

RESTANȚĂ - ALGEBRĂ, AN II, 4 IULIE 2022

Exercițiul 1 (teorie): Definiți gradul unei extinderi de corpuri și enunțați și demonstrați teorema de tranzitivitate a extinderilor finite de corpuri. (2.5 puncte)

Exercițiul 2: Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $2x + 3y - 4z + 5t = 2022$, folosind forma diagonal canonică a unei matrici. (2.5 puncte)

Exercițiul 3: (a) Să se listeze, până la izomorfism, toate grupurile abeliene cu 972 elemente. Conține grupul $G = \mathbb{Z}_{27} \oplus \mathbb{Z}_{36}$ un element de ordin 108? (1.5 puncte)

(b) Să se arate că într-un grup abelian finit G există un element al cărui ordin este egal cu cel mai mare divizor comun al tuturor ordinelor elementelor din $x \in G$, $x \neq e$. (1 punct)

Exercițiul 4: (a) Calculați polinomul minimal peste \mathbb{Q} al numărului complex $i + \sqrt[3]{5}$. (1.25 puncte)

(b) Calculați corpul de descompunere \mathbb{Q}_f peste \mathbb{Q} al polinomului $f = X^6 + 2X^5 + 5X^4 + 9X^3 - 2X^2 - 5X - 10$ și determinați gradul extinderii $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}_f$. (1.25 puncte)

Timp de lucru: 2 ore. Puteți folosi orice rezultat teoretic din curs sau seminar. Succes!