

Examen Probabilitati

Specializarea: Matematica-Informatica

Student: _____

19 iunie 2021

Exercitiul 1. O variabila aleatoare X are densitatea $f(x) = ax + b$ pentru $3 \leq x \leq 8$ si 0 in rest. Stiind ca $\mathbb{P}(X \leq 7) = 0.3$, atunci $\mathbb{E}(X)$ este

Raspuns. A) 5.78555 B) 6.61972 C) 6.51053 D) 5.98816 E) 6.05556

Exercitiul 2. Daca $\text{Var}(X) = 1.32$, $\text{Var}(Y) = 2.7800000000000002$ si $\text{Cov}(X, Y) = -1.66$, atunci $\text{Var}(X + Y)$ este

Raspuns. A) -0.0594 B) 0.95367 C) -0.12871 D) 0.78 E) 1.53848

Exercitiul 3. Probabilitatea de a astept mai mult de 4.04 ms pentru ca o aplicatie software sa se initializeze este 0.39166241815326774. Timpul mediu de asteptare pana ca aplicatia sa se initializeze este

Raspuns. A) 5.2944 B) 4.31 C) 7.70402 D) 8.06264 E) 9.47634

Exercitiul 4. Daca X_1, \dots, X_n, \dots sunt v.a. iid $\sim \begin{pmatrix} -4 & 0 & 11 \\ 0.25 & 0.35 & 0.4 \end{pmatrix}$, atunci aproape sigur $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ este

Raspuns. A) 1.87 B) 2.72 C) 1.89 D) 3.4 E) 5.35

Exercitiul 5. Daca $X \sim N(5, 6)$, $a = -5$ si $b = 5$, atunci $aX + b$ are distributia

Raspuns. A) Nu se poate pentru ca a e negativ B) Nu se poate pentru ca b e o constanta C) $N(-20, 6)$
D) $N(-20, 150)$ E) $N(-20, -150)$

Exercitiul 6. Fie X o v.a. distribuita uniform pe $(0, 1)$. Consideram $Z := -\ln(X)/5$.

(i) Aratati ca $Z \sim \text{Exp}(5)$.

(ii) Propuneti o metoda de simulare a unei v.a. distribuite $\text{Exp}(5)$ si scrieti un pseudocod.

(iii) Aratati ca daca X_1, \dots, X_n, \dots sunt iid $\sim \text{Unif}(0, 1)$, atunci $n \min(X_1, \dots, X_n)$ converge in distributie la o v.a. distribuita $\text{Exp}(1)$.

(iv) Propuneti o alta metoda de simulare a unei v.a. cu distributie $\text{Exp}(5)$, i.e. diferita de cea de la (ii).

Exercitiul 7. O masina de curierat poate transporta maxim 720 kg. Un colet obisnuit cantareste in medie 6 kg, cu o deviatie standard de 3 kg. Care este probabilitatea ca masina sa poata transporta in siguranta 132 colete?

Exercitiul 8. Fie $D = B(0, 3)$. Consideram R o v.a. distribuita uniform pe $(0, 3)$ si θ o v.a. distribuita uniform pe $[0, 2\pi]$. Construim v.a. 2-dimensională $(X, Y) = (R\cos(\theta), R\sin(\theta))$. Este (X, Y) distribuita uniform pe D ? Justificati raspunsul! Reamintim ca (X, Y) e uniforma pe D daca densitatea ei este 1 pe D si 0 in rest.

Exercitiul 9. Fie (X, Y) un vector aleator cu densitatea

$$f(x, y) = \begin{cases} cx^2y^0 & \text{pentru } 0 \leq x, y \text{ si } x + y \leq 1 \\ 0 & \text{in rest} \end{cases}$$

(i) Calculati $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(Y)$, $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$

(ii) Calculati $\text{Cor}(X, Y)$ si interpretati. Sunt X si Y independente?