

Examen - Algoritmi si Structuri de Date

Seria 14

3 Februarie 2017

Alexandru Popa (curs), Radu Mincu (laborator), Marius Melemciuc (seminar)

Timpul de lucru este de 2 ore. Nu aveti voie sa aveti asupra dumneavoastra decat instrumentul de scris si foile pe care vi le vor oferi instructorii. Daca vom gasi asupra dumneavoastra telefoane mobile, laptopuri, tablete, fituici sau alte materiale ce contin informatii ajutatoare, veti fi scosi din sala de examinare. Daca aveti intrebari, ridicati mana si unul dintre instructori va veni la dumneavoastra in cel mai scurt timp.

1 Exerciții de nota 5 - (5 puncte)

1.1 0,5 puncte (0,25 puncte pe exercitiu)

Exprimati functiile urmatoare in notatia Θ :

(a) $n^3/2000 + n^2 \cdot 2^{100000} + 10000 \cdot n + 10$

(b) $\ln^2 n + \sqrt{n}$

1.2 0,5 puncte

Desenati un arbore binar complet cu 7 noduri si scrieti matricea de adiacenta corespunzatoare.

1.3 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

Se dau urmatoarele structuri de date: o stiva S si doua cozi C_1 si C_2 ce contin caractere. Cele trei structuri sunt initial vide si se considera de capacitate infinita. Se considera urmatoarele operatii:

X : se introduce caracterul "X" in S ;

1: daca S e nevida, se extrage un element si se introduce in C_1 , altfel nu se face nimic;

2 : daca S e nevida, se extrage un element si se introduce in C_2 , altfel nu se face nimic;
 3 : daca C_1 e nevida, se extrage un element si se introduce in C_2 , altfel nu se face nimic;
 4 : daca C_2 e nevida, se extrage un element si se introduce in S , altfel nu se face nimic.
 Cozile se considera cu capatul pentru inserare in dreapta si cel pentru stergere in stanga, iar stiva are capatul pentru inserare si stergere in dreapta.

- (a) Sa se scrie continutul stivei S si al cozilor C_1 si C_2 , dupa executarea urmatoarei secvente de operatii: C 1 3 K 2 S T A Q U 1 2 U N 1 1 E U 2 2 4 4
- (b) Sa se scrie o secventa de operatii care are ca rezultat cuvantul "ROSU" in stiva S , cuvantul "VERDE" in coada C_2 , iar C_1 este vida.

1.4 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

Se dau urmatoarele chei citite pe rand de la consola: 24, 5, 18, 42, 88, 71, 33, 1, 40, 26, 100

- (a) Sa se construiasca arborele binar de cautare rezultat din inserarea lor pe rand, in ordinea citirii.
- (b) Sa se extraga din arborele construit cheia cu valoarea 42, ilustrandu-se arborele rezultat.

1.5 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

Sa se construiasca heap-uri(ansamble) prin insertia pe rand a urmatoarelor chei (sa se ilustreze pasii intermediari, cu explicatii). Apoi, sa se extraga radacina din heap-uri-le rezultate.

- (a) min-heap: 28, 22, 43, 18, 81, 33, 30
- (b) max-heap: 12, 4, 28, 17, 45, 2, 88

1.6 1 punct (0,5 puncte pe exercitiu)

- (a) Care este codul (arborele) Huffman optim pentru urmatoarele frecvente, corespunzatoare primelor 8 numere Fibonacci: $a:1$ $b:1$ $c:2$ $d:3$ $e:5$ $f:8$ $g:13$ $h:21$?

Daca exista mai multi arbori optimi, oricare din ei va primi punctajul maxim

- (b) Generalizati raspunsul. Gasiti codul optim pentru un set de frecvente corespunzator primelor n numere Fibonacci. Este suficienta o descriere informala, fara demonstratie.

2 Exerciitii cu demonstratii - (3 puncte)

2.1 1 punct

Rezolvati recurenta $T(n) = T(n - 1) + n$ si demonstrati ca solutia gasita este corecta.

2.2 1 punct

Demonstrati ca $\ln(n!) = \Theta(n \ln n)$

2.3 1 punct

Fie T un arbore binar de cautare si x un nod din arbore care are doi copii. Demonstrati ca succesorul nodului x nu are fiu stang, iar predecesorul lui x nu are fiu drept.

3 Exerciții cu algoritmi - (3,5 puncte)

3.1 (1 punct)

Scrieti un algoritm (in pseudocod) care sa rezolve urmatoarea problema. Se da o multime S ce contine n numere naturale distincte si un numar natural x . Decideti daca numarul x poate fi exprimat ca suma de doua numere distincte din S .

Exemplul 1: $S = \{3, 2, 5, 7, 6\}$ si $x = 8$. Raspunsul este DA.

Exemplul 2: $S = \{3, 2, 5, 6, 7\}$ si $x = 4$. Raspunsul este NU.

Pentru un algoritm cu timp de rulare $O(n^2)$ primiti 0,25 puncte. Pentru un algoritm de complexitate $O(n \log n)$ sau $O(n)$, veti primi punctajul intreg.

3.2 (1 punct)

Explicati cum se poate modifica metoda de sortare quicksort pentru ca aceasta sa ruleze in cazul cel mai defavorabil (i.e., worst-case) in timp $O(n \log n)$, presupunand ca toate numerele ce trebuie sortate sunt *distincte*.

3.3 1,5 puncte

Fie $X[1 :: n]$ si $Y[1 :: n]$ doi vectori, fiecare continand n numere *sortate*. Prezentați un algoritm care sa gaseasca mediana celor $2n$ elemente. Mediana unei multimi de n elemente este elementul de pe pozitia $\lceil n/2 \rceil$ in sirul sortat. De exemplu, mediana multimii 3, 1, 7, 6, 4, 9 este 4.

In functie de timpul de rulare al algoritmului veti primi urmatoarele punctaje: $O(n \log n)$ - (0,25 puncte); $O(n)$ - (0,5 puncte); $O(\log^2 n)$ - (1 punct); $O(\log n)$ - (1,5 puncte).