

חלק מעשי

1. כשבונים מערכת תקשורת של נתבים, רוצים בזמן סביר לוודא שאפשר להגיע מכל נקודה לכל נקודה אחרת, כלומר שהגרף קשיר.
2. א. הגרף הוא עץ פורש.
ב. הגרף הוא 3 רגולרי.
- מה שמשותף לתכונות הללו הוא שגרף מלא אינו מקיים אותן, ולכן אם "פספסנו" והוספנו צלע מיותרת, בחיים לא נוכל לחזור לאחור וליצור את הגרף המבוקש.
3. התכונה שיותר סבירה להתקיים קודם היא שלכל צומת יש לפחות ערכיות 1.
הסיבה היא שבכל גרף קשיר ערכיות כל צומת לפחות 1, אך לא בכל גרף שלכל צומת בו ערכיות אחת, הוא גם גרף קשיר.
4. בערך פי 2, כי בגרף קשיר צריך $|V|-1$ צלעות ואילו בגרף עם דרגה מינימאלית 1 צריך לפחות $v/2$ צלעות. לכן כמות הצלעות שצריך היא פי 2.
5. הגרף המקיים את T_1 בעל מספר הצלעות הנמוך ביותר הוא בעצם זיווג, מאחר וזהו גרף בו לכל קודקוד דרגה 1 בדיוק (אלא אם כן יש מספר קודקודים אי-זוגי ואז נאלץ להוסיף עוד קשת).
לכן ייקח לפחות $(|V|-1)/2$ זמן לקיום T_1 אם V אי-זוגי ו $|V|/2$ אם V זוגי.
9. א. בממוצע ההבדלים בין 2 הזמנים מזעריים כל כך שקשה להגיד מה סביר יותר, T_1 טיפה יותר נמוך אך בהבדל קטן מאוד.
ב. ההבדלים הם כאלו כי למרות שישנו סיכוי שנקבל את T_1 בפרק זמן קצר $(n/2)$, הוא מאוד קטן, והרבה יותר סביר שהגרף יהיה כמעט קשיר עד ש T_1 יתקיים.
ג. אומנם בכדי ש $2T$ יתקיים צריך שיהיו בו כמעט פי 2 יותר צלעות מאשר ב T_1 אולם ההסתברות לכך שהוא יתקיים תוך זמן מסוים אינה הרבה יותר קטנה מההסתברות ש T_1 יתקיים בזמן מסוים. כי נניח שהגענו לגרף בו לכל $n-2$ הקודקודים יש ערכיות 1 ונבדוק מה ההסתברות לחבר את ה 2 הנותרים אזי זה 2^{n-2} שזו ההסתברות מאוד קטנה ולכן הסיכוי הגבוה יותר הוא שאנחנו נחבר את בין אחד מרכיבי הקשירות הקיימים כבר בגרף.
ד. ניתן לראות מהגרף ששני התנאים לוקחים קצת מעל $\log(n/2)$ צלעות, ולכן הדרגה הממוצעת של קודקודיהם היא קצת יותר מ: $(2^{n/2} \cdot \log n)/n$ ששווה ל $\log n$.
10. החסם העליון הוא הזמן שלוקח לקיום $2T + 1$ מאחר וכל גרף בעל n צלעות אינו עץ (מאחר ובעץ יש מקסימום $n-1$ צלעות), ולכן יש בו מעגל.

11. מכיוון שבכל גרף בעל לפחות n צלעות יש לפחות מעגל אחד, ומכיוון שבממוצע עלינו להוסיף לפחות $(n/2)\log n$ צלעות כדי ש $2T$ יתקיים, הרי שבכל גרף בו $\log n > 2$, מתקיים ש $(n/2)\log n > n$, ולכן רוב הסיכויים שייסגר מעגל בגרף לפני שיהיה בו עץ פורש.