

גרפים חלק מעשי עבודה 2 :

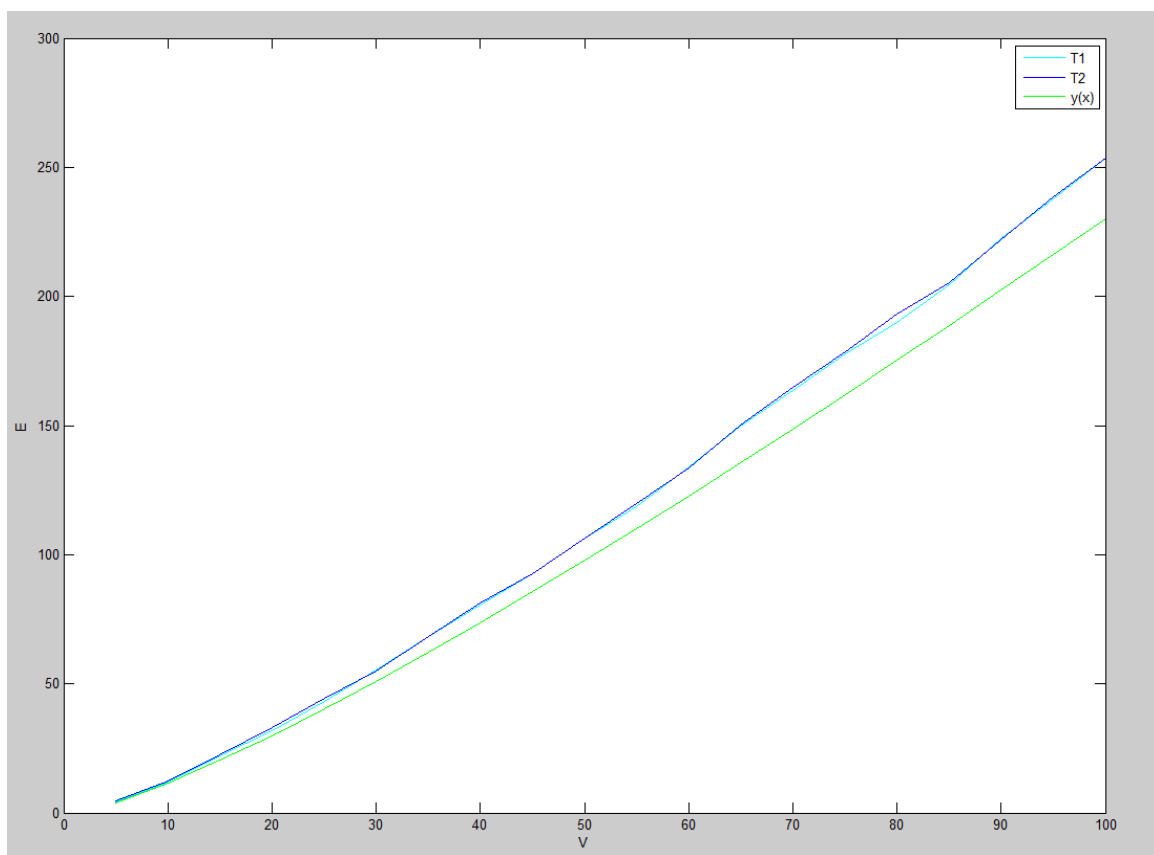
עדי מאיר 201413507

מתן בן שמואל 200461804

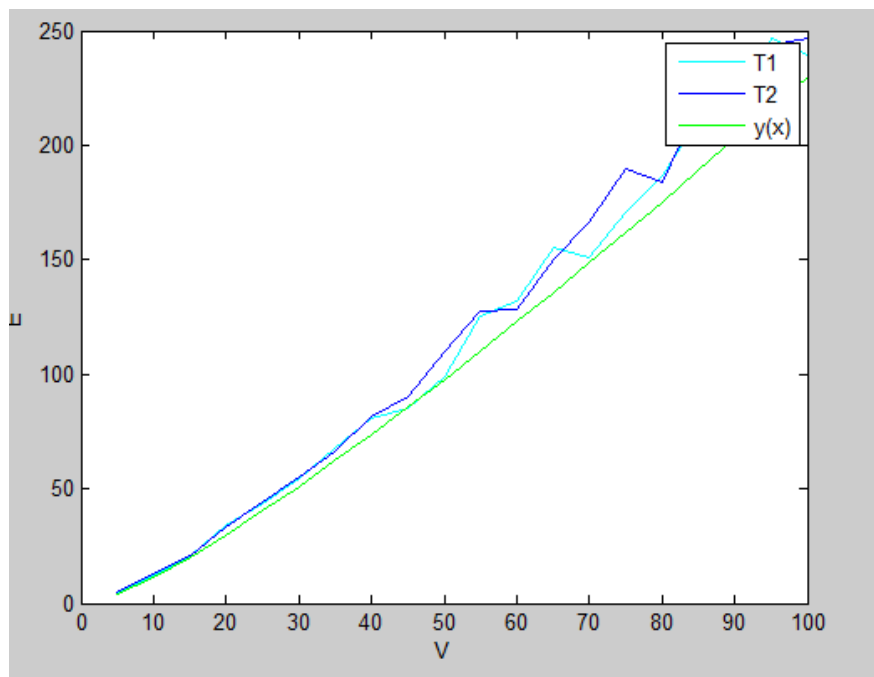
1. דוגמא לכך שהחסם על  $T_2$  יכול להיות שימושי (החסם הוא  $v-1$ ) הוא רשת טלפוניה זאת מכיוון שנרצה שכל נקודות קצה תוכל לתקשר עם כל נקודת אחרת ודבר זה מתקבל רק כאשר הגרף קשיר (נקודת קצה היא קודקודים). בעזרת חסם זה נוכל לדעת כמה קשתות נצטרך להוסיף במידה והגרף עדיין לא קשיר.
2. תכונה 1 שתגרום לתוכנית להיכנס ללולאה אנסופית היא שהתכונה בה הגרף הוא 1 רגולרי. במידה ונפעיל את התוכנית הנתונה, ונניח שנתון גרף בעל 3 קודקודים (לדוגמה) בפעם הראשונה שנוסיף צלע, נקבל 2 קודקודים בעלי דרגה 1 וקודקוד נוסף בעל דרגה 0. בפעם השנייה שנוסיף צלע, לקודקוד שהיה לו דרגה 0 תהיה דרגה 1 אך לאחד מקודקודי הגרף (לפחות) השניים להם היתה כבר דרגה 1, תהיה כעת דרגה 2. לכן לעולם לא נוכל להגיע למצב שבו הגרף יהיה 1 רגולרי. כעת החל מעתה, אנו רק נוסיף ונוסיף צלעות ולעולם הדרגה של הקודקוד בעל הדרגה ה-2 לא יקטן (ההפך).
- תכונה 2 שעלולה לגרום ללולאה אנסופית (לא בוודאות) תהיה תכונה בה הגרף יהיה עץ. כאשר נגיע ל- $v-1$  צלעות אך ניצור מעגל, כך עבור כל צלע שנוסיף עדיין בוודאות לא נקבל עץ.
3.  $T_1$  היא תכונה שקודמת ל- $t_2$ , כלומר התכונה שבגרף יש לכל צומת לפחות דרגה 1 מתקיימת לפני או באותו הזמן שהגרף יהיה קשיר. נוכיח זאת בשלילה. נניח ש- $T_2$  מתקיים לפני  $T_1$  ז"א שהגרף קשיר ולא לכל צומת בגרף יש דרגה לפחות 1, כלומר קיים צומת שיש לו דרגה שקטנה מ-1 כלומר דרגה 0 וזאת בסתירה להנחה שהגרף קשיר.
4. יתקיים הבדל מינורי זאת משום שהחסם העליון של  $T_1$  והחסם העליון של  $T_2$  דומה. החסם התחתון של  $T_1$  הוא  $v/2$  ואילו החסם התחתון של  $T_2$  הוא  $V-1$ . כך שההבדל בין החסמים לא מאוד ניכר, אלא די חלש.
5. ניתן למצוא את החסם התחתון על ידי בניית גרף דו חלקי שזמן בנייתו היא  $v/2$  – ערך עליון (על ידי מציאת זיווג לכל קודקוד). נוכיח זאת בשלילה. נניח שהחסם התחתון קטן מ- $v/2$  (מספר הצלעות בגרף) ובגלל שלכל קודקוד לפחות דרגה 1 ע"פ הנוסחה  $|E| = \sum(\deg(V_i))/2$  אזי  $|E| \geq v/2$  וזאת בסתירה להנחה שהחסם התחתון קטן מ- $v/2$ .

שאלות 6,7 מצורפות כקוד

8. עבור 1000 איטרציות



עבור 30 איטרציות:



9.

a. הזמן הדרוש ל-T1 קרוב מאוד בממוצע לזמן הדרוש לקיום תכונה T2 ע"פ תוצאות הגרף הנ"ל ניתן לראות שלעיתים T1 מתקיים לפני T2.

b. אם היינו מריצים את 2 התכונות במקביל על אותו הגרף, היינו תמיד מקבלים ש-T1 מתקיים לפני T2 או באותו הזמן יחד איתו. זאת משום ש-T1 הוא תנאי הכרחי ל T2 . כלומר T2 לא יכול להתקיים מבלי ש-T1 יתקיים. לכן סביר שיקרא לפניו או יחד איתו. ובממוצע זה קטן. אך במקרה שלנו, מכיוון שביצענו הרצות נפרדות, 2 התכונות בממוצע התקיימו בזמן דומה.

c. בתשובה לשאלה 4 אמרנו כי ההבדל בין החסמים הוא בכך שהחסם התחתון של T1 הוא v/2 ושל T2 הוא v-1 . ל-2 התכונות T1 ו-T2 יש את אותו החסם  $O(v)d$

d. הדרגה הממוצעת ב-T1 היא בערך פי (בהתחלה) 4-1.1 ממספר הקודקודים, הדרגה הממוצעת ל-T2 היא פי 2.2-4.2 ממספר הקודקודים (התוצאות הם בהתאם למספר הקודקודים), כמו שהסברנו בסעיפים הקודמים ניתן לראות כי הדרגה הממוצעת בקודקודים ע"מ לקיים תכונה T1 קטנה מהדרגה לקיום T2 הדבר נובע מכך שתכונה T1 תתקיים לפני תכונה T2 ולכן הדרגה קטנה יותר (פחות צלעות להוסיף ע"מ לקיים את התכונה), המדידות נלקחו על מספר קודקודים גדול מאוד) כאשר ביצענו את הסימולציה על 1000 איטרציות קיבלנו כי הדרגה הממוצעת של T1 היא 4.052 והדרגה של T2 היא 4.0880- כמעט זהה) ע"מ להתקרב כמה שיותר לתוצאות האמיתיות, עבור מספר איטרציות של 30 קיבלנו:

תכונה/דגימה (x)	35	55	75	100
T1	2	2.14	2.15	2.3
T2	1.77	2.36	2.33	2.7

10. החסם העליון של תכונה T3 הוא מספר הקודקודים (v) וכפונקציה של T2- חסם תחתון של T2 פלוס צלע אחת נניח בשלילה כי החסם העליון קטן מ-V ז"א יש לנו V-1 צלעות מקסימום בגרף, אם סגרנו מעגל בעזרת צלעות אלה זה אומר כי יש קודקוד אשר לא מחובר לגרף (v-1 זה קשירות ללא מעגלים) ולכן נוריד את אחת הצלעות מהמעגל ונחבר את הצלע הזאת, נשארנו שוב עם v-1 צלעות אך עכשיו אין לנו מעגלים ולכן בשביל ליצור מעגל נחבר צלע (לא משנה לאן) ולכן יהיו לנו  $v-1+1=v$  בנוסף לפי סעיף קודם הבנו כי לכל קודקוד ב-T2 יש בממוצע  $V*2.026$  צלעות ז"א  $T3=T2/2.026$  נקבל V שזהו התנאי למעגל T3

11. תכונה T3 תתקיים קודם כי החסם העליון שלה קטן פי 2 מהזמן הממוצע לבנית גרף עם תכונת T2