

1. Existența soluțiilor globale

2. Fie $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ cao def. ec. $x'' = a_1 x' + a_2 x$ (1)
 $\mathcal{T}(a_1, a_2) = \{ \lambda \in \mathbb{C}, \lambda^2 = a_1 \lambda + a_2 \}$

Să se demonstreze

a) $\lambda \in \mathbb{R} \cap \mathcal{T}(a_1, a_2) \Leftrightarrow \varphi_\lambda(t) = e^{\lambda t}$ este sol. a ec. (1)

b) $\lambda = \alpha + i\beta \in \mathcal{T}(a_1, a_2) \Leftrightarrow \varphi_\lambda(t) = \operatorname{Re}(e^{\lambda t}), \varphi_\lambda(t) = \operatorname{Im}(e^{\lambda t})$ sunt sol. ale ec. (1)

c) Să se arate că, privind structura soluțiilor ec. (1)

d) Să se arate că $\lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(t) = 0 \iff \operatorname{Re} \lambda < 0$ (1 punct)

3. Fie $\varphi(t, \lambda), I(\lambda) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \lambda \in \mathbb{R}$, soluția maximală a pb.

$$x' = \frac{x}{t} + 2x^2 + \lambda, \quad x(1) = 1$$

a) Să se determine valoarea de cîștig maximal parametrizat și să se exprime $\varphi(t, \lambda)$ cu ajutorul acesteia

b) Să se arate că, privind diferențiabilitatea sol. în raport cu parametri

c) Să se determine $\varphi(t, 0)$ și $I(0)$

d) Să se calculeze $D_2 \varphi(t, 0)$

4. $2(y-p) + xy - z = 0, \quad x=1, z=y$