

I. Fie ecuația neliniară  $f(x) := x^2 - x - 2 = 0, x \in [1, 3]$ , și funcția  $\phi: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \phi(x) = \sqrt{x+2}$ .

(a) Arătați că  $x^* = 2$  este un punct fix pentru  $\phi$  și este o rădăcină a ecuației  $f(x) = 0$ .

(b) Arătați cum se obține expresia funcției de punct fix  $\phi$  pornind de la expresia funcției  $f$ .

(c) Generați  $J$  de pot fix  $\phi$  o metodă iterativă de punct fix convergentă către rădăcina  $x^* = 2$  a ec.  $f(x) = 0$ .

(d) Care este viteza de convergență a metodei iterative de pot fix asoc.  $J$  și  $\phi$ ? Propuneți o met. iterativă mai rapidă de rez. a ec.  $f(x) = 0$ .

II. Distanța parcursă de un automobil care se deplasează pe un drum drept e măs. la intervale de timp egale. Datele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos, timpul exprimat în ore (h) și dist. în km.

Timpul	0	2	4	6
Distanța	0	140	260	400

(a) Folosind interpolarea cu  $J$ -splaine liniare, calc. distanța parcursă de automobil după 3 ore și 30 min de mers.

(b) — " —, calc. derivata funcției de aproximație (i.e. viteza automobilului) după 5 h.

(c) — " — pătratică și evaluând val. inițială a derivatei funcției (i.e. viteza inițială a automobilului) de 100 km/h,

calculați dist. parcursă de autoturism după o oră de mers.  
(d) — u — pătrățice și cunoștința val. inițială a derivatei  
funcției de 100 km/h, sale derivatei funcției de aproximare  
după 2h și 30 min. de mers

III. Fie  $f \in C^3[a, b]$ ,  $h > 0$  suficient de mic și  $x \in (a, b)$  fixat

(a) Det. formula de aproximare cu diferențe finite centrale  
pentru  $f'(x)$  și eroarea de funcționare asociată,  $e_f(x)$

(b) Estimati eroarea de funcționare asociată,  $e_f(x)$

(c) Considerați  $f \in C^3[a, b]$  în loc de  $f \in C^3[a, b]$  și repetați  
cerințele (a) - (b)