LABORATOR#8

EX#1 (a) Scrieţi o funcţie în Python care are ca dată de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca dată de ieşire matricea inferior triunghulară $\mathbf{L} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ corespunzătoare *factorizării Cholesky* a matricei $\mathbf{A}$.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea Cholesky a matricei $\mathbf{A}$.

(b) Testaţi funcţia de la punctul (a) pentru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 25 & 15 & -5 \\ 15 & 18 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{bmatrix} \tag{1a}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 25 & 16 & -5 & 1 \\ 15 & 18 & 0 & 2 \\ -5 & 0 & 11 & 3 \end{bmatrix} \tag{1b}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 25 & 16 & -5 \\ 15 & 18 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{bmatrix} \tag{1c}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 25 & 15 & -5 \\ 15 & 8 & 0 \\ -5 & 0 & 11 \end{bmatrix} \tag{1d}$$

(c) Calculaţi $\det(\mathbf{A})$ folosind factorizarea Cholesky a matricei $\mathbf{A}$.

(d) Determinaţi soluţia sistemului de ecuaţii liniare $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ pentru matricea $\mathbf{A}$ dată de relaţia (1a) şi vectorul $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -16 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ folosind (a) şi metodele substituţiei ascendente şi descendente.

EX#2 (a) Scrieţi o funcţie în Python care are ca dată de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca date de ieşire matricea inferior triunghulară $\mathbf{L} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi matricea diagonală $\mathbf{D} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ corespunzătoare *factorizării* LDL^{T} a matricei $\mathbf{A}$.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea $\mathrm{LDL}^{\mathsf{T}}$ a matricei $\mathbf{A}$.

(b) Testaţi funcţia de la punctul (a) pentru matricele $\mathbf{A}$ date de relaţiile (1a)–(1d).

(c) Calculaţi $\det(\mathbf{A})$ folosind factorizarea $\mathrm{LDL}^{\mathsf{T}}$ a matricei $\mathbf{A}$.

EX#3 (a) Scrieţi o funcţie în Python care are ca dată de intrare matricea tridiagonală $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca date de ieşire matricea inferior triunghulară $\mathbf{L} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi matricea superior triunghulară $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ date de *factorizarea Doolittle* a matricei $\mathbf{A}$.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea Doolittle a matricei $\mathbf{A}$.

(b) Testaţi funcţia de la punctul (a) pentru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2a}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \tag{2b}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2c}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2d}$$

(c) Calculaţi $\det(\mathbf{A})$ folosind factorizarea Doolittle a matricei $\mathbf{A}$.

(d) Determinaţi soluţia sistemului de ecuaţii liniare $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ pentru matricea tridiagonală $\mathbf{A}$ dată de relaţia (2a) şi vectorul $\mathbf{b} = \begin{bmatrix}3 & 4 & -4 & -3\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ folosind (a) şi metodele substituţiei ascendente şi descendente.

EX#4 (a) Scrieţi o funcţie în Python care are ca dată de intrare matricea tridiagonală $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca date de ieşire matricea inferior triunghulară $\mathbf{L} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi matricea superior triunghulară $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ date de *factorizarea Crout* a matricei $\mathbf{A}$.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea Crout a matricei $\mathbf{A}$.

(b) Testaţi funcţia de la punctul (a) pentru matricele date de relaţiile (2a)–(2d).

(c) Calculaţi $\det(\mathbf{A})$ folosind factorizarea Crout a matricei $\mathbf{A}$.

(d) Determinaţi soluţia sistemului de ecuaţii liniare $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ pentru matricea tridiagonală $\mathbf{A}$ dată de relaţia (2a) şi vectorul $\mathbf{b} = \begin{bmatrix}3 & 4 & -4 & -3\end{bmatrix}^{\mathsf{T}}$ folosind (a) şi metodele substituţiei ascendente şi descendente.