

<b>NUME:</b>	.....
<b>PRENUME:</b>	.....
<b>GRUPA:</b>	.....

## INSTRUCȚIUNI

1. Toate problemele sunt **obligatorii**.
2. Problemele vor fi rezolvate pe coli de hârtie numerotate corespunzător, menționându-se explicit numărul problemei și subpunctul acesteia.
3. Pe prima pagină a rezolvării fiecărei probleme, vor fi scrise **cu litere de tipar numele și prenumele studentului, precum și grupa acestuia**.
4. Fiecare problemă trebuie să aibă cel puțin o pagină alocată rezolvării sale chiar dacă respectiva problemă nu se poate rezolva.
5. **TIMP DE LUCRU: 150 minute, i.e. 11:00–13:30.**
6. Rezolvările problemelor corespunzătoare acestui examen vor fi trimise prin email:
  - ca fișier PDF, împreună cu fișierul cu subiectele examenului la adresa [liviu.marin@fmi.unibuc.ro](mailto:liviu.marin@fmi.unibuc.ro) (Prof. dr. Liviu MARIN);
  - vor avea următoarea **linie de subiect**:  
[Examen AnNum - Nume si prenume student, Grupa 3XX](#)
7. **Termenul limită** de trimitere prin email a rezolvărilor problemelor: **joi, 28 ianuarie 2021, orele 14:00.**

**Analiză Numerică**  
**Examen – Anul III – Subiectul#24**

I. Care este viteza de convergență a metodei Newton-Raphson pentru determinarea rădăcinii  $x^* = 2$  a următoarelor ecuații neliniare:

(a)  $f(x) := (x - 1)(x - 2)^2 = 0, \quad x \in [1, 3];$

(b)  $f(x) := (x - 1)^2(x - 2) = 0, \quad x \in [1, 3]?$

II. Fie  $f : [-1, 1] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{1 + x^2}$ .

(a) Determinați polinomul de interpolare Hermite  $H_3(x)$ ,  $x \in [-1, 1]$ , asociat funcției  $f$  și nodurilor de interpolare  $x_0 = -1$  și  $x_1 = 1$ .

(b) Calculați  $I(f) = \int_{-1}^1 f(x) \, dx$ .

(c) Calculați  $\int_{-1}^1 H_3(x) \, dx$ .

(d) Calculați cuadratura Simpson asociată funcției  $f$  și nodurilor  $y_0 = -1$ ,  $y_1 = 0$  și  $y_2 = 1$ , i.e.  $I_2(f)$ .

III. Aproximați integrala  $I(f) = \int_0^1 e^x \, dx$  prin cuadratura sumată a trapezului pentru  $m$  subintervale egale,  $I_{1,m}(f)$ . (Rezultatul trebuie obținut în formă închisă.)

IV. Fie funcția pondere  $w : (-1, 1) \longrightarrow \mathbb{R}, w(x) = 1$ .

(a) Folosind procedeul Gram-Schmidt, determinați polinoamele ortogonale în raport cu produsul scalar din  $L_w^2(-1, 1)$ ,  $\{L_0, L_1, L_2\} \subset \mathbb{P}_2$  (*polinoamele Legendre*).

(b) Determinați cea mai bună aproximare polinomială  $p_2 \in \mathbb{P}_2$  a funcției

$$f : [-1, 1] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-1, 0) \\ 1, & x \in [0, 1]. \end{cases}$$