

Algoritm pentru determinarea formei canonice Jordan a lui T
(în ipoteza că $P_T = \text{produs de factori liniari în } K[T])$.

$T: V \rightarrow V$, $\dim V = n$

- Se determină matricea A a lui T într-o bază (de obicei T e dat direct printr-o matrice A).
- Se calculează polinomul caracteristic $P_T(x) = \det(xI_n - A)$, și rădăcinile sale, adică valorile proprii ale lui T .
- Fie λ o valoare proprie; avem $\dim V^\lambda(T) = a_T(\lambda) = \text{multiplicitatea algebrică a lui } \lambda$. Fie $N = (T - \lambda I)_{|V^\lambda(T)}$.

Se determină dimensiunile subspațiilor $\ker N, \ker N^2, \dots$, astfel:

dacă $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ sunt valorile proprii distincte ale lui T , avem

$V = V^{\lambda_1}(T) \oplus \dots \oplus V^{\lambda_n}(T)$ și notând $\tilde{N} = T - \lambda I: V \rightarrow V$, avem $\tilde{N}_{|V^{\lambda_i}(T)}$ izomorf. orice $\lambda_i \neq \lambda$. Rezultă că $\ker \tilde{N} = \ker N$, deci

$$\dim(\ker N) = \dim(\ker \tilde{N}) \xrightarrow{\text{Th. rang-defect}} n - \dim(\text{Im } \tilde{N}) = n - \text{rang}(A - \lambda I).$$

La fel $\dim(\ker N^j) = n - \text{rang}(A - \lambda I)^j$ pt. orice j .

Indicele de nilpotență m al lui N este cel mai mic m pt. care

$$N^m = 0 \Leftrightarrow \ker N^m = V^\lambda(T) \Leftrightarrow n - \text{rang}(A - \lambda I)^m = a_T(\lambda).$$

Acum folosind notațiile din Teoremă, se folosesc relațiile

$$r = \dim(\ker N)$$

$$2r - r_1 = \dim(\ker N^2)$$

$$3r - 2r_1 - r_2 = \dim(\ker N^3)$$

$$\overline{j}r - (\overline{j}-1)r_1 - (\overline{j}-2)r_2 - \dots - r_{j-1} = \dim(\ker N^{\overline{j}}) \quad \text{pt. } 2 \leq \overline{j} \leq m$$

$$\overline{m}r - (\overline{m}-1)r_1 - (\overline{m}-2)r_2 - \dots - r_{m-1} = \dim(\ker N^{\overline{m}}) = a_T(\lambda)$$

pt. a calcula r, r_1, \dots, r_{m-1} și $r_m = r - r_1 - \dots - r_{m-1}$.

Pt. valoarea proprie λ vom avea r_1 celule Jordan $J_1(\lambda)$, r_2 celule Jordan $J_2(\lambda)$, ..., r_m celule Jordan $J_m(\lambda)$.

- Facem aceste calcule pt. fiecare valoare proprie λ . Forma canonică Jordan a lui T se obține scriind ca blocuri diagonale toate celulele Jordan rezultate din toate valorile proprii.