Posted: Wed Jan 30, 2008 4:47 pm   Post subject: Ecuatii Diferentiale, anul II, semestrul 1, 30 ianuarie 2008

Examen: Ecuatii diferentiale ordinare
Profesor: A. Cernea

1. Ecuatii afine pe $\mathbb{R}^n$. Principiul variatiei constantelor. Consecinte.

2. Fie ecuatiile:

$$(1)\ \begin{cases} x' = \frac{x}{t} - \frac{y}{t} \\ y' = \frac{x}{t} + \frac{3y}{t} \end{cases}$$

$$(2)\ \begin{cases} u' = u - v \\ v' = u + 3v \end{cases}$$

a) Sa se arate ca schimbarea de variabila $t = e^s$ transforma ecuatia (1) in ecuatia (2).

b) Scrieti relatia dintre solutiile celor doua ecuatii.

c) Enuntati teorema de structura a solutiilor pentru ecuatii liniare cu coeficienti constanti pe $\mathbb{R}^n$.

d) Aflati solutia generala a ecuatiei (2).

e) Aflati solutia generala a ecuatiei (1).

3. Se considera ecuatia

$$(1)\begin{cases} x' = \frac{x^2-2t}{y} \\ y' = -x \end{cases}$$

a) Definiti notiunea de integrala prima si enuntati criteriul pentru integrale prime.

b) Aratati ca $F_1(\cdot,\cdot)$ cu $F_1(t,(x,y)) = t^2 + xy$ este integrala prima.

c) Aflati solutia generala a ecuatiei (1).

d) Gasiti $F_2(\cdot,\cdot)$ integrala prima astfel incat $\{F_1, F_2\}$ sa fie functional independente.

4. Sa se rezolve problema la limita
$(y-z)p + (x-z)q - 2z = 0$, avand conditiile initiale $x = 0, z = -\frac{y}{2}$.