



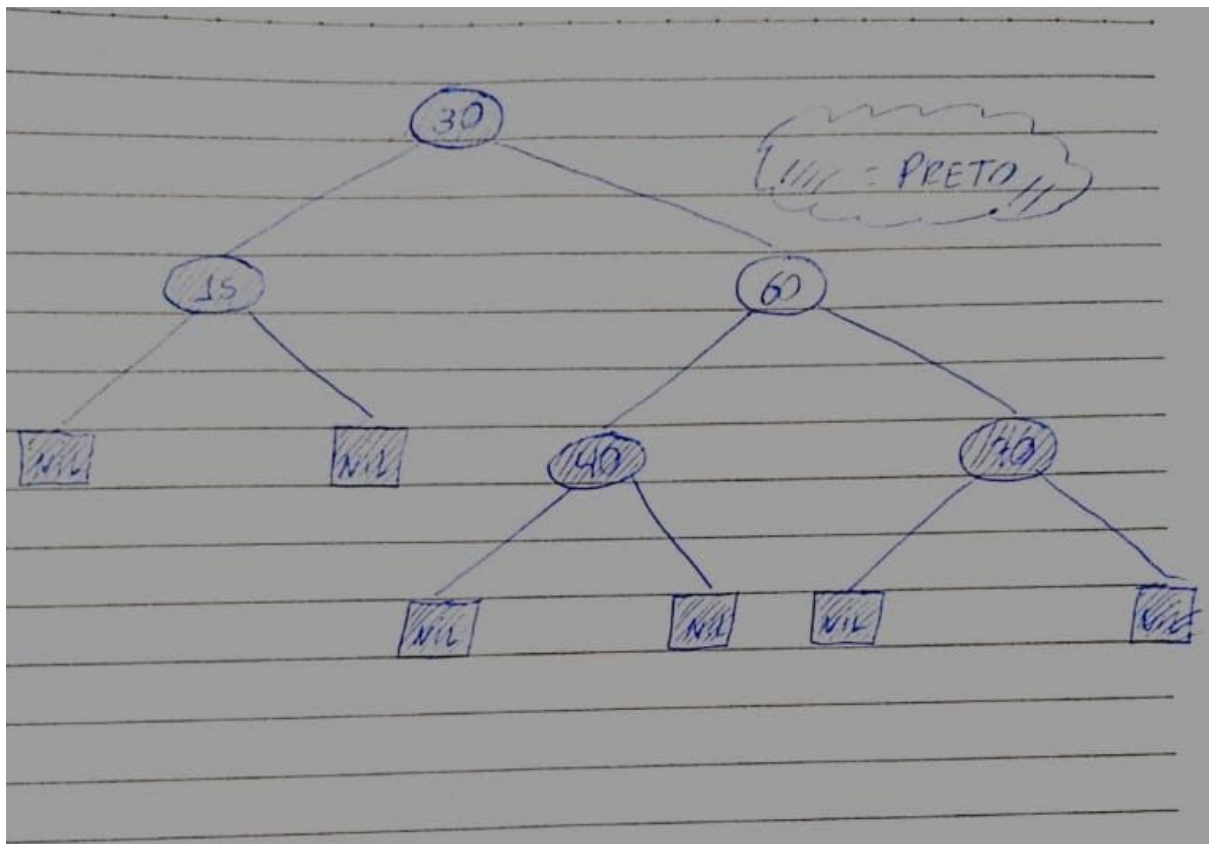
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS QUIXADÁ

Nome: Luiz Ronny Acácio da Penha
Disciplina: Estrutura de Dados Avançada
Professor: Atílio

Matrícula: 479250
Data: 07/08/2020

1 - Desenhe uma árvore rubro-negra que contém dois caminhos da raiz até as folhas tal que um caminho seja o dobro do tamanho do outro.



2 - Mostre que o comprimento do caminho mais longo de um nó x em uma árvore rubro-negra até uma de suas folhas descendentes é, no máximo, duas vezes o do caminho mais curto do nó x até uma folha descendente.

Seguindo a propriedade 1 das árvores rubro negras, podemos ver que pelo menos metade dos nós da raiz à folha é $h/2$ onde h é a altura da árvore. Logo, $bh \geq (2 \text{ elevado a } bh) - 1$ é a altura negra. Agora pela propriedade 2, vemos que $n \geq (2 \text{ elevado a } bh) - 1$, onde n é o número de nós. Concluimos então que $n \geq (2 \text{ elevado a } h/2) - 1$, seguindo a equação chegamos em: $n \geq (2 \text{ elevado a } h/2) - 1 \rightarrow \log(n+1) \geq h/2 \rightarrow h \leq 2\log(n+1)$

Logo, podemos concluir finalmente que a altura de uma lado da árvore é no máximo 2 vezes maior que o menor lado da mesma!

3 - Qual é o maior número possível de nós internos em uma árvore rubro-negra com altura negra k ? Qual é o menor número possível?

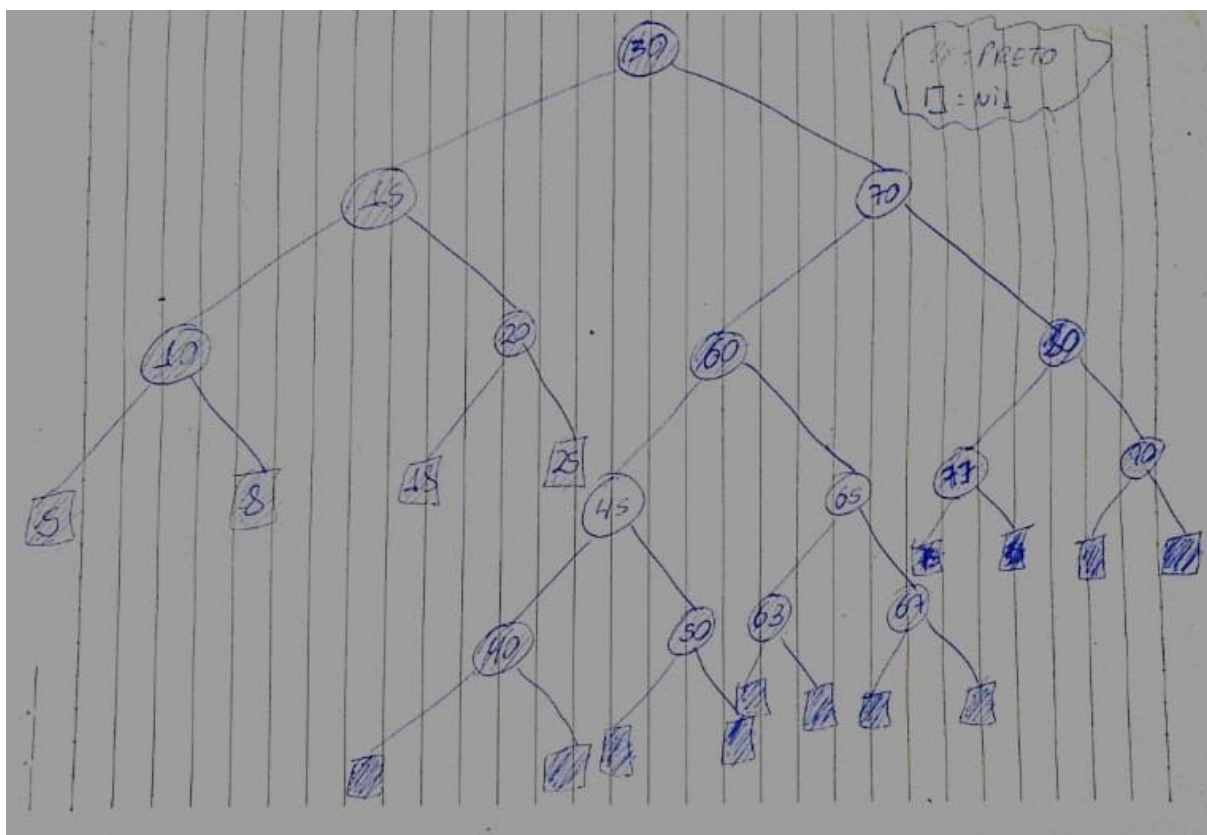
Menor número possível: $(2^k) - 1$

Maior número possível: $(2^{2k}) - 1$

4. Prove ou dê um contraexemplo:

a) Toda árvore Rubro-Negra é uma árvore AVL.

A afirmação é falsa e pode ser negada pelo contraexemplo a seguir onde vemos uma árvore rubro-negra, porém não é AVL pois a sua raiz não está balanceada.



b) Toda árvore AVL é uma árvore Rubro-Negra.

Sim, a afirmação é verdadeira pois podemos transformar qualquer árvore AVL em uma árvore rubro-negra, seguindo passos simples: primeiro pinte a raiz de preto e os filhos da raiz de vermelho, os 'netos' da raiz de vermelho e assim por diante sempre alternando as cores entre os níveis da árvore.