EXAMEN PROBABILITATI, PARTEA I
STUDENT:

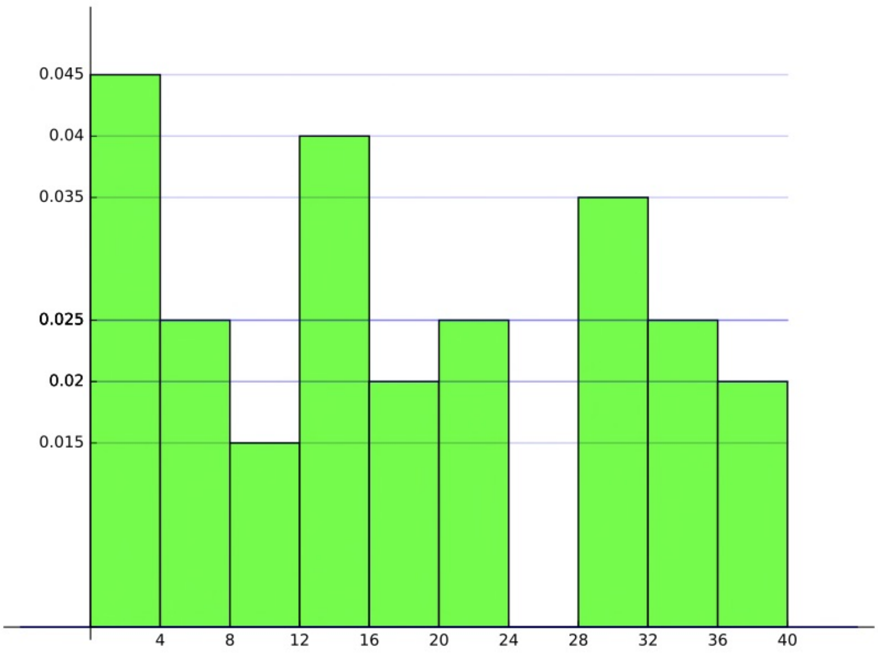
Fiecare problema corect rezolvata valoreaza 1 punct.
Se acorda un punct din oficiu.
Timp de lucru: 30min.

Problem 1. *Un student stie sa rezolve* 5 *din cele* 18 *subiecte de pregatit pentru un examen. La examen cade un subiect din cele* 18*. Probabilitatea ca studentul sa nu stie sa rezolve subiectul este:*
A) 0.78 *B)* 0.75 *C)* 0.72 *D)* 0.81

Problem 2. *Intr-un spital sunt de garda* 7 *internisti si* 13 *chirurgi. O echipa de* 8 *doctori trebuie alcatuita pentru un caz de urgenta. Care este probabilitatea ca exact* 4 *chirurgi fac parte din echipa?*
A) 0.099 *B)* 0.199 *C)* 0.066 *D)* 0.05

Problem 3. *La un magazin, probabilitatea ca un jaf sa se produca intr-o noapte este de* 3.0%*. Probabilitatea ca alarma sa se declanseze in timpul unui jaf este de* 39.0%*, iar probabilitatea ca alarma sa se declanseze din alte cauze (desi nu are loc un jaf) este de* 15.0%*. Probabilitatea sa aibe loc un jaf stiind ca alarma s-a declansat este:*
A) 0.223 *B)* 0.03 *C)* 0.037 *D)* 0.074

Problem 4. *O variabila aleatoare X este simulata de* 500 *ori si histograma obtinuta este atasata mai jos. Aproximativ probabilitatea ca $12 \leq X < 32$ este*



A) 0.32 *B)* 0.4 *C)* 0.56 *D)* 0.48

Date: June 30, 2020.

Problem 5. *Densitatea unei variabile aleatoare X este data de $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + c$ pe intervalul $[0,1]$. Atunci $\mathbb{E}[X]$ este*
A) $\frac{7}{24}$ *B)* $\frac{7}{12}$ *C)* $\frac{7}{18}$ *D)* $\frac{7}{15}$

PROBLEME

rezolvare completă

Problem 1 (2 puncte). *Un student are de ales exact doua cursuri optionale dintre unul de Algebra, unul de Analiza si unul de Statistica. Se stie ca studentul alege cu probabilitate $1/2$ curs de Algebra, cu $5/6$ curs de Analiza si $2/3$ curs de Statistica. Care este probabilitatea de a alege Algebra si Statistica?*

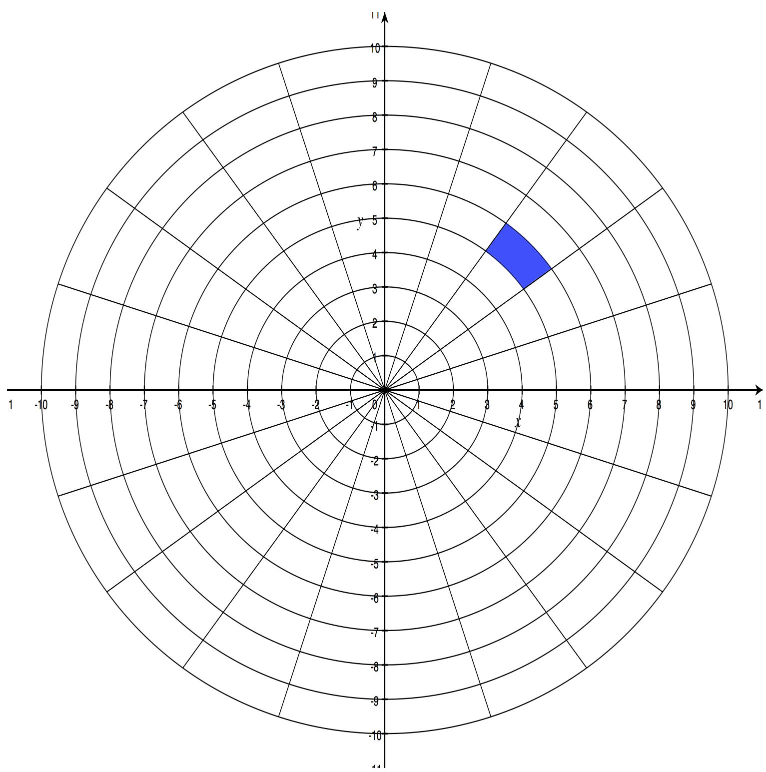
Problem 2 (1 punct). *Un examen are cinci intrebari si fiecare intrebare are 4 raspunsuri posibile. Gasiti probabilitatea ca alegand la intamplare raspunsurile sa ghicim raspunsul corect la mai bine de jumatate din intrebari?*

Problem 3 (.5 punct). *Un ban este aruncat de 4 ori. Daca pica de doua sau mai mutle ori H, atunci pierdeti 1 leu, altfel castigati 2 lei. Cat castigati in medie?*

Problem 4 (1 puncte). *Gasiti a, b, c in asa fel incat variabila X cu densitatea $f(x) = ax^2 + bx + c$ pentru $-1 \leq x \leq 1$ si 0 altfel, sa aiba media 0 si varianta 1.*

Problem 5 (2 puncte). *Un oras are forma perfect circulara ca in imaginea de mai jos.*

(1) *Daca 10 bombe sunt aruncate la intamplare, care este probabilitatea ca macar una sa nimereasca sectorul marcat in imagine?*
(2) *Care este numarul minim de bombe care trebuie aruncat incat probabilitatea de a nimeri sectorul marcat sa fie cel putin $1/2$?*



Problem 6 (1 punct). *Dam cu un zar si un ban in acelasi timp.*

(1) *Descrieti spatiul de stari si σ-algebra asociata pentru acest experiment.*
(2) *Care este probabilitatea ca zarul sa arate un numar prim iar banul sa arate H (cap)?*
(3) *Presupunem acum ca pentru fiecare punct de pe numarul aratat pe zar castigam un numar echivalent de lei (de exemplu daca zarul arata 4, atunci primim 4 lei), pe cand pentru ban, primim un leu pentru H si platim 3 lei altfel. Calculati media si deviatia standard a castigului.*

(4) *Daca, stim ca totalul castigului este 3, gasiti probabilitatea ca numarul aratat de zar sa fie par.*

Problem 7 (1 punct). *Dam cu zarul de doua ori. Gasiti σ-algebra generata de evenimentele A_i in care zarurile arata amandoua numarul i.*

Problem 8 (2 puncte). (1) *Daca X este uniform pe intervalul $[0,1]$, artai c $Y_n = [nX]$ este uniform pe mulimea $\{0,1,2,\dots,n-1\}$.*
(2) *Reciproca este de asemenea adevarat, anume dac X este o variabil aleatoare astfel nct $[nX]$ este uniform pe mulimea $\{0,1,2,\dots,n-1\}$, atunci X trebuie s fie uniform pe $[0,1]$.*

Problem 9 (1 punct). *Dam cu zarul de 10 ori. Notam cu X numarul de aparitii ale lui 3 iar cu Y numarul de aparitii ale lui 5. Gasiti $\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y], \mathrm{var}(X), \mathrm{var}(Y)$ si $\mathrm{Cov}(X,Y)$. Este $\mathrm{Cov}(X,Y)$ pozitiva, negativa? Cum intepretati si explicati aceasta?*

Problem 10 (1 puncte). *Un pod poate rezista la o greutate de 10000 de tone. Media unei masini care traverseaza podul este de 4 tone cu deviatie standard de 3 tone. Stim ca la un moment dat pe pod sunt 2450 de masini. Aproximati probabilitatea de colaps a podului.*

Problem 11 (.5 punct). *La o companie de asigurari numarul de pagube raportate urmeaza o distributie Poisson cu frecventa de 5 pagube pe zi. Cat este probabilitatea ca intr-o zi sa fie raportate cel mult 2 pagube?*

Problem 12 (0.5 puncte). *Fie X o variabila aleatoare de medie 3 si deviatie standard 2 si Y o variabila aleatoare de medie 4 si deviatie standard 1.Notam cu $Z = X + Y$ si stim coeficientul de corelatie intre X si Y, $corr(X,Y) = -0.3$.*
a) Cat este $cov(X,Z)$?
b) Calculati $var(Z)$.

Problem 13 (1 punct). *X este o variabila distribuita Poisson cu media 5 si Y este o variabila distribuita Poisson cu media 10. Daca $cov(X,Y) = -12$, calculati $var(Z)$, unde $Z = X - 2Y + 3$.*

Problem 14 (1 punct). *Fie X o variabila distribuita normal pe $\mathbb{R}$, de medie 0 si varianta 7. Consideram variabila $Y = \frac{X}{|X|}$.*
(1) *Este Y bine definita $\mathbb{P}$-a.s.? Justificati!*
(2) *Determinati distributia lui Y.*

Problem 15 (1 punct). *Mouldi da o petrecere in aer liber in desert. De obicei, in desert ploua in 5 zile din an. Din nefericire, prognoza meteo anuntata la televizor pentru ziua respectiva este de ploaie. Mouldi stie totusi ca nu tot ce aude la televizor este adevarat. El a observat ca atunci cand ploua in desertul lui, cei de la meteo prezic ploaia in 90% din cazuri. De asemenea, atunci cand nu ploua, cei de la meteo dau alarma falsa de ploaie in 10% din cazuri. Care este probabilitatea de ploaie in timpul petrecerii lui Mouldi?*