LABORATOR#3

EX#1 Fie $p, q \in \mathbb{R}$ şi ecuaţia de gradul doi

$$x^2 + p\,x + q = 0\,. \tag{1}$$

(a) Scrieţi, la alegere, un program sau o funcţie în Python care determină şi afişează un mesaj corespunzător dacă ecuaţia de gradul doi (1) are soluţii reale, numărul acestor soluţii reale şi valorile soluţiilor respective în cazul în care acestea există.

(b) Testaţi programul pentru $p = 4$ şi $q = 5$, i.e. nu există soluţii reale.

(c) Testaţi programul pentru $p = -4$ şi $q = 4$, i.e. $x_1 = x_2 = 2$.

(d) Testaţi programul pentru $p = 1$ şi $q = -6$, i.e. $x_1 = -3$ şi $x_2 = 2$.

(e) Testaţi programul pentru $p = -10^9 + 2 \times 10^{-9}$ şi $q = -2$, i.e. $x_1 = -2 \times 10^{-9}$ şi $x_2 = 10^9$.

(f) Testaţi programul pentru $p = 10^{200} - 1$ şi $q = -10^{200}$, i.e. $x_1 = -10^{200}$ şi $x_2 = 1$.

EX#2 Fie $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$, şi formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferenţe finite ascendente*

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}\,, \quad h > 0\,. \tag{2}$$

Scrieţi un program în Python prin care:

(a) Listaţi într-un tabel valorile lui $h \in \left\{10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-20}\right\}$, $f'(2)$, *formula de aproximare cu diferenţe finite ascendente* corespunzătoare (2), precum şi erorile absolută şi relativă asociate acestei formule. Comentaţi rezultatele obţinute.

(b) Reprezentaţi grafic în scară logaritmcă, în două figuri separate, salvate ca fişiere `*.eps`, erorile absolută şi relativă, obţinute la punctul (a), ca funcţii de parametrul $h > 0$.

Precizări suplimentare: Valorile derivatei şi ale formulei de aproximare a sa prin diferenţe finite ascendente se vor afişa în virgulă mobilă cu 5 zecimale, iar valorile lui h şi cele ale erorilor se vor afişa în formă ştiinţifică (exponenţială) cu 4 zecimale.

EX#3 Reluaţi **EX#2** pentru aceeaşi funcţie şi pentru formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferenţe finite descendente*

$$\frac{f(x) - f(x-h)}{h}\,, \quad h > 0\,. \tag{3}$$

Comentaţi valorile erorilor obţinute la **EX#2** şi la **EX#3** pentru acelaşi $h > 0$.

EX#4 Scrieţi un program/o funcţie în Python care calculează cu *acurateţe cât mai mare* e^x, $x \in \mathbb{R}$, folosind seria

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = \mathrm{e}^x \,. \tag{4}$$

Testaţi programul pentru $x \in \left\{ \pm 1, \pm 10, \pm 20 \right\}$ şi comparaţi rezultatele obţinute cu funcţia predefinită `exp` listând într-un tabel valorile lui x, e^x calculat de programul de mai sus, respectiv dat de funcţia predefinită `exp`, precum şi erorile absolute şi relative corespunzătoare.