

NUME:
PRENUME:
GRUPA:

INSTRUCȚIUNI

1. Toate problemele sunt **obligatorii**.
2. Problemele vor fi rezolvate pe coli de hârtie numerotate corespunzător, menționându-se explicit numărul problemei și subpunctul acesteia.
3. Pe prima pagină a rezolvării fiecărei probleme, vor fi scrise **cu litere de tipar numele și prenumele studentului, precum și grupa acestuia**.
4. Fiecare problemă trebuie să aibă cel puțin o pagină alocată rezolvării sale chiar dacă respectiva problemă nu se poate rezolva.
5. **TIMP DE LUCRU: 150 minute, i.e. 11:00–13:30.**
6. Rezolvările problemelor corespunzătoare acestui examen vor fi trimise prin email:
 - ca fișier PDF, împreună cu fișierul cu subiectele examenului la adresa liviu.marin@fmi.unibuc.ro (Prof. dr. Liviu MARIN);
 - vor avea următoarea **linie de subiect**:
[Examen AnNum - Nume si prenume student, Grupa 3XX](#)
7. **Termenul limită** de trimitere prin email a rezolvărilor problemelor: **joi, 28 ianuarie 2021, orele 14:00.**

Analiză Numerică
Examen – Anul III – Subiectul#9

- I. Câte iterații, $k \in \mathbb{N}$, sunt necesare pentru a obține o aproximare numerică cu acuratețea de 10^{-5} pentru soluția ecuației $f(x) = 0$, unde $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2$, prin metoda biseției?
- II. Fie $f \in C^2[a, b]$ și $S : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție spline cubică asociată lui f . Arătați că au loc următoarele relații:
- (a) $\int_a^b [f''(x) - S''(x)] S''(x) dx = 0$;
- (b) $\int_a^b [S''(x)]^2 dx \leq \int_a^b [f''(x)]^2 dx$, cu egalitate dacă și numai dacă $f = S$.
- III. Să se arate că în cazul formulelor de cuadratură Newton-Cotes închise cu $(n + 1)$ puncte/noduri de interpolare, x_k , $k = \overline{0, n}$, pentru o funcție integrabilă $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, ponderile, w_k , $k = \overline{0, n}$, satisfac relațiile:
- (a) $w_{n-k} = w_k$, $k = \overline{0, n}$;
- (b) $w_0 + w_1 + \dots + w_n = b - a$.
- IV. Fie funcția pondere $w : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $w(x) = 1$. Determinați cea mai bună aproximare polinomială $p_n \in \mathbb{P}_n$, $n = 0, 1, 2$, în norma $\|\cdot\|_{2,w}$ a funcției

$$f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} -1, & x \in (-1, 0) \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x \in (0, 1) \end{cases} \quad (1)$$