# תכן רשתות - תורת הגרפים : תרגיל 2 – חלק מעשי

**מגישים : מארק לחטיק – 309261774**

**אריאל שלייפר -- 306240730**

1. נתבונן במודל של הפצת וירוס או בוטנט ברשת מחשבים כגרף , כאשר כל תחנה תסומן כקדקוד וצלע תחבר בין כל זוג תחנות אשר אחת מהן "הדביקה" את האחרת . במצב הגרוע ביותר (שכלל הרשת נגועה בוירוס) הגרף יהיה קשיר , כלומר יקיים את $T_2$ . אנו נתעניין למשל בחסם התחתון להיווצרות גרף כנ"ל , שכן הנ"ל יתן אינדיקציה על מהירות והסכנה הטמונה בוירוס הנתון וחקר הגורמים על חסם זה יאפשר מציאת דרכים להעלתו ובכך להתמודד עם התופעה בטרם עת .

2. (א). $K$ – רגולריות - נתבונן למשל בגרף מעל שלושה קדקודים ונדרוש 1 רגולריות . במידה ויווצרו בתהליך האקראי 2 צלעות מתוך אותו קדקוד תכונה זו לעולם לא תתקיים .

(ב). הגרף הוא עץ– מספיק שיווצר מעגל אחד בגרף על מנת שהנ"ל לעולם לא יהיה עץ .

3. $T_1$ צפויה להתקיים יותר מוקדם שכן קיום $T_2 \Leftarrow$ קיום $T_1$ , ומאידך קיום $T_1 \not\Leftarrow$ קיום $T_2$ .

הוכחה : נניח בשלילה כי קיום $T_2 \not\Leftarrow$ קיום $T_1 \Leftarrow$ קיים קדקוד שדרגתו 0 $\Leftarrow$ בגרף 2 רכיבי קשירות לפחות – הקדקוד הנ"ל (שאינו מחובר לאף קדקוד אחר) ושאר הגרף , זו סתירה לקיום $T_2$ (=גרף קשיר) .

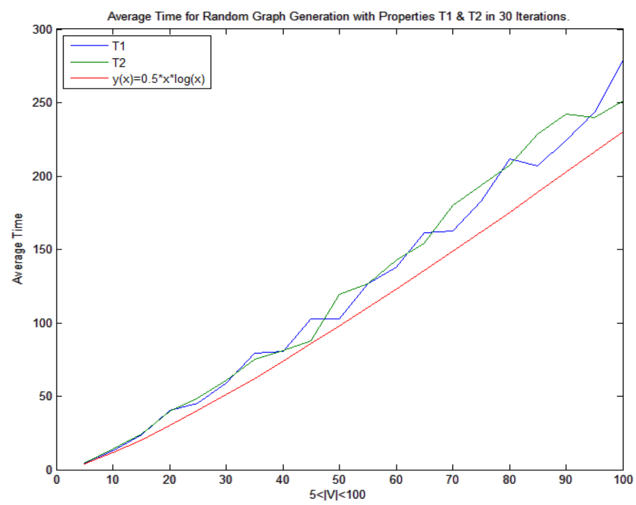
בנוסף , אם נתבונן בגרף דו-חלקי כדוגמה נבחין כי זהו גרף שאינו קשיר אך מקיים $T_1$ .

4. בהתאם לקדימות של תכונה $T_1$ לגרף אחד כפי שהראינו בשאלה 3 נעריך כי יותר גרפים מסוג $T_1$ יווצרו "מהר" יותר ולכן נעריך כי הזמן לקיום $T_1$ יהיה נמוך מהזמן לקיום $T_2$ .

5. החסם התחתון לקיום $T_1$ הוא $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ , שכן אם לכל קדקוד דרגה 1 אזי עבור $|V| = n$ יתקיים : $\sum_{v \in V} \deg(v) = n$ . מכך ש- $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2 \cdot |E|$ נסיק כי $|E| = \frac{n}{2}$ , והיות ש-$n$ יכול להיות אי-זוגי אזי ניקח $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ .

6,7. ראה קובץ $*.\mathrm{m}$ המצורף .

8. הפלט הנוצר בקוד הנתון :



9. (a). כפי שניתן להבחין בגרף , ההבדלים בזמן הממוצע לקיום $T_1$ לבין $T_2$ הם מזעריים עבור ערכי $n$ קטנים יותר וגדולים יותר עבור כמות גדולה יותר של קדקודים .

(b). ההבדלים הם כאלה כיוון שמעל כמות קטנה יותר של קדקודים יש כמות מעטה יותר של גרפים שניתן לייצר בסה״כ ולכן ההסתברות להיווצרות גרף שמקיים את $T_2$ ולכן גם את $T_1$ באותה עת היא יותר גבוהה . עבור כמות גדולה יותר של קדקודים יש יותר אפשרויות לגרפים והסתברות זו קטנה ומכאן כאמור ההבדל .

(c). התוצאות הנ״ל אינן מתיישבות חד משמעית עם ההערכה בשאלה 4 , שכן שם הערכנו כי נוכל להבחין בזמן נמוך יותר באופן מובהק עבור $T_1$ ואילו הגרפים מראים כי לעיתים $T_2$ מתקיים בזמן קצר יותר ולעיתים $T_1$ .

(d). כפי שניתן להבחין מן הגרפים ה<u>זמן</u> הממוצע גדל בדומה לפונקציה $y=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\log(x)$ , כלומר עבור $|V|=n$ הזמן הממוצע יהיה $|E|=\frac{1}{2}\cdot n\cdot\log(n)$ , ומכך ש- $\sum_{v\in V}\deg(v)=2\cdot|E|$ נסיק שהדרגה הממוצעת היא :

$$\sum_{v\in V}\deg(v)=2\cdot\frac{1}{2}\cdot n\cdot\log(n)=n\cdot\log(n)\ \Rightarrow\deg(v)\approx\frac{n\cdot\log(n)}{n}=\log(n)$$

10. במקרה הקצה יווצר גרף קשיר (המקיים $T_2$ וזמן היווצרותו $t$ ) וחסר מעגלים , כלומר עץ . כדי לסגור מעגל בעץ יש להוסיף צלע בין 2 קדקודים , ומכאן שהחסם העליון לקיום $T_3$ הוא $t+1$ .

11. לשם קיום $T_3$ מספיקות 3 צלעות הסוגרות מעגל , ואילו עבור קשירות דרושות לכל הפחות $n-1$ צלעות , ולכן נעריך כי $T_3$ תתקיים מוקדם יותר בממוצע . כמובן שעבור מספר גדול יותר של קדקודים נבחין יותר בהבדל הנ״ל .