Gruppe $\boxed{11}$
Analysis für Informatiker

Tobias Riedel, 379133
Phil Pützstück, 377247
Kevin Holzmann, 371116
Gurvinderjit Singh, 369227

Hausaufgabe 9

Aufgabe 2

a)

Zuerst sollten wir die Gleichung so umformen, dass nur noch ein x vorkommt:

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c &= 0 && \mid \div a \\
x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 && \mid -\frac{c}{a} \\
x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} && \mid + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \\
x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} && \mid \text{quad. Ergänzung} \\
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}
\end{aligned}$$

Nun lässt sich die Gleichung nach x lösen:

$$\begin{aligned}
\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} && \mid \sqrt{} \\
x + \frac{b}{2a} &= \pm\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} && \mid -\frac{b}{2a} \\
x &= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}
\end{aligned}$$

Dies lässt sich weiter vereinfachen:

$$\begin{aligned}
x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} &= -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \cdot \frac{2a}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 \cdot (2a)^2 - \frac{c}{a} \cdot (2a)^2}}{2a} \\
&= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned}$$

Damit wären wir bei der allbekannten Mitternachtsformel. Die sogenannte Diskriminante, $b^2 - 4ac$, welche unter der Wurzel steht, bestimmt die Anzahl der Lösungen (Nullstellen). Gilt $b^2 - 4ac < 0$, so gibt es keine Lösungen (Nullstellen) in $\mathbb{R}$, gilt $b^2 - 4ac = 0$ so gibt es genau eine Lösung (Nullstelle) in $\mathbb{R}$, da stets $\pm\sqrt{0} = 0$ gilt. Ist $b^2 - 4ac > 0$ so gibt es genau 2 Lösungen (Nullstellen) in $\mathbb{R}$.

b)