

# תורת הגרפים – תרגיל בית 1

## תרגיל 1:

האם ניתן לבנות גרף עם סדרת הדרגות הבאה:

א.  $3,3,3,3,3,3$

ב.  $3,3,3,3,3$

ג.  $1,1,2,3,4,5$

אם כן צייר גרף לדוגמא, אחרת הסבר מדוע לא.

## תרגיל 2:

הוכיחו או הפריכו את הטענות:

א. קיים גרף פשוט עם 12 צמתים ו-29 קשתות בו הדרגה של כל צומת היא 3 או 4.

ב. קיים גרף פשוט עם 12 צמתים ו-29 קשתות בו הדרגה של כל צומת היא 3 או 6.

## תרגיל 3:

הוכיחו את הטענות הבאות:

א. אם  $G$  אינו קשיר, אזי  $\bar{G}$  כן קשיר.

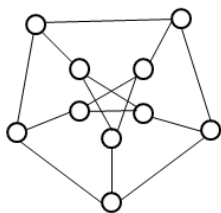
ב. לכל גרף  $G(V, E)$ ,  $|V| = n \geq 2$ , תמיד קיימים 2 או יותר קודקודים עם אותה דרגה.

## תרגיל 4:

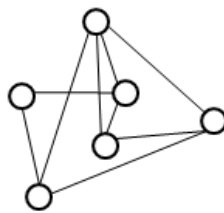
(תרגיל מבחינה של שנה שעברה)

• מותן של גרף הוא אורך המעגל הפשוט הקצר ביותר בגרף.

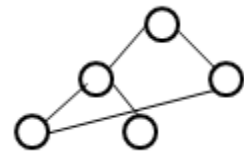
א. (3 נקודות) ציינו מהו המותן של כל אחד מהגרפים הבאים:



$G_3$



$G_2$



$G_1$

ב. (10 נקודות) יהי  $G=(V,E)$  גרף עם דרגה מינימלית  $k$  ומותן 5. הוכיחו כי  $|V| \geq k^2 + 1$ .

ג. (4 נקודות) תנו דוגמא לגרף 2-רגולרי שעבורו החסם בסעיף ב' הוא הדוק. הוכיחו את תשובתכם (ז"א: הראו כי הגרף שבניתם מקיים את כל התנאים הדרושים).

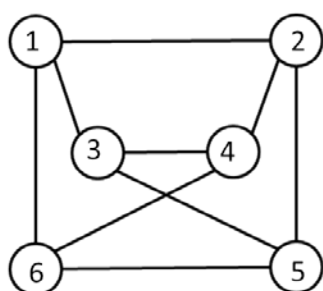
ד. (8 נקודות) תנו דוגמא לגרף 3-רגולרי שעבורו החסם בסעיף ב' הוא הדוק. הוכיחו את תשובתכם (ז"א: הראו כי הגרף שבניתם מקיים את כל התנאים הדרושים).

### תרגיל 5:

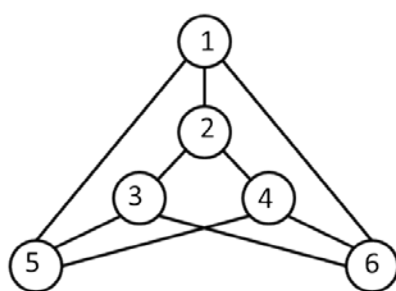
מצא את כמות הצמתים המינימאלית על מנת לבנות גרף מלא עם יותר מ-800 קשתות.

### תרגיל 6:

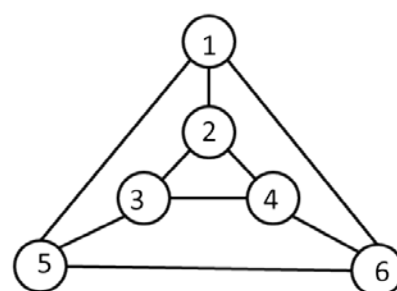
עבור כל שני גרפים קבע האם הם איזומורפיים או לא, אם כן, הראה את המיפוי, אם לא, הסבר למה. (שימו לב לתכונות מבניות וציינו אותן.)



א



ב



א

### תרגיל 7:

צ"ל אם  $G = (V, E)$  גרף קשיר 4-רגולרי אז ל- $G$  יש 2 גרפים פורשים,  $G_1 = (E_1, V)$  ו- $G_2 = (E_2, V)$  שמקיימים:

1. לכל  $v \in V$  ב- $G_1$  וב- $G_2$ ,  $\deg(v) = 2$ .
2.  $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ .
3.  $E_1 \cup E_2 = E$ .

### תרגיל 8:

יהי  $G$  גרף פשוט קשיר אשר אינו מכיל מעגלים זוגיים. הוכח כי מס' הצלעות המקסימלי בגרף הוא  $\left\lfloor \frac{3(n-1)}{2} \right\rfloor$ .