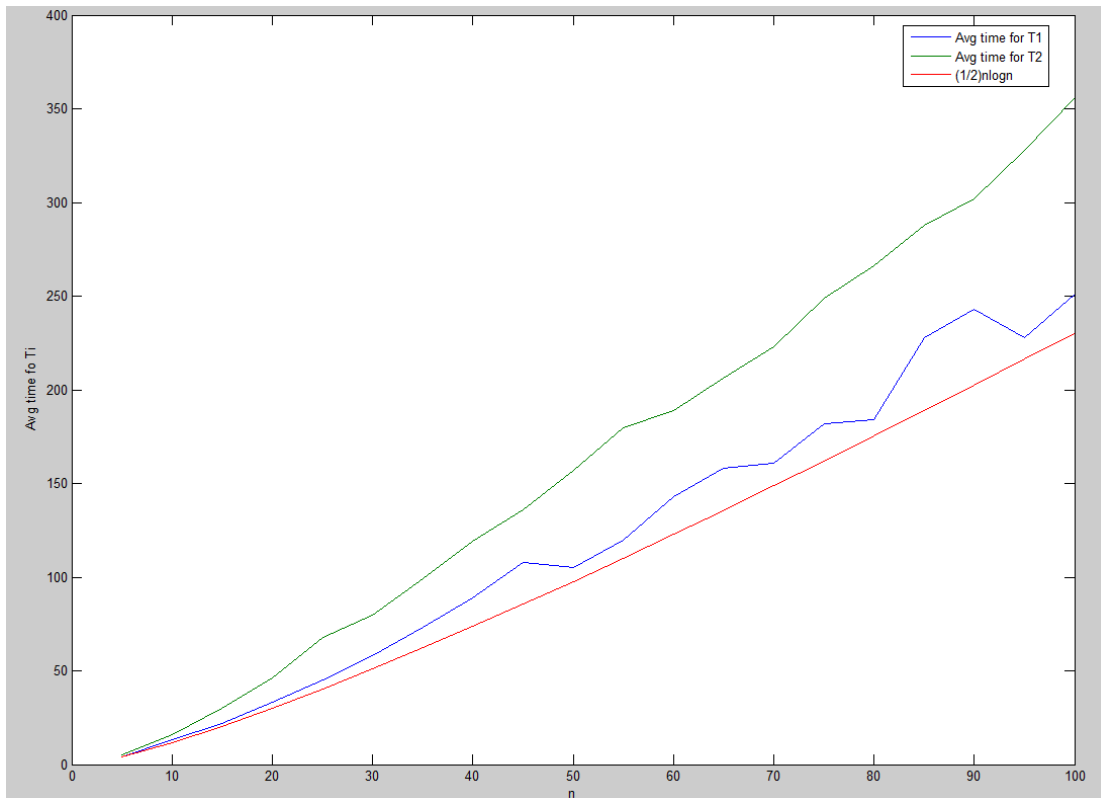


**מגישות: מור נעים 304818123, מיכל וענונו 301904512**

1. דוגמא שבה חסם על  $T_2$  יכול להיות שימושי:  
 דוגמא מהחיים: מערכת כבישים, כל כביש זה קשת בגרף וכל קודקוד הוא תחנה במפה.  
 אם קיים כביש בין שתי תחנות -> התחנות נגישות אחת לשנייה.  
 יש מספר מינימאלי של כבישים כך שמערכת הכבישים תהיה קשירה, ז"א ניתן להגיע מכל תחנה לכל תחנה.  
 ע"י כך יש חסכון בבניית כבישים מיותרים.
2. תכונה ראשונה:  
 $k$  – רגולרי, ניקח לדומא תכונה של 1 רגולרי, ונניח לצורך הדוגמא שמספר הקודקודים הוא 3, והצלעות האקראיות שנבחרות מתחברות לקודקוד הראשון, הדרגה כבר תהיה 2 – ולכן התכונה לא תתקיים, והוא לא יצא מהלולאה.  
 ובאופן כללי יותר, ע"מ לקבל תכונה זו, לא ניתן להוסיף קשתות באופן אקראי, אלא באופן חכם יותר בהתאם לגרף שרץ.
- תכונה שנייה:  
 עץ (כזכור, עץ הוא גרף קשיר ללא מעגלים עם בדיוק  $n-1$  קשתות),  
 מעגל יכול להיווצר בהסתברות גבוהה ולכן לא יתקבל לעולם עץ.
3. תכונה  $T_1$  בהכרח תתקיים לפני תכונה  $T_2$ .  
הסיבה:  
 אם הגרף קשיר אז בהכרח לכל צומת יתקיים שדרגתו לפחות 1.  
 אחרת, קיים קודקוד בגרף שדרגתו 0, ואז הגרף לא יהיה קשיר.  
 אז בהכרח, תכונה  $T_1$  חייבת להתקיים ע"מ שתכונה  $T_2$  תתקיים.  
 מ.ש.ל.
4. קודם כל, ברור ש-  $time\_1 \leq time\_2$ .  
לפי משפט שלמדנו בכיתה, אם  $G$  קשיר ו-  $|V| = n$ , אז  $|E| \geq n-1$ , מכאן שהזמן המינימאלי שהגרף יהיה קשיר (יקיים תכונה  $T_1$ ) הוא  $time\_1 \geq n-1$ .  
 עבור תכונה  $T_2$ , הזמן המינימאלי עבורו תתקיים תכונה זו:  $time\_2 \geq \lceil n/2 \rceil$  (עיגול כלפי מעלה).  
 הסבר ל-  $time\_2$  : הזמן המינימאלי יתקבל כאשר נחבר כל זוג קודקודים, כל פעם זוג אחר.
5. כפי שהסברנו בסעיף הקודם:  $time\_2 \geq \lceil n/2 \rceil$ .
6. מצורפים קבצי התוכנית בקובץ ZIP.  
 פונקציית RGP מקבלת מספר קודקודים ותכונה  $T$ .  
 הפונקציה בונה גרף, כאשר הצלעות עבור כל זוג קודקודים נבחרת באקראי ונוספת לגרף (מטריצת שכנויות).  
 לאחר כל הוספת קשת, נבדקת התכונה המתאימה.  
 תכונת הקשירות נבדקת ע"י אלגוריתם BFS (הכתובה בפונקציה בשם BFS).  
 פלט הפונקציה הוא הזמן (ז"א מספר הקשתות) עד לקיום התכונה המתאימה, והגרף שהתקבל.
7. בוצעה סימולציה – ניתן לראות בפונקציה Q7, את התוצאות ניתן לראות בסעיף הבא.

8. הגרפים שהתקבלו:



9. א.

הרצנו את הסימולציה מספר פעמים, וראינו שאכן יש הבדלים בין הזמן הדרוש לקיום תכונה T1 לבין הזמן הדרוש לקיום תכונה T2. ניתן לראות שההבדלים בין הזמנים גדל כפונקציה של מספר הצמתים בגרף.

ב.

כמו שהסברנו קודם, ברור שקיום תכונה T2 מכילה בתוכה את קיום תכונה T1, ומכאן נובע  $time\_1 \leq time\_2$ . ברגע שתכונה T1 מתקיימת בגרף (ז"א כל הצמתים בעלי דרגה 1 לפחות), נדרשת הוספה של קשתות כפונקציה של כמות הצמתים, ע"מ להגיע לקשירות בגרף.

ג.

לאחר שראינו את התוצאות וקראנו את התשובה שכתבנו על שאלה 4, ראינו כי אכן צדקנו, כפי שניתן לראות בסעיפים א וב,  $time\_1 \leq time\_2$ , וכל החסמים אכן מתקיימים.

ד. מצורפת פונקציה Q9d.

לקחנו את הזמן (שזה בעצם מספר הצלעות בגרף) והכפלנו ב-2 כדי לקבל את מספר הדרגות של סך כל הקודקודים בגרף, וחילקנו בסך כל הקודקודים כדי לקבל את הדרגה הממוצעת עם מספר n ספציפי. ואז סכמנו את כל הדרגות הממוצעות עבר כל n שהתבקשנו לחשב (מ 5 עד 100 בקפיצות של 5), וחילקנו ב-20 – קיבלנו את הדרגה הממוצעת הנדרשת לקיום התכונה המתאימה.

10. חסם עליון הדרוש לקיום תכונה T3 כפונקציה של הזמן הדרוש לקיום תכונה T2 הוא :

$$Time2 + 1$$

מדוע?

כיוון שהגרף קשיר, ז"א ניתן להגיע מכל קודקוד בגרף לכל קודקוד אחר בגרף.

ניתן למצוא קודוקוד  $x$ , כך שהקשתות  $xv$  ו-  $xw$  קיימות בגרף, והקשת  $vw$  לא קיימת בגרף. (וניתן למצוא הרבה קודוקדי  $x$  כאלה).  
 לכן מספיק שנוסיף את הקשת  $vw$  סגרנו מעגל. מ.ש.ל.

11. נצפה שתכונה  $T3$  תתקיים מוקדם יותר מתכונה  $T2$ .

מדוע?

השגת תכונת הקשירות קשה יותר מהשגת תכונה קיום מעגל.  
 ע"מ להשיג את תכונת הקשירות בגרף, חסם תחתון הוא  $n-1$  קשתות.  
 לעומת זאת, ע"מ להשיג מעגל בגרף, נדרשות תמיד 3 קשתות מינימום (וזה לא תלוי בכמות הצמתים בגרף).

בדיקה נעימה! ☺