

Analiză numerică și Metode numerice
Examen – Matematică, Anul III, Grupa 322

INSTRUCȚIUNI

1. Problemele vor fi rezolvate pe coli de hârtie numerotate corespunzător, menționându-se explicit numărul problemei și subpunctul acesteia.
2. Fiecare problemă trebuie să aibă cel puțin o pagină alocată rezolvării sale chiar dacă respectiva problemă nu se poate rezolva.
3. **TIMP DE LUCRU: 120 minute, i.e. 11:30–13:30.**
4. Rezolvările problemelor corespunzătoare acestui examen vor fi trimise prin email printr-un **Reply simplu** către adresa de la care ați primit subiectele, sub forma unui fișier PDF denumit [322.STEFU-CRISTI.pdf](#).
5. **Termenul limită** de trimitere prin email a rezolvărilor problemelor: **17 ianuarie 2021, orele 14:00.**

EX#1 În teorema lui Brouwer, înlocuiți condiția

$$\exists k \in (0, 1) : \quad |\phi'(x)| \leq k, \quad \forall x \in (a, b) \quad (1)$$

cu proprietatea Lipschitz pentru funcția ϕ , i.e.

$$\exists L > 0 : \quad |\phi(x) - \phi(y)| \leq L |x - y|, \quad \forall x, y \in [a, b], \quad (2)$$

cu constanta Lipschitz $L < 1$. Ce puteți spune despre teorema lui Brouwer?

EX#2 Determinați polinomul de interpolare Lagrange $P_1 \in \mathbb{P}_1$ asociat funcției $f : [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x - a)^4$, unde $a > 0$, și nodurilor de interpolare $x_0 = 0$ și $x_1 = a$.

Arătați că, în acest caz, $\xi = \xi(x)$ dat de teorema de interpolare Lagrange poate lua două valori diferite pentru fiecare $x \in [-a, a]$ și determinați aceste valori.

EX#3 Să se determine $x_0, x_1 \in [0, 1]$ și $w_1 \in \mathbb{R}$ astfel încât formula de cuadratură $\tilde{I}(f) = \frac{1}{2} f(x_0) + w_1 f(x_1)$ să aibă grad maxim de precizie pentru aproximarea integralei $I(f) = \int_0^1 f(x) dx$.