

I. Calculați  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[1, \infty)} \frac{nx^2 + \sin(nx^2)}{nx^4 + nx^2} dx$

II. 1) Fie  $(X, \mathcal{A})$  un sp. măsurabil și  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Ar. că dacă pt.  $x \in \mathbb{Q}$  mult.  $\{x \in X / f(x) > x\}$  este măsurabilă, atunci  $f$  este măsurabilă.

2) Fie  $(\mathbb{N} \times \mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}) \otimes \mathcal{P}(\mathbb{N}), \mu \otimes \mu)$ , unde  $\mu$  este măsura de numărare. Studiați integrabilitatea fct.  $f: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(m, n) = 3^{-m} \cdot 4^{-n}$$

și în cazul în care este integrabilă calculați

$$\iint_{\mathbb{N} \times \mathbb{N}} f d(\mu \otimes \mu)$$

III. Fie  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2, 0 \leq z \leq 2\}$

1) Calculați  $\text{Area}(S)$ .

2) Calculați fluxul câmpului vectorial

$$F(x, y, z) = (-y, 2y, 4z)$$

prin suprafața  $S$ , orientată după normala care face un unghi ascuțit cu sensul pozitiv al axei  $Oz$ .

nota Examen =  $\frac{\text{nota(I)} + \text{nota(II)} + \text{nota(III)}}{3} \in [1, 10]$