22-06-2020 NUME ....GRUPA.........

RESTANTA LA ANALIZA MATEMATICA II

I. Sa se calculeze integrala

$$\iiint_V y\,dx\,dy\,dz, \qquad V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x + y + 2z \leq 6, x \geq 1, y, z \geq 0\}.$$

II. Fie functia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y^3}{x^4+y^6} & \text{daca } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{daca } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Sa se calculeze derivatele partiale de ordinul intai ale functiei f si sa se studieze diferentiabilitatea functiei f.

III. $a)$ Fie $f : (0,1] \to (0,\infty)$ o functie continua pe $(0,1]$ astfel incat $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \infty$. Aratati ca daca

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)x^{10}\sqrt{x} = \frac{1}{4}$$

atunci integrala improprie

$$\int_0^1 f(x)dx$$

este divergenta.

$b)$ Calculati

$$\int_6^\infty \frac{1}{x^2 - 8x + 15}dx.$$

IV. Fie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = -3x^2 + 3xy - 7y^2.$$

Sa se determine extremele globale ale functiei f pe multimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Nota. Timpul de lucru este de 2 ore. La subiectul **I** nu trebuie sa justificati ca multimea pe care trebuie calculata integrala este masurabila Jordan si ca functia este integrabile Riemann.

Fiecare subiect se noteaza cu note de la 1 la 10. Nota obtinuta la aceasta lucrare este media aritmetica a celor 4 note.

Rezolvarile trebuie scanate si trimise impreuna cu lista de subiecte sub forma unui **singur** fisier pdf.