Gruppe $\boxed{\textbf{11}}$
Analysis für Informatiker

Phil Pützstück, 377247
Tobias Riedel, 379133

Hausaufgabe 1

Aufgabe 1

a) $A \Rightarrow (C \wedge D)$

b) $B \Rightarrow A$

c) $D \Leftrightarrow B$

d) $A \Rightarrow (\neg B \Rightarrow D)$

e) $(C \Rightarrow \neg D) \wedge (D \Rightarrow \neg B)$

f) $C \Rightarrow ((A \wedge D) \Rightarrow \neg B)$

Aufgabe 2

Es seien $B_{1..3}$ die Möglichkeiten für den Schatz und $A_{1..3}$ die Hinweise der jeweiligen Boxen

$B_1 :=$ Der Schatz ist in der ersten Box $\quad A_1 := \neg B_1$
$B_2 :=$ Der Schatz ist in der zweiten Box $\quad A_2 := \neg B_2$
$B_3 :=$ Der Schatz ist in der dritten Box $\quad A_3 := B_2$

Zu betrachten sind nun 3 Fälle, da der Schatz nur in einer Box sein kann:

Fall	A_1	A_2	A_3
$B_1 \wedge \neg B_2 \wedge \neg B_3$	0	1	0
$\neg B_1 \wedge B_2 \wedge \neg B_3$	1	0	1
$\neg B_1 \wedge \neg B_2 \wedge B_3$	1	1	0

Die Aufgabe beschreibt, dass immer nur einer der Hinweise Wahr ist. Somit ergibt sich im 2. und 3. Fall ein Widerspruch, da mehr als ein Hinweis dort die Wahrheit beschreibt.
Somit muss der Schatz in der ersten Box sein.

Aufgabe 3

(fig.1)

schuldig	erhängt	schuldig $\Rightarrow$ erhängt
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

i) Dieser Satz ist logisch korrekt. Schuldig impliziert eine Erhängung und ist somit auch hinreichend für eine (schuldig $\Rightarrow$ gehängt). Es wäre ein logischer Widerspruch, wenn er nicht gehängt würde insofern er schuldig ist (siehe fig.1 Zeile 2).

ii) Dieser Satz is nicht logisch korrekt. Schuldig sein ist zwar eine hinreichende, jedoch nicht notwendige Bedingung um erhängt zu werden. Somit können auch andere Ereignisse seine Erhängung verursachen. Es ist zu erkennen, dass erhängt werden ohne schuldig zu sein keinen logischen Widerspruch darstellt (siehe fig.1 Zeile 3).

iii) Dieser Satz ist nicht logisch korrekt. Schuldig sein mag eine Erhängung implizieren, jedoch gilt dies nicht unbedingt andersherum. Dieser Fall ist ähnlich zu dem in ii), es stellt keinen logischen Widerspruch dar, erhängt zu werden ohne schuldig zu sein. (s.o.)

iv) Dieser Satz ist logisch korrekt. Da schuldig sein hinreichend für eine Erhängung ist, wäre es ein logischer Widerspruch nicht erhängt zu werden insofern man schuldig ist (zu erkennen in fig.1 Zeile 2)

Aufgabe 4

$\mathbb{N}$:= Menge aller natürlichen Zahlen

$x \in M$:= x ist Teil der Menge M

$x \notin M$:= x ist nicht Teil der Menge M

$\forall x$:= "für alle x"

$\forall x_1, x_2, ... \in M : L$:= "für alle $x_1, x_2, ...$ aus der Menge M gilt der Ausdruck L"

$x \wedge y$:= logisches und; "es gilt x und y"

$x \Rightarrow y$:= logische Implikation, "x impliziert y", "x ist hinreichend für y"

$x \Leftrightarrow y$:= logische Äquivalenz, "x genau dann, wenn y"

$N \subseteq M := \forall x \in N : x \in M$, "N ist eine Teilmenge von M"

a) $1 \in \mathbb{N}$

b) $\forall x \in \mathbb{N} : x = x$

c) $\forall x, y \in \mathbb{N} : (x = y) \Rightarrow (y = x)$

d) $\forall x, y, z \in \mathbb{N} : ((x = y) \wedge (y = z)) \Rightarrow (x = z)$

e) $(y \in \mathbb{N}) \wedge (x = y) \Rightarrow (x \in \mathbb{N})$

f) $\forall x \in \mathbb{N} : (x + 1) \in \mathbb{N}$

g) $\forall x, y \in \mathbb{N} : (x = y) \Leftrightarrow (x + 1 = y + 1)$

h) $(y + 1 = 1) \Rightarrow (y \notin \mathbb{N})$ bzw. $\neg (\exists y \in \mathbb{N} : y + 1 = 1)$

i) $(1 \in K) \wedge (\forall x \in K : (x + 1) \in K) \Rightarrow \mathbb{N} \subseteq K$