיה הטובה ביותר תהיה בחירת שני קדקודים מבודדים וחיבורם בקשת, כך אנו מתקדמים בשני קדקודים לקראת המטרה. ברור כי במקרה זה נצטרך  $V/2$  קשתות. אם הגרף מס אי-זוגי של קדקודים איז נחבר את כל הקדקודים כמו קודם ונשאר עם קדקוד יחיד מבודד נצטרך קשת אחת כדי לחבר אותו לקדקוד כלשהו וסיימנו.

6-8. מצורפים כקובץ ZIP יש להריץ את הסקריפט בשם ex2 כאשר כל הפונקציות שבתוך הZIP טעונות למטלב.

9 א. ההבדלים הם שישנם פעמים בהם יצירת גרף  $T2$  נעשית בזמן נמוך יותר מאשר יצירת גרף  $T1$  שזה בסתירה להנחה שלנו בשאלה 3 אבל אנו יכולים לראות שהזמן הנמוצע שדרוש לשני תכונות הוא מאוד קרוב וכן די מתנהג כמו הפונקציה  $y(x)$ .

ב. מכיוון שאנו מגדילים את הקשת אנו יכולים להגיע למצב שהגרף כמעט ומקיים את התכונה, הזמנים משתנים לפי ההגרלה שנעשה ויכול להיות מצב שגרף בעל תכונה  $T2$  נעשה מוקדם יותר מאשר גרף בעל תכונה  $T1$ .

- ג. מכיוון שאנו מגרילים רנדומלית יש מצבים בהם הזמן מאוד קרוב אבל ישנם מקרה קצה שמגיעים לכמעט פי 1.5 הפרש בין הזמנים שזה די מתיישב עם ההנחה שלנו.
- ד. לאחר מספר הרצות על מספרי קודקודים שונים (50,100,250,500,1000,2000,5000) על גבי 2 התכונות הגענו למצב לממוצע דרגה ל 2 התכונות אשר נע בין 5-7.
10. חסם עליון לתכונה T3 הוא n. זאת מאחר ובמקרה הגרוע ייבנה מהגרף עץ וזאת לאחר n-1 זמן (בזמן זה מתקיימת גם תכונה 2) ואז כל צלע שנוסיף תסגור מעגל והגרף יקיים את T3.
11. אנו מצפים שתכונה T3 תתקיים לפני תכונה T2 מכיוון שעל מנת לסגור מעגל דרושים רק 3 קודקודים שרירותיים שמחזורים ביניהם ועל מנת לקבל גרף קשיר ישנו צורך בכל הקודקודים בגרף שיהיה ביניהם צלע. כפי שהסברנו קודם, תכונה 3 תתקיים במקרה הגרוע לאחר N זמן, אולם החסם העליון לתכונה 1 הוא V-1 מעל 2 ועוד 1.