Examen Analiză
Student(a): PAUN LIVIU DUMITRU

June 8, 2021

Subiectul 1.

1) Aflaţi raza de convergenţă şi mulţimea de convergenţă pentru seria $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{(-4)^{n+1}(n+1)}$.

2) Fie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-3)^n$ e o serie de puteri despre care ştim că este convergentă în $x = 2$ şi divergentă în $x = 5$.

   a) Aflaţi valoarea maximă a razei de convergenţă şi daţi un exemplu de coeficienţi a_n pentru care este atinsă acea valoare.

   b) Este seria convergentă în $x = 0,5$?

   c) Daţi un exemplu de coeficienţi a_n pentru care seria este divergentă în $x = 4$.

Subiectul 2. Considerăm funcţia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definită prin:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^3}{\log(1+x^2+y^4)} & \text{dacă } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}, \\ 0 & \text{dacă } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Calculaţi $df(e,0)$.

b) Studiaţi diferenţiabilitatea funcţiei f.

Subiectul 3. Considerăm funcţia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x,y,z) = -x^3 - y^3 - 3z^5 + 3xy - 5z^3 + 30z + 5,$$

pentru orice $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Determinaţi punctele de extrem local ale funcţiei f şi precizaţi natura lor.

Subiectul 4. Calculaţi integrala

$$\int_A (xy + z + 1)dxdydz,$$

unde A este mulţimea mărginită de conurile de ecuaţie $z = 2+\sqrt{x^2+y^2}$ şi $z = 6-\sqrt{x^2+y^2}$.

Subiectul 5.

a) Daţi un exemplu de o funcţie $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ (scrisă sub forma $f(x_1, ..., x_n) = (f_1, ..., f_m))$ a cărei difereţială într-un punct $p \in \mathbb{R}^n$ să fie:

$$df(p) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

b) Fie $g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ o funcţie de clasă C^1 şi $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definită prin:

$$f(x, y) = g(xy, e^{xy^2} \sin y, xy + \cos y).$$

Calculaţi $\frac{\partial f}{\partial y}$ în funcţie de derivatele parţiale ale lui g.

c) Fie $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ o funcţie diferenţiabilă cu proprietatea că $f(1, -1) = 4$. Dacă derivata după direcţia $v = \overrightarrow{(2, 1)}$ este nulă pentru orice $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, calculaţi $f(3, 0)$.

Fiecare subiect se notează de la 1 *la* 10
Nota finală va fi media aritmetică a notelor obţinute
Timp de lucru: 2 ore şi 30 de minute + 30 de minute pentru a trimite lucrarea
Succes!

NUME: PĂUN LIVIU-DUMITRU

GRUPA 113

Examen analiză

8 iunie 2021

Subiectul I

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{(-4)^{n+1}(n+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n \Rightarrow \begin{cases} c=7 \\ a_n = \frac{1}{(-4)^{n+1}(n+1)} \end{cases}$

Calculăm raza de convergență a seriei de puteri.

$$R = \frac{1}{\overline{\lim}\sqrt[n]{|a_n|}} \in [0,\infty)$$

$$\sqrt[n]{|a_n|} = \sqrt[n]{\frac{1}{(-4)^{n+1}(n+1)}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(-4)^{n+2}(n+2)}}{\frac{1}{(-4)^{n+1}(n+1)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(-4)^{n+1}|(n+1)}{|(-4)^{n+2}|(n+2)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(-4)^{n+1}}{(-4)^{n+2}}\right| \cdot \frac{n+1}{n+2} = \lim_{n\to\infty} |(-4)^{-1}| \cdot \frac{n+1}{n+2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \frac{1}{4} \Rightarrow (\exists) \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{4} = \overline{\lim}\sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{4} \Rightarrow R=4$$

Identificăm mulțimea de convergență C

$$(c-R, c+R) \subseteq C \subseteq [c-R, c+R]$$

$$(3,11) \subseteq C \subseteq [3,11]$$

Verificăm dacă 3 și 11 $\in C$

$3 \in C \iff$ seria de nr. reale $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n}{(-4)^{n+1}(n+1)}$ convergentă

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n}{(-4)^{n+1}(n+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(-4)(n+1)} = -\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \text{ divergentă} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 3 \notin C$

$1 \in C \Leftrightarrow$ seria de nr. reale $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(-4)^{n+1}(n+1)}$ convergentă

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(-4)^{n+1}(n+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(-1)^{n+1} \cdot 4^{n+1}(n+1)} = \frac{1}{4}\sum \frac{1}{(-1)^{n+1}(n+1)}$$

2) a) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-3)^n$ conv. în $x=2$ și div în $x=5$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow C = [2,5)$

$c=3$ și știm $[c-R, c+R) = [2,5) \Rightarrow R =$

$$R = \frac{1}{\lim \sqrt[n]{|a_n|}}$$

b) Pentru $x = 0,5 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot (-2,5)^n = \sum_{n=0} a_n \cdot (-1)^n \cdot (2,5)^n =$ serie alternată.

~~Știm că $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot x^n = \frac{1}{1+x}$ $x \in (-1,1)$~~

c) $a_n = \frac{1}{2n} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} a_n(4-3)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n} = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergentă

$x=4$

Subiectul V

$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $\qquad f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{\ln(1+x^2+y^4)} & (x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\} \\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$

a) $df(e,0)$

b) diferențiabilitatea funcției

a) $df(e,0)=\dfrac{\partial f}{\partial x}(e,0)\,dx+\dfrac{\partial f}{\partial y}(e,0)\,dy$

$(e,0)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\left(\frac{x^2y^3}{\ln(1+x^2+y^4)}\right)'_x=y^3\left(\frac{2x\ln(1+x^2+y^4)-x^2\cdot\left(\ln(1+x^2+y^4)\right)'_x}{\ln^2(1+x^2+y^4)}\right)=$$

$$=y^3\cdot\frac{2x\ln(1+x^2+y^4)-x^2\cdot\frac{2x}{1+x^2+y^4}}{\ln^2(1+x^2+y^4)}=$$

$$=\frac{y^3\left(2x\ln(1+x^2+y^4)-2x^3\cdot\frac{1}{1+x^2+y^4}\right)}{\ln^2(1+x^2+y^4)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(e,0)=0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\left(\frac{x^2y^3}{\ln(1+x^2+y^4)}\right)'_y=x^2\left(\frac{3y^2\ln(1+x^2+y^4)-y^3\cdot\left(\ln(1+x^2+y^4)\right)'_y}{\ln^2(1+x^2+y^4)}\right)=$$

$$=x^2\cdot\frac{3y^2\ln(1+x^2+y^4)-y^3\cdot\frac{4y^3}{1+x^2+y^4}}{\ln^2(1+x^2+y^4)}=$$

$$=\frac{x^2\left(3y^2\ln(1+x^2+y^4)-4y^6\,\frac{1}{1+x^2+y^4}\right)}{\ln^2(1+x^2+y^4)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(e,0)=\frac{e^2\left(0\cdot\ln(1+e^2)-0\cdot\frac{1}{e^2+1}\right)}{\ln^2(1+e^2)}=0$$

Deci $df(e,0)=0$

b) Trebuie verificată continuitatea în $(0,0)$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}f(x,y)=\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x^2y^3}{\ln(1+x^2+y^4)}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^3}{\ln(1+x^2+y^4)} = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow f$ continuă pe $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

Pe $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ avem

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{y^3\left(2x\ln(1+x^2+y^4) - 2x^3\cdot\frac{1}{1+x^2+y^4}\right)}{\ln^2(1+x^2+y^4)}$$

$(\forall)(x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{x^2\left(3y^2\ln(1+x^2+y^4) - 4y^6\cdot\frac{1}{1+x^2+y^4}\right)}{\ln^2(1+x^2+y^4)}$$

$$\lim_{t\to0}\frac{f((0,0)+t\cdot e_1)-f(0,0)}{t} = \lim_{t\to0}\frac{f(t,0)-f(0,0)}{t} =$$

$$= \lim_{t\to0}\frac{0-0}{t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$$

$$\lim_{t\to0}\frac{f((0,0)+t\cdot e_2)-f(0,0)}{t} = \lim_{t\to0}\frac{f(0,t)-f(0,0)}{t} =$$

$$= \lim_{t\to0}\frac{0-0}{t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$$

f admite toate derivatele parțiale în $(0,0) \Rightarrow$

$\Rightarrow f$ diferențiabilă pe $\mathbb{R}^2$

Subiectul 3 $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$

$f(x,y,z) = -x^3 - y^3 - 3z^5 + 3xy - 5z^3 + 30z + 5$

Det. punctele de extrem local și natura lor

f funcție continuă pe $\mathbb{R}^3$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z) = -3x^2 + 3y \quad (\forall)(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z) = -3y^2 + 3x \quad (\forall)(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$

$\frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z) = -15z^4 - 15z^2 + 30 \quad (\forall)(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$

$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ funcții continue pe $\mathbb{R}^3$

$\mathbb{R}^3$ mulțime deschisă

f de clasă C^1 pe $\mathbb{R}^3$

Punctele de extrem ale funcției se găsesc printre punctele critice

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x^2 + 3y = 0 \\ -3y^2 + 3x = 0 \\ -15z^4 - 15z^2 + 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$\overset{:15}{\Rightarrow} z^4 + z^2 + 2 = 0$

Fie $t = z^2$, $t > 0 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$

$(t+2)(t-1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow z^2 = 1 \Rightarrow z = \pm 1$

$t_2 = -2 < 0.$

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y^2 = x \end{cases} \Rightarrow x^4 - x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x_2 = 1 \Rightarrow y = 1 \end{array}$$

Am găsit $(0,0,-1), (0,0,1), (1,1,1), (1,1,-1) \in \mathbb{R}^3$

$C = \{(0,0,-1), (0,0,1), (1,1,1), (1,1,-1)\}$

Calculăm derivatele de ordin 2 ale funcției

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -6x \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 3 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 3 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6y \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} = 0 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} = 0 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = -60z^3 - 30z$$

$$H_f(x,y,z) = \begin{pmatrix} -6x & 3 & 0 \\ 3 & -6y & 0 \\ 0 & 0 & -60z^3-30z \end{pmatrix}$$

$$H_f(0,0,-1) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 90 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1 = 0 \\ \Delta_2 = -9 < 0 \\ \Delta_3 = -90 \cdot 9 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow (0,0,-1) \text{ nu e pct de extrem local}$$

$$H_f(0,0,1) = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -90 \end{pmatrix} \quad \left.\begin{array}{l} \Delta_1 = 0 \\ \Delta_2 = -9 < 0 \\ \Delta_3 = 90 \cdot 9 > 0 \end{array}\right\} (0,0,1) \text{ nu ne putem pronunța}$$

$$H_f(1,1,1) = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & -90 \end{pmatrix} \quad \left.\begin{array}{l} \Delta_1 = -6 < 0 \\ \Delta_2 = 36 - 9 > 0 \\ \Delta_3 = -90 \cdot 36 + 90 \cdot 9 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow (1,1,1)$ punct de maxim local

$$H_f(1,1,-1) = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 90 \end{pmatrix} \quad \left.\begin{array}{l} \Delta_1 = -6 < 0 \\ \Delta_2 = 36 - 9 > 0 \\ \Delta_3 = 90 \cdot 36 - 90 \cdot 3 > 0 \end{array}\right\} \text{nu ne putem pronunța}$$

$(0,0,-1), (0,0,1)$ au $\Delta_2 < 0 \Rightarrow$ nu sunt puncte de extrem local, sunt puncte „șa"

Evaluăm în $(1,1,-1)$

$$f(x,y,z) - f(1,1,-1) = -x^3 - y^3 - 3z^5 + 3xy - 5z^3 + 30z + 5 + 26$$

$$f(1,1,-1) = -1^3 - 1^3 - 3\cdot(-1)^5 + 3\cdot 1\cdot 1 - 5\cdot(-1)^3 + 30\cdot(-1) + 5 = -26$$

Nu putem compara cu 0

$$d^2(1,1,-1) = -6d^2x + 3dx\,dy + 0\,dx\,dz + 3dy\,dx - 6d^2y + 0\,dy\,dz + 0\,dz\,dx + 0\,dz\,dy + 90\,d^2z$$

$$d^2(1,1,-1) = -6d^2x + 6dxdy - 6d^2y + 30d^2z$$

$$\begin{aligned} d^2(1,1,-1)(x,y,z) &= -6x^2 + 6xy - 6y^2 + z^2 \\ &= -(6x^2 - 6xy + 6y^2) + z^2 \\ &= -(6x^2 - 12xy + 6y^2) - 6xy + z^2 \\ &= -\underbrace{(\sqrt{6}x - \sqrt{6}y)^2}_{\geq 0} - 6xy + \underbrace{z^2}_{\geq 0} \end{aligned}$$

Nu putem compara cu 0 $\Rightarrow$ nu ne putem pronunța

Subiectul IV

$$\int_A (xy+z+1)\,dx\,dy\,dz$$

A este mărginită de conurile $z=2+\sqrt{x^2+y^2}$ și $z=6-\sqrt{x^2+y^2}$

$2+\sqrt{x^2+y^2}=6-\sqrt{x^2+y^2}$

$2\sqrt{x^2+y^2}=4$

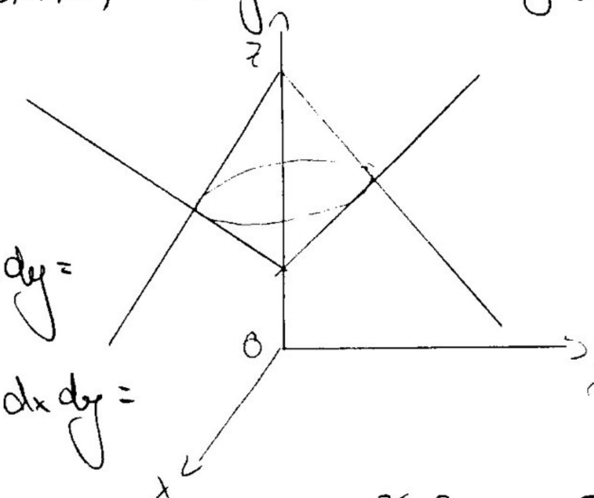
$\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z=4 \end{cases}$

$A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid \underline{x^2+y^2\le 4}, 2+\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 6-\sqrt{x^2+y^2}\} \Rightarrow$

$x^2+y^2\le 4 \Leftrightarrow (x,y)\in\overline{B((0,0),2)}$

$\Rightarrow A=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid (x,y)\in\overline{B((0,0),2)}, 2+\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 6-\sqrt{x^2+y^2}\}$

$A\in\mathcal{J}(\mathbb{R}^3)$



$$\int_A (xy+z+1)\,dx\,dy\,dz=$$

$$=\iint_{\overline{B((0,0),2)}}\left(\int_{2+\sqrt{x^2+y^2}}^{6-\sqrt{x^2+y^2}}(xy+z+1)\,dz\right)dx\,dy=$$

$$=\iint_{\overline{B((0,0),2)}} xyz+\frac{z^2}{2}+z\Big|_{2+\sqrt{x^2+y^2}}^{6-\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy=$$

$$=\iint_{\overline{B((0,0),2)}}(xy+1)(6-\sqrt{x^2+y^2}-2-\sqrt{x^2+y^2})+\frac{36-12\sqrt{x^2+y^2}+\cancel{x^2+y^2}-4-4\sqrt{x^2+y^2}-\cancel{x^2-y^2}}{2}\,dxdy$$

$$=\iint_{\overline{B((0,0),2)}}(xy+1)(4-2\sqrt{x^2+y^2})+\frac{32-16\sqrt{x^2+y^2}}{2}\,dx\,dy=$$

$$=\iint_{\overline{B((0,0),2)}}(xy+1)(4-2\sqrt{x^2+y^2})+16-8\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy$$

Facem schimbarea de coord. polare $\begin{cases} x=r\cos\theta \\ y=r\sin\theta \end{cases}$

$$\int_0^2\int_0^{2\pi}\left((r^2\sin\theta\cos\theta)(4-2r)+16-8r\right)\cdot r\,d\theta\,dr=$$

$$=\int_0^2\int_0^{2\pi}(4r^2\sin\theta\cos\theta-2r^3\sin\theta\cos\theta-8r+16)r\,d\theta\,dr$$

$$\int_0^2\int_0^{2\pi}\left(4r^3\sin\theta\cos\theta-2r^4\sin\theta\cos\theta-8r^2+16\,d\theta\right)dr=$$

$$=\int_0^2\left((4r^3-2r^4)\int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\theta\,d\theta+(16-8r^2)\int d\theta\right)dr=$$

$$=\int_0^2\left((4r^3-2r^4)\cdot\frac{\sin^2\theta}{2}\Big|_0^{2\pi}+(16-8r^2)\cdot\theta\Big|_0^{2\pi}\right)dr=$$

$$=\int_0^2(2r^3-r^4)(0-0)+(16-8r^2)(2\pi-0)\,dr=$$

$$=\int_0^2 2\pi(16-8r^2)\,dr=\int_0^2(32\pi-16\pi r^2)\,dr=$$

$$=32\pi\cdot r\Big|_0^2-16\pi\cdot\frac{r^3}{3}\Big|_0^2=32\pi\cdot2-16\pi\cdot\frac{8}{3}=16\pi\left(4-\frac{8}{3}\right)=$$

$$=16\pi\cdot\frac{4}{3}=\frac{64\pi}{3}$$

Subiectul 5

b) $g:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ fct. de clasă C^1

$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$f(x,y) = g(x\cdot y,\ e^{xy^2}\sin y,\ xy+\cos y)$

Fie $h:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$

$h(x,y) = (xy,\ e^{xy^2}\sin y,\ xy+\cos y)$

Fie $h_1, h_2, h_3 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$\begin{cases} h_1(x,y) = xy \\ h_2(x,y) = e^{xy^2}\sin y \\ h_3(x,y) = xy+\cos y \end{cases}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial u}(x,y)\cdot\frac{\partial h_1}{\partial y}(x,y) + \frac{\partial g}{\partial v}(x,y)\cdot\frac{\partial h_2}{\partial y}(x,y) + \frac{\partial g}{\partial w}(x,y)\cdot\frac{\partial h_3}{\partial y}(x,y) =$$

$$= \frac{\partial g}{\partial u}(x,y)\cdot(xy)'_y + \frac{\partial g}{\partial v}(x,y)\cdot(e^{xy^2}\sin y)'_y + \frac{\partial g}{\partial w}(x,y)(xy+\cos y)'_y =$$

$$= \frac{\partial g}{\partial u}(x,y)\cdot x + \frac{\partial g}{\partial v}(x,y)\cdot(2xy\,e^{xy^2} + e^{xy^2}\cos y) + \frac{\partial g}{\partial w}(x,y)(x-\sin y)$$

Notez $\frac{\partial g}{\partial u}(x,y) = \frac{\partial g}{\partial u}$, $\frac{\partial g}{\partial v}(x,y) = \frac{\partial g}{\partial v}$, $\frac{\partial g}{\partial w}(x,y) = \frac{\partial g}{\partial w}$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x\frac{\partial g}{\partial u} + e^{xy^2}(2xy+\cos y)\frac{\partial g}{\partial v} + (x-\sin y)\frac{\partial g}{\partial w}$$