Rezolvare subiect

I. 1. Semigraficu.

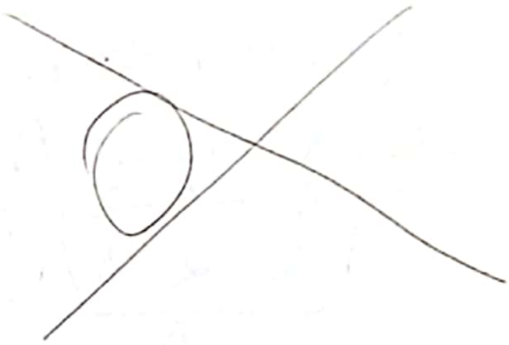
2. Adevărat.

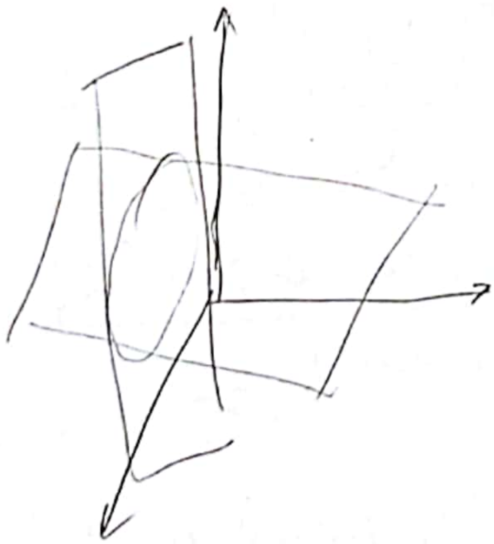
3. R în A, $R = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$

R' în A', $R' = \{P_0', P_1', \dots, P_n'\}$.

4. Fals.

5. În $\mathbb{R}^2$ aveam cercul și apoi luăm dr de la infinit.





6. Fals Rezolvare algebrică

$\Gamma: P = P_1 \cdot P_2 = 0.$

$\frac{\partial P}{\partial x_i}(A) = 0$, $A \in Z(P_1) \cap Z(P_2)$.

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(P_1 P_2) = \frac{\partial P_1}{\partial x_i} P_2 + P_1 \cdot \frac{\partial P_2}{\partial x_i}.$$

(II)

(1.)

a) $pr_d(\pi) = d$. cum $d \cap \pi \neq \emptyset$.
dacă $d \perp \pi$ atunci $pr_d(\pi) =$ punctul de intersecție al planului π cu dreapta d.

d) sferă de centru $(5,5,5)$.

(2.) $f(x,y,z) = \frac{1}{3}(x-2y+2z+4,\ 2x-y-2z+1,\ 2x+2y+z)$.

$$f(x,y,z) = \frac{1}{3}\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}}_{A}\underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{X} + \underbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{a}.$$

c) $\boxed{f(d) \parallel d \Leftrightarrow \text{există valoare proprie reală}}$

$\deg P_A = 3 \Rightarrow$ are o rădăcină reală $\Rightarrow$ ok!

d) $A^tA = I_n$, $\det A = 1$
$A \in SO(3) \Rightarrow A$ este o rotație în jurul unei drepte.
$\Rightarrow$ invariază un plan $\Rightarrow$ ged.

3) $w^2 = z^3 + 2$.

$w^2 = z^3 + Az + B$ curba eliptică.

a) $w^2\rho = t^3 + 2\rho^3$.

$\rho = 0 \Rightarrow z = 0$.

$[0 : 1 : 0]$.

b). $s([z : w : \varepsilon]) = [z : -w : \varepsilon]$.

$\mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

c). $A = [-1 : 1 : 1]$

$S(A) = [-1 : -1 : 1]$.

$AS(A) = z + \varepsilon = 0$.

$AS(A) \cap \overline{\mathcal{C}} = \{A, S(A), \Omega\}$.

$AS(A) \cap \overline{\mathcal{C}} : \begin{cases} z = -\varepsilon. \\ w^2\varepsilon = z^3 + 2\varepsilon^3. \end{cases}$

$-w^2 z = -z^3 \Rightarrow w^2 = z^2$

$\Rightarrow w = z \Rightarrow [\lambda : \lambda : -\lambda] = [1 : 1 : -1] = S(A)$

$w = -z \Rightarrow [-\lambda : \lambda : \lambda] = [-1 : 1 : 1] = A$.

Scanned with CamScanner

d) $P = [a : b : 1]$, $n = [0 : 1 : 0]$.

$Pn \cap d_\infty = \{n\}$.

$Pn : z - a\varepsilon = 0$.

$(Pn \cap \overline{\mathcal{E}}) \setminus d_\infty = Pn \cap \mathcal{E}$.

$\begin{cases} z = a\varepsilon \xrightarrow{\text{in plan}} a \\ w^2 = z^3 + 2 \end{cases} \Rightarrow w^2 = a^3 + 2 \begin{cases} b \\ -b \end{cases}$.

(4) $d_1 = \{(t, -t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

$d_2 : \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$

$d_3 : \frac{x}{3} = \frac{y}{2} = z$.

1. Facem ec planului care le conține pe d_1 și d_2. (f)
2. Facem ~~ec~~ unui plan care ~~...~~ îl conține pe d_3. (g)

$f \cdot g = 0 \Rightarrow$ și asta rămâne.