

MATA KULIAH
LOGIKA INFORMATIKA

Identitas Mata Kuliah

Program Studi	:	Teknik Informatika
Mata Kuliah / Kode	:	Logika Informatika / TPLB22
Jumlah SKS	:	3 SKS
Prasyarat	:	--
Deskripsi Mata Kuliah	:	Mata kuliah ini membahas tentang proposisi, kata hubung kalimat, nilai kebenaran dari proposisi tautologi, ekuivalen, kontradiksi, kuantor dan validasi pembuktian, konsep dasar digital, operasi bilangan, gerbang logika, penyederhanaan rangkaian logika dan fungsi logika kombinasi.
Capaian Pembelajaran	:	Setelah pembelajaran, mahasiswa mampu memahami cara pengambilan keputusan berdasarkan logika matematika.
Penyusun	:	Ahmad Musyafa, M.Kom (Ketua) Ir. Surip Widodo, M.I.T (Anggota 1) Fajar Agung Nugroho, M.Kom (Anggota 2)

Ketua Program Studi Ketua Team Teaching

Achmad Hindasyah, M.Si Ahmad Musyafa, M.Kom
NIDN. 0419067102 NIDN. 0425018609

Kata Pengantar

Untuk meningkatkan kemampuan dan pengetahuan mahasiswa Program Studi S1 Teknik Informatika di bidang ilmu komputer dan kemajuan teknologi maka disajikan materi tentang ***Logika Informatika***, karena materi ini adalah dasar dari alur logika pada komputer dengan mempelajari bahasa mesin (***engine language***) yang terdiri dari bilangan biner, yang berarti Nol adalah bernilai (False) dan Satu adalah bernilai (True), atau Nol adalah (Mati) dan Satu adalah (Hidup).

Mata kuliah ***Logika Informatika*** mempelajari tentang proposisi, kata hubung kalimat, nilai kebenaran dari proposisi tautologi, ekuivalen, kontradiksi, kuantor dan validasi pembuktian, konsep dasar digital, operasi bilangan, gerbang logika, penyederhanaan rangkaian logika dan fungsi logika kombinasi. Modul atau bahan ajar ini disusun untuk mempermudah mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah Logika Informatika.

PERTEMUAN 11:

KALIMAT KUANTOR

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai Kalimat Kuantor.

B. URAIAN MATERI

1. Fungsi Pernyataan

Definisi : Suatu fungsi pernyataan adalah suatu kalimat terbuka di dalam semesta pembicaraan (semesta pembicaraan diberikan secara eksplisit atau implisit).

Fungsi pernyataan merupakan suatu kalimat terbuka yang ditulis sebagai $p(x)$ yang bersifat bahwa $p(a)$ bernilai benar atau salah (tidak keduanya) untuk setiap a (a adalah anggota dari semesta pembicaraan). Ingat bahwa $p(a)$ suatu pernyataan.

Contoh :

1. $p(x) = 1 + x > 5$

$p(x)$ akan merupakan fungsi pernyataan pada $A =$ himpunan bilangan asli. Tetapi

$p(x)$ bukan merupakan fungsi pernyataan pada $K =$ himpunan bilangan kompleks.

2. a. Jika $p(x) = 1 + x > 5$ didefinisikan pada $A =$ himpunan bilangan asli, maka $p(x)$ bernilai benar untuk $x = 5, 6, 7, \dots$

b. Jika $q(x) = x + 3 < 1$ didefinisikan pada $A =$ himpunan bilangan asli, tidak ada x yang menyebabkan $p(x)$ bernilai benar.

c. Jika $r(x) = x + 3 > 1$ didefinisikan pada $A =$ himpunan bilangan asli, maka $r(x)$ bernilai benar untuk $x = 1, 2, 3, \dots$

Dari contoh di atas terlihat bahwa fungsi pernyataan $p(x)$ yang didefinisikan pada suatu himpunan tertentu akan bernilai benar untuk semua anggota semesta pembicaraan, beberapa anggota semesta pembicaraan, atau tidak ada anggota semesta pembicaraan yang memenuhi.

2. Kuantor Umum (Kuantor Universal)

Simbol \forall yang dibaca “untuk semua” atau “untuk setiap” disebut kuantor umum. Jika $p(x)$ adalah fungsi proposisi pada suatu himpunan A (himpunan A adalah semesta pembicaraannya) maka $(\forall x \in A) p(x)$ atau $\forall x, p(x)$ atau $\forall x p(x)$ adalah suatu pernyataan yang dapat dibaca sebagai “Untuk setiap x elemen A , $p(x)$ merupakan pernyataan “Untuk semua x , berlaku $p(x)$ ”.

Contoh :

1. $p(x) = x$ tidak kekal

$p(\text{manusia}) = \text{Manusia tidak kekal}$

maka $\forall x, p(x) = \forall x \in \{\text{manusia}\}, p(x) = \text{semua manusia tidak kekal (Benar)}$

Perhatikan bahwa $p(x)$ merupakan kalimat terbuka (tidak mempunyai nilai kebenaran). Tetapi $\forall x p(x)$ merupakan pernyataan (mempunyai nilai benar atau salah tetapi tidak kedua-duanya).

2. $\forall x r(x) = \forall x (x + 3 > 1)$ pada $A = \{\text{bilangan asli}\}$ bernilai benar.

3. $\forall x q(x) = \forall x (x + 3 < 1)$ pada $A = \{\text{bilangan asli}\}$ bernilai salah.

3. Kuantor Khusus (Kuantor Eksistensial)

Simbol \exists dibaca “ada” atau “untuk beberapa” atau “untuk paling sedikit

satu” disebut kuantor khusus. Jika $p(x)$ adalah fungsi pernyataan pada himpunan tertentu A (himpunan A adalah semesta pembicaraan) maka $(\exists x \in A) p(x)$ atau $\exists x! p(x)$ atau $\exists x p(x)$ adalah suatu pernyataan yang dibaca “Ada x elemen A , sedemikian hingga $p(x)$ merupakan pernyataan” atau “Untuk beberapa x , $p(x)$ ”. ada yang menggunakan simbol $\exists!$ Untuk menyatakan “Ada hanya satu”.

Contoh :

1. $p(x) = x$ adalah wanita $p(\text{perwira ABRI}) = \text{Perwira ABRI}$ adalah wanita $\exists x p(x) = \exists x! p(x) = \exists x \in \{\text{perwira ABRI}\}, p(x) = \text{ada perwira ABRI adalah wanita (Benar)}$
2. $\exists x p(x) = \exists x (x + 1 < 5)$ pada $A = \{\text{bilangan asli}\}$ maka pernyataan itu bernilai salah.
3. $\exists x r(x) = \exists x (3 + x > 1)$ pada $A = \{\text{bilangan asli}\}$ maka pernyataan itu bernilai salah.

4. Negasi Suatu Pernyataan yang Mengandung Kuantor

Negasi dari “Semua manusia tidak kekal” adalah “Tidak benar bahwa semua manusia tidak kekal” atau “Beberapa manusia kekal”. Jika $p(x)$ adalah manusia tidak kekal atau x tidak kekal, maka “Semua manusia adalah tidak kekal” atau $\forall x p(x)$ bernilai benar, dan “Beberapa manusia kekal” atau $\exists x \sim p(x)$ bernilai salah. Pernyataan di atas dapat dituliskan dengan simbol :

$$\sim [\forall x p(x)] \Leftrightarrow \exists x \sim p(x)$$

Jadi negasi dari suatu pernyataan yang mengandung kuantor universal adalah ekuivalen dengan pernyataan yang mengandung kuantor eksistensial (fungsi pernyataan yang dinegasikan) dan sebaliknya :

$$\sim [\exists x p(x)] \Leftrightarrow \forall x \sim p(x)$$

5. Fungsi Pernyataan yang Mengandung Lebih dari Satu Variabel

Didefinisikan himpunan $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, suatu fungsi pernyataan yang mengandung variabel pada himpunan $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n$ merupakan kalimat terbuka $p(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ yang mempunyai sifat $p(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ bernilai benar atau salah (tidak keduanya) untuk $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ anggota semesta $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n$.

Contoh :

1. Diketahui $P = \{\text{pria}\}, W = \{\text{wanita}\}$. “ x menikah dengan y ” $\Leftrightarrow M(x,y)$ adalah fungsi pernyataan pada $P \times W$.
2. Diketahui $A = \{\text{bilangan asli}\}$. “ $2x - y - 5z < 10$ ” $\Leftrightarrow K(x,y,z)$ adalah fungsi pernyataan pada $A \times A \times A$.

Suatu fungsi pernyataan yang bagian depannya dibubuhi dengan kuantor untuk setiap variabelnya, seperti contoh berikut ini :

$$\forall x \exists y p(x,y) \text{ atau } \exists x \forall y \neg p(x,y,z)$$

merupakan suatu pernyataan dan mempunyai nilai kebenaran.

Contoh :

$P = \{\text{Nyoman, Agus, Darman}\}$ dan $W = \{\text{Rita, Farida}\}$, serta $p(x,y) = x$ adalah kakak y . Maka $\forall x \in P, \exists y \in W, p(x,y)$ dibaca “Untuk setiap x di P ada y di W sedemikian hingga x adalah kakak y ” berarti bahwa setiap anggota P adalah kakak dari Rita atau Farida. Jika pernyataan itu ditulis sebagai $\exists y \in W \forall x \in P p(x,y)$ dibaca “Ada y di W untuk setiap x di P sedemikian hingga x adalah kakak y ” berarti bahwa ada (paling sedikit satu) wanita di W mempunyai kakak semua anggota P .

Negasi dari pernyataan yang mengandung kuantor dapat ditentukan sebagai contoh berikut ini.

$$\sim [\forall x \{\exists y p(x,y)\}] \Leftrightarrow \forall x \sim [\exists y p(x,y)] \Leftrightarrow \forall x \forall y \sim p(x,y)$$

Contoh :

$P = \{\text{Nyoman, Agus, Darman}\}$ dan $W = \{\text{Rita, Farida}\}$, serta $p(x,y) = x$ adalah kakak y .

Tuliskan negasi dari pernyataan : " $x \hat{I} P, \forall y \hat{I} W, p(x,y)$ " Jawab : $\sim [x \hat{I} P \{ \forall y \hat{I} W p(x,y) \}] \circ \exists x \hat{I} P, \sim [\exists y \hat{I} W, p(x,y) \circ \exists x \hat{I} P, \forall y \hat{I} W, \sim p(x,y)$ Jika kita baca pernyataan semula adalah "Setiap anggota P adalah kakak dari paling sedikit satu anggota W "

Negasi dari pernyataan itu adalah "Tidak benar bahwa setiap anggota P adalah kakak dari paling sedikit satu anggota W " yang ekuivalen dengan "Ada anggota P yang bukan kakak dari semua anggota W ".

Coba bandingkan pernyataan verbal ini dengan bentuk simboliknya!

C. SOAL LATIHAN/TUGAS

1. Misalkan $p(x)$ menyatakan kalimat terbuka " $x^2 \leq x$ ". Apakah $p(x)$ merupakan fungsi pernyataan pada setiap himpunan berikut ini ?
 - a. $A = \{\text{bilangan asli}\}$
 - b. $B = \{-1, -2, -3, \dots\}$
 - c. $K = \{\text{bilangan kompleks}\}$
2. Tentukan nilai kebenaran dari setiap pernyataan berikut ini dalam semesta pembicaraan himpunan bilangan real.
 - a. $\forall x (x^2 = x)$
 - b. $\exists x (= 0)$
 - c. $\forall x (x < x + 1)$
 - d. $\forall x (x - 1 = x)$
 - e. $\exists x (x^2 - 2x + 1 = 0)$
 - f. $\forall x (x^2 + 2x + 1 > 0)$
 - g. $\exists x (x^3 = 0)$
 - h. $\forall x (x^2 - 3x + 2 = 0)$
3. Tuliskan negasi pernyataan-pernyataan di atas !
4. Tuliskan pernyataan-pernyataan berikut ini dalam bentuk simbolik ! Kemudian tentukan negasinya.
 - a. Tidak semua pulau di Indonesia didiami oleh penduduk.
 - b. Di perguruan tinggiku ada profesor wanita.
 - c. Semua laki-laki dapat dipercaya.
 - d. Setiap bilangan kuadrat lebih besar atau sama dengan nol.
 - e. Ada segi tiga sama kaki yang bukan segi tiga sama sisi.
 - f. Tidak ada manusia yang hidup abadi.
5. Tentukan negasi pernyataan-pernyataan berikut ini !
 - a. $\forall x (x + 3 = 5)$ dalam himpunan $X = \{1, 2, 3, \dots\}$
 - b. $\forall n (2 + n > 5)$ dalam himpunan bilangan asli.
 - c. $(\forall x \hat{I} R) (x^2 \geq 0)$; $R = \{\text{bilangan cacah}\}$
 - d. $\exists x \geq 0$ dalam himpunan bilangan real.
 - e. $(\forall x \hat{I} R) (x^2 > x)$; $R = \{\text{bilangan real}\}$.

D. DAFTAR PUSTAKA

Buku

1. Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si, *Diktat kuliah Logika Matematika*, Pendidikan matematika, Universitas Negeri Jember, 2007.
2. Rinaldi Munir, *Matematika Diskrit*, Edisi Ketiga, Informatika, Bandung, 2005.
3. Jong Jeng Siang, *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*, Andi Offset, Yogyakarta, 2004.
4. Kenneth H. Rosen, *Discrete Mathematics and Application to Computer Science 5th Edition*, Mc Graw-Hill, 2003.

Link and Sites:

