

## עבודה 2 – תורת הגרפים

מאת: נועם קפלן – 200520328

איליה ברודר – 310268255

חלק מעשי:

(1)

(2) דוגמאות לתכונות T אשר עלולות לגרום לריצה אין סופית:

(א) גרף K רגולרי – יתכן שעקב הוספת הצלעות הרנדומלית, נדלג על המצב הרצוי, ולאחר מכן בוודאות לא נגיע אליו כלל.

(ב) גרף דו צדדי – עלול להיווצר מצב בו נוצר גרף שאינו יכול להיות גרף דו צדדי (לדוגמא מעגל המילטוני) שאחריו לא ייתכן לקבל גרף דו צדדי.

המשותף לשתי התכונות האלה הוא שהגרף בעל מספר הצלעות המקסימלי לא מקיים אותן, ולכן קיים מצב בו הוספה צלע שלא תאפשר להגיע לתכונה המבוקשת, ונכנסים ללולאה אין סופית.

(3) תכונה T1 צפויה להתקיים קודם, כיוון שלא ייתכן גרף שמקיים את תכונה T2 ולא מקיים את תכונה T1. לעומת זאת, גרף שמקיים את תכונה T2 מקיים בהכרח את תכונה T1.

(4) ההבדל נעוץ בחסם התחתון. לשתי התכונות חסם עליון משותף עליון משותף: קליקה בגודל  $n-1$  עם צומת בעלת דרגה 0. החסם התחתון לעומת זאת, שונה. ב-T1, יהיה החסם התחתון חלוקה לזוגות זרים  $(n/2)+1$ , ועבור T2, יצירת עץ:  $n-1$ .

(5) אפילו שלא קראנו את השאלה בזמן שענינו על 4 עדיין חישבנו את החסם התחתון.

(9)

(א) ע"פ הגרף שהתקבל, בממוצע אין הבדל בולט בין זמן הריצה של בניית גרף עם תכונות T1 או T2.

(ב) אף כי החסמים התחתונים שונים, זמן הריצה הממוצע לא מושפע בצורה חזקה ע"י החסם, וניתן לראות כי זמני הריצה הממוצעים בבניית הגרפים דומים. ההסתברות לקבלה של גרף קשיר בו מספר הקשתות שואף לחסם התחתון נמוכה וכמעט שלא מתקיימת בסדרי הגודל של K.

(ג) התשובות מפתיעות ומרגשות ולא עולות בקנה אחד עם התשובה שלנו. ככל הנראה יש מקום להוריד נקודות על אחת התשובות או על שתיהן.

(ד) מופיע בסריפט. הדרגה הממוצעת דומה בין שני הגרפים, כפי שאנו מבינים מזמן הריצה, שדומה. בממוצע, הדרגה נעה החל מ-1 בגרפים גם מספר קודקודים קטן, ועד כ-5 בסדרי הגודל הגדולים יותר שהרצנו.

(10) החסם העליון לקיום T3: הוא N. במונחים של החסם התחתון של T2, ששווה ל-(N-1), הוא שווה לחסם התחתון של T2 ועוד אחד.

הוכחה: נשאף לבנות את הגרף בעל מספר הצלעות הגדול ביותר שישאר חסר מעגלים: יצא עץ פורש עם N-1 צלעות. כל צלע שנוסיף תיצור מעגל, ולכן N יהיה החסם העליון. החסם התחתון יהיה 3, המעגל המינימאלי בכל גרף.

11) בממוצע אנחנו מצפים שתכונה  $T_3$  תופיע לפני  $T_2$  כיוון שאף שהם כמעט חולקים חסם עליון ותחתון, אנו יודעים שבממוצע זמן הבנייה של  $T_2$  גדול בצורה משמעותית מהחסם התחתון שלו, ולכן גם אם זמן הבנייה הממוצע של  $T_3$  יהיה החסם העליון שלו, זמן הבנייה של  $T_2$  בממוצע ישאר גדול יותר.

הצגה של שני גרפים בדידים אחד על השני.

```
('stem(x,p1,'r');hold on;stem(x,p2,'b
```