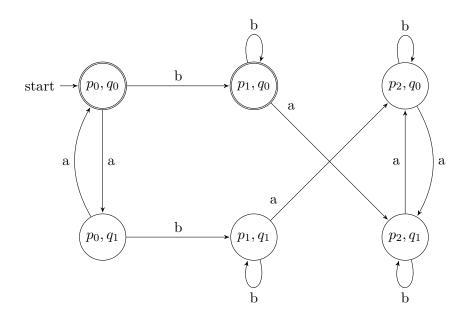
## Hausaufgabe 2

## Aufgabe 6



Die Endzustände wurden so gewählt damit die akzeptierenden Läufe von L(A) enthalten sind und die akzeptierenden Läufe von L(B) nicht.

## Aufgabe 7

Sei  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  ein DFA mit Sprache  $L(\mathcal{A})$ . Wir definieren den  $\varepsilon$ -NFA  $\mathcal{B} := (Q', \Sigma', \Delta, q_{-1}, F)$ , wobei  $Q' := Q \cup \{q_{-1}\}, \Sigma' := \Sigma \cup \{\varepsilon\}$  und

$$\Delta := \{ (q, a, q') \mid \delta(q, a) = q' \} \cup \{ (q_{-1}, \varepsilon, f) \mid f \in F \}$$

für  $q, q' \in Q$  und  $a \in \Sigma$ .

Wir zeigen zuerst  $L_{\text{suff}}(\mathcal{A}) \subseteq L(\mathcal{B})$ .

Sei  $w \in L_{\text{suff}}(\mathcal{A})$  gegeben. Seien ferner  $m, n \in \mathbb{N}$ .

Dann existiert ein  $u \in L(\mathcal{A})$  sodass  $uw \in L(\mathcal{A})$ . Durch  $u \in L(\mathcal{A})$  existiert ein Lauf von  $\mathcal{A}$  über u;  $(r_0, r_1 \cdots r_m)$  sodass  $r_0 = q_0$  und  $r_n \in F$ . Ferner gibt es durch  $uw \in L(\mathcal{A})$  eine Zustandsfolge  $(x_0, \sigma_1, x_1, \sigma_2 \cdots \sigma_n, x_n)$  sodass  $x_0 = r_m, x_n \in F$  und  $(\sigma_1, \sigma_2, \cdots \sigma_n) = w$ . Nun können wir den Lauf  $(q_{-1}, \varepsilon, x_0, \sigma_1, x_1, \sigma_2, x_2, \cdots \sigma_n, x_n)$  in  $\mathcal{B}$  angeben. Da beide Automaten die selben Endzustände haben und  $q_{-1}$  der Startzustand von  $\mathcal{B}$  ist, folgt daraus  $w \in L(\mathcal{B})$ .

Wir zeigen nun  $L(\mathcal{B}) \subseteq L_{\text{suff}}(\mathcal{A})$ .

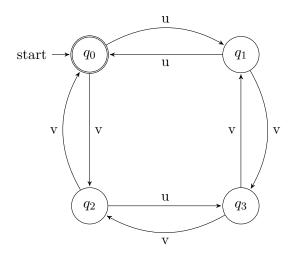
Sei  $w \in L(\mathcal{B})$  gegeben. Sei ferner  $n \in \mathbb{N}$ .

Dann existiert ein Lauf  $r := (q_{-1}, \varepsilon, r_0, \sigma_1 \cdots, \sigma_n, r_n)$  in  $\mathcal{B}$  mit  $(\sigma_1 \cdots \sigma_n) = w$  und  $r_0, r_n \in F$ . Da F eben die Endzustände von  $\mathcal{A}$  sind, gibt es auch ein Wort  $u \in L(\mathcal{A})$  sodass der Lauf von  $\mathcal{A}$  über u eben an  $r_1 \in F$  endet. Nun lässt sich der Lauf von w ohne die  $\varepsilon$ -Transition  $(r_0, \sigma_1, \cdots \sigma_n, r_n)$  einwandfrei an den von u in dem DFA  $\mathcal{A}$  anhängen um zu einem Weitern Endzustand von  $\mathcal{A}$  zu kommen. Es folgt  $uw \in L(\mathcal{A})$  und damit  $w \in L_{\text{suff}}(\mathcal{A})$ .

Insgesamt gilt also  $L(\mathcal{B}) = L_{\text{suff}}(\mathcal{A})$ . Aus der Vorlesung ist bekannt, dass alle Sprachen, welche  $\varepsilon$ -NFA-erkennbar sind auch DFA-erkennbar sind.

## Aufgabe 8

**a**)



b)

Alle läufe von  $\mathcal{A}$  auf dem Wort bbba:  $(q_0, b, q_0, b, q_0, b, q_1, a, q_2)$ 

 $(q_0, b, q_1, b, q_0, b, q_1, a, q_2)$ 

**c**)

$$E(\mathcal{A}, w) := \{q_0, q_1\}$$

Das Wort *cbbca* wird akzeptiert.