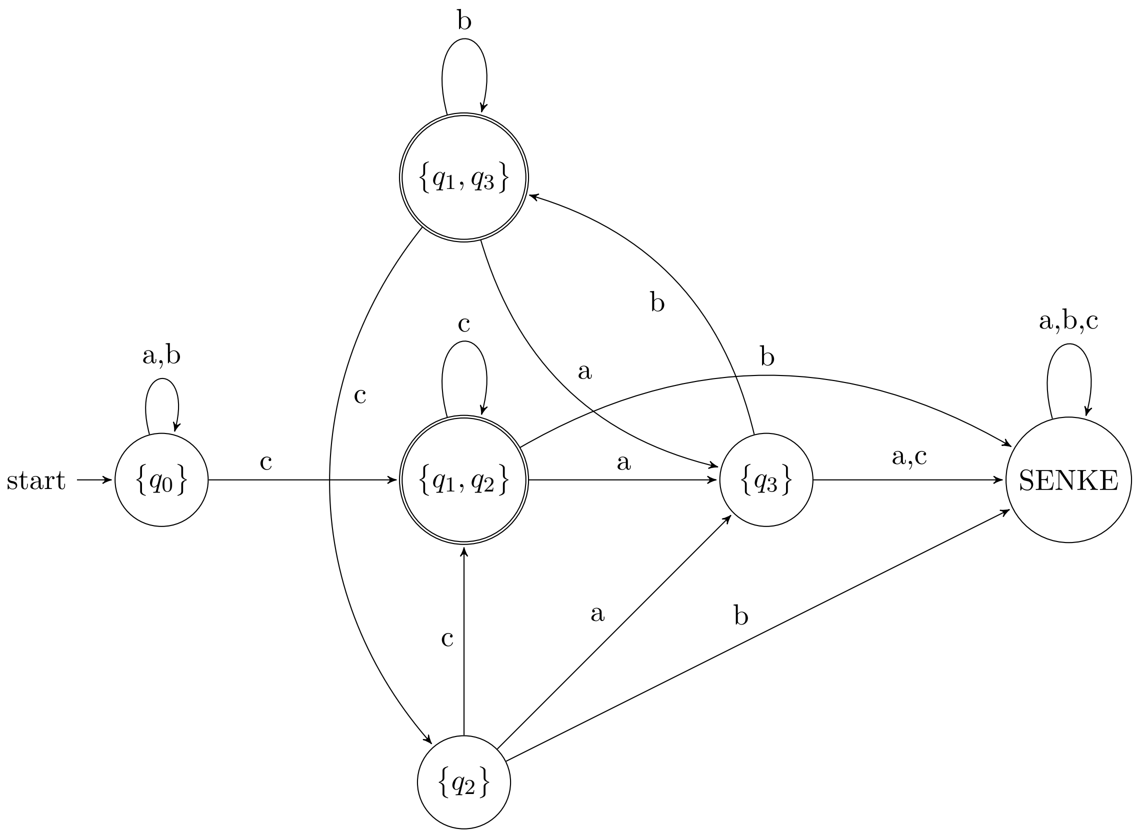
Gruppe $\boxed{\textbf{3}}$
Formale Systeme und Automaten

Phil Pützstück, 377247
Benedikt Gerlach, 376944
Sebastian Hackenberg, 377550

Hausaufgabe 3

Aufgabe 5



Aufgabe 6

Es sei o.B.d.A ein DFA $\mathcal{A}$ gegeben (sonst machen wir den gegebenen Automaten zum DFA nach Methoden der Vorlesung).

Es sei $\mathcal{A} := (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Wir definieren den ε-NFA $\mathcal{B} := (Q', \Sigma', \Delta, q_0', F')$ mit

$$Q' := Q \dot\cup \{q_0'\} \dot\cup \{(q, \varepsilon) \mid q \in Q\} \qquad \Sigma' := \Sigma \dot\cup \{\varepsilon\} \qquad F' := \{(q, \varepsilon) \mid q \in F)$$

$$\Delta := \{(q, a, q') \mid \exists q, q' \in Q, a \in \Sigma : \delta(q, a) = q'\} \dot\cup \Delta_{Q \to \varepsilon} \dot\cup \Delta_\varepsilon$$

Wobei

$$\Delta_{Q \to \varepsilon} := \{(q, \varepsilon, (q', \varepsilon)) \mid \exists q, q' \in Q, a \in \Sigma : \delta(q, a) = q'\}$$
$$\Delta_\varepsilon := \{((q, \varepsilon), a, (q', \varepsilon)) \mid \exists q, q' \in Q, a \in \Sigma : \delta(q, a) = q'\}$$

Die Idee ist, dass wir in jedem Zustand $q \in Q$ von $\mathcal{A}$ die Möglichkeit bieten, durch eine ε-Transition zu dem nächsten Zustand zu kommen. Da wir dies jedoch nur einmal machen dürfen (Es ex. genau 1 Lücke pro Wort), gehen wir dann zu einer Kopie der Zustände aus Q, hier mit (q, ε) betitelt über, in denen diese ε-Transitionen nicht mehr möglich sind. Sobald wir uns einmal in diesem Bereich der ε-Zustände befinden verhält sich der Automat wie vorher und akzeptiert die Kopien der eigentlichen Endzustände.

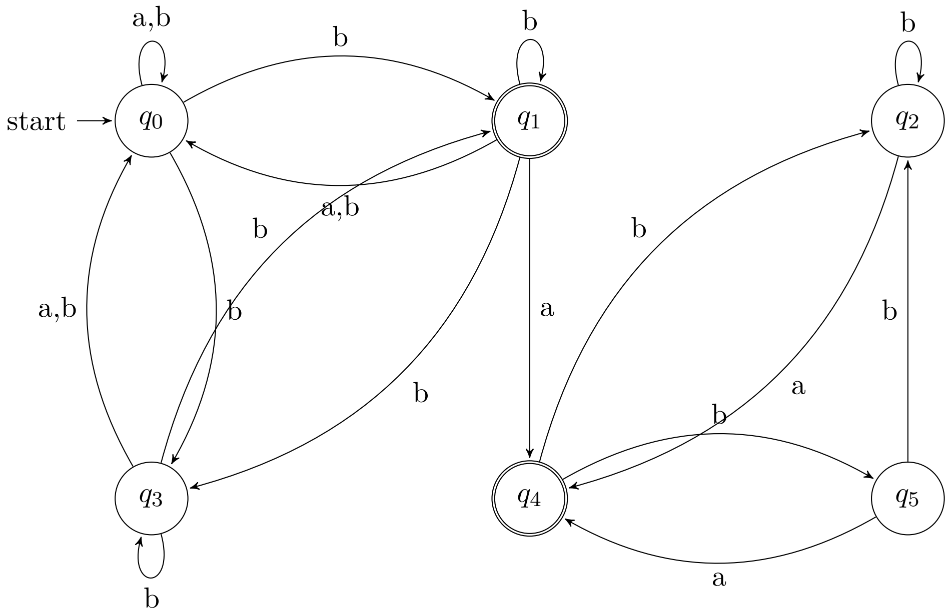
Wir zeigen $L(\mathcal{B}) \subseteq (L(A))^-$.

Aufgabe 7

a)

von q_0 mit a: -
von q_0 mit b:q_0, q_1
von q_1 mit a:q_0
von $q_1$mit b:q_0, q_1, q_3
von q_2 mit a:-
von q_2 mit b:-
von q_3 mit a:q_0
von q_3 mit b:q_0, q_1, q_3
von q_4 mit a:-
von q_4 mit b:q_2
von q_5 mit a:q_4
von q_5 mit b:q_2

b)



Aufgabe 8

Es gibt einen Automaten $\mathcal{A}$, welcher binäre, durch 3 teilbare Zahlen erkennt (Bsp 1.19 Skript). Des weiteren wissen wir, dass es einen FA gibt welcher alle Wörter akzeptiert, in denen ein gegebenes Symbol weniger als eine feste Grenze (hier 42) vorkommt (HA02). So ein FA $\mathcal{B}$ soll im folgenden alle Wörter mit höchstens 42 Einsen erkennen. Zu guter letzt haben wir einen FA zur Erkennung Infixen in der letzten Abgabe definiert bzw gezeigt, dass diese Sprache FA-erkennbar ist (HA02 Nr9). Der FA $\mathcal{C}$ soll dies hier für das Infix 101010 tun.

Wir haben also, dass $L := L(\mathcal{A}), K := L(\mathcal{B})$ und $M := L(\mathcal{C})$ FA-erkennbar sind. Nach Satz 2.40 folgt nun, dass ebenso $\overline{M}, L \cap K$ und $(\overline{M}) \cup (L \cap K)$ FA-erkennbar sind. Dies ist für ein Wort $w \in \{0,1\}^*$ logisch zu interpretieren als

$$(w \in \overline{M}) \vee (w \in L \cap K) \;\equiv\; \neg(w \in M) \vee (w \in L \wedge w \in K) \;\equiv\; w \in M \implies (w \in L \wedge w \in K)$$

Dies entspricht eben genau der Aussage; Wenn 101010 als Infix in w vorkommt ($w \in M$), dann muss w höchstens 42 Einsen haben ($w \in K$) und durch 3 teilbar sein ($w \in L$).

Insgesamt ist dies also FA-erkennbar.