LABORATOR#4

EX#1 Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{L} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ corespunzători sistemului inferior triunghiular de ecuaţii liniare

$$\mathbf{L}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,, \tag{1}$$

iar ca dată de ieşire soluţia numerică, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a sistemului (1), obţinută prin *metoda substituţiei ascendente*.

Rulaţi funcţia de mai sus pentru:

(a) $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$;

(c) $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$;

(e) $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Precizări suplimentare: Înainte de a aplica efectiv metoda substituţiei ascendente, trebuie verificate următoarele condiţii necesare:

(i) matricea $\mathbf{L}$ este pătratică;
(ii) matricea $\mathbf{L}$ este inferior triunghiulară;
(iii) matricea $\mathbf{L}$ şi vectorul $\mathbf{b}$ sunt compatibili;
(iv) matricea $\mathbf{L}$ este inversabilă.

EX#2 Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ corespunzători sistemului superior triunghiular de ecuaţii liniare

$$\mathbf{U}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,, \tag{2}$$

iar ca dată de ieşire soluţia numerică, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a sistemului (1), obţinută prin *metoda substituţiei descendente*.

Rulaţi funcţia de mai sus pentru:

(a) $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$;

(c) $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$;

(e) $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Precizări suplimentare: Înainte de a aplica efectiv metoda substituţiei descendente, trebuie verificate condiţiile necesare corespunzătoare.

EX#3 Scrieţi un program/o funcţie în Python care calculează, cu *acurateţe cât mai mare*, $\cos(x)$, $x \in [0, \pi]$, folosind seria

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!}\, x^{2k}\,. \tag{3}$$

Testaţi programul pentru $x \in \{0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 3\pi/4, 5\pi/6, \pi\}$ şi comparaţi rezultatele obţinute cu funcţia predefinită Python `cos`, listând într-un tabel valorile lui x, $\cos(x)$ calculat de programul de mai sus, respectiv dat de funcţia predefinită Python `cos`, precum şi erorile absolute şi relative corespunzătoare.