

# Examen Probabilitati

Specializarea: Matematica-Informatica

Student: ABUNI C. DANIEL

19 iunie 2021

**Exercitiul 1.** O variabila aleatoare  $X$  are densitatea  $f(x) = ax + b$  pentru  $1 \leq x \leq 9$  si 0 in rest. Stiind ca  $\mathbb{P}(X \leq 4) = 0.13$ , atunci  $\mathbb{E}(X)$  este

**Raspuns.** A) 5.92235 B) 5.04216 C) 5.47357 D) 6.74649 E) 5.15522

**Exercitiul 2.** Daca  $\text{Var}(X) = 1.3900000000000001$ ,  $\text{Var}(Y) = 1.58$  si  $\text{Cov}(X, Y) = -0.42$ , atunci  $\text{Var}(X + Y)$  este

**Raspuns.** A) 1.69918 B) 2.40479 C) 1.8353 D) 2.13 E) 3.06675

**Exercitiul 3.** Probabilitatea de a astept mai mult de 0.45 ms pentru ca o aplicatie software sa se initializeze este 0.5398638201342368. Timpul mediu de asteptare pana ca aplicatia sa se initializeze este

**Raspuns.** A) 0.85269 B) 1.92846 C) 1.67796 D) 0.74763 E) 0.73

**Exercitiul 4.** Daca  $X_1, \dots, X_n, \dots$  sunt v.a. iid  $\sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 10 \\ 0.1 & 0.22 & 0.68 \end{pmatrix}$ , atunci aproape sigur  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$  este

**Raspuns.** A) 8.51 B) 7.56 C) 6.7 D) 4.75 E) 8.59

**Exercitiul 5.** Daca  $X \sim N(0, 9)$ ,  $a = -5$  si  $b = 8$ , atunci  $aX + b$  are distributia

**Raspuns.** A) Nu se poate pentru ca  $a$  e negativ B) Nu se poate pentru ca  $b$  e o constanta C)  $N(8, 9)$  D)  $N(0, 225)$  E)  $N(8, 225)$

**Exercitiul 6.** Fie  $X$  o v.a. distribuita uniform pe  $(0, 1)$ . Consideram  $Z := -\ln(X)/8$ .

(i) Aratati ca  $Z \sim \text{Exp}(8)$ .

(ii) Propuneti o metoda de simulare a unei v.a. distribuite  $\text{Exp}(8)$  si scrieti un pseudocod.

(iii) Aratati ca daca  $X_1, \dots, X_n, \dots$  sunt iid  $\sim \text{Unif}(0, 1)$ , atunci  $n \min(X_1, \dots, X_n)$  converge in distributie la o v.a. distribuita  $\text{Exp}(1)$ .

(iv) Propuneti o alta metoda de simulare a unei v.a. cu distributie  $\text{Exp}(8)$ , i.e. diferita de cea de la (ii).

**Exercitiul 7.** O masina de curierat poate transporta maxim 750 kg. Un colet obisnuit cantareste in medie 8 kg, cu o deviatie standard de 1 kg. Care este probabilitatea ca masina sa poata transporta in siguranta 112 colete?

**Exercitiul 8.** Fie  $D = B(0, 3)$ . Consideram  $R$  o v.a. distribuita uniform pe  $(0, 3)$  si  $\theta$  o v.a. distribuita uniform pe  $[0, 2\pi]$ . Construim v.a. 2-dimensională  $(X, Y) = (R\cos(\theta), R\sin(\theta))$ . Este  $(X, Y)$  distribuita uniform pe  $D$ ? Justificati raspunsul! Reamintim ca  $(X, Y)$  e uniforma pe  $D$  daca densitatea ei este 1 pe  $D$  si 0 in rest.

**Exercitiul 9.** Fie  $(X, Y)$  un vector aleator cu densitatea

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^1y^0 & \text{pentru } 0 \leq x, y \text{ si } x + y \leq 1 \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

(i) Calculati  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\mathbb{E}(Y)$ ,  $\text{Var}(X)$ ,  $\text{Var}(Y)$

(ii) Calculati  $\text{Cor}(X, Y)$  si interpretati. Sunt  $X$  si  $Y$  independente?