

I. Fie $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $c(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$.

i) Să se scrie ecuația tangentei și ecuația planului osculator la curba c în punctul $P_0 = (0, 3, 2\pi)$.

ii) Să se calculeze curbura și torsiunea curbei c .

iii) Să se arate că c nu este o curbă plană.

iv) Este c o curbă rectificantă?

v) Să se demonstreze că c este o curbă Bertrand.

II. Fie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(u, v) = (u + v, u - v, 2uv)$.

a) Să se arate că $M = \text{Im } f$ este o suprafață regulată.

b) Să se scrie ecuația planului tangent la M în punctul $(1, 1, 0)$.

c) Să se determine coeficienții primei forme fundamentale a lui M .

d) Să se determine coeficienții formei a doua fundamentale a lui M .

e) Să se calculeze curbura medie și curbura Gauss ale lui M .

f) Să se scrie ecuațiile geodezicelor.