

浙江大学实验报告

专业： 电子信息工程
姓名： 王涵
学号： 3200104515
日期： 2022.10.27
地点： 教二

课程名称： 控制理论（乙） 指导老师： 韦巍 成绩： _____
实验名称： 二阶系统的瞬态瞬态分析 实验类型： 验证性 同组学生姓名： 无

实验目的

1. 熟悉二阶模拟系统的组成
2. 研究二阶系统分别工作在 $\xi=1$, $0<\xi<1$ 以及 $\xi>1$ 三种状态下的单位阶跃响应，并测量超调量 σ_p ，峰值时间 t_p 和调整时间 t_s
3. 分析增益 K 对二阶系统单位阶跃响应的超调量 σ_p ，峰值时间 t_p 和调整时间 t_s 的影响

实验原理

二阶系统的瞬态响应框图如下，输入信号 $u_i(s)$ 与反馈信号 $u_o(t)$ 相减，输入到系统，

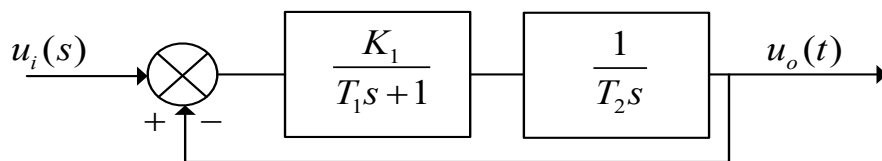


图 1. 实验框图

其中 $\frac{K_1}{T_1 s + 1}$ 的响应对应基于运放、电容、电阻组成惯性环节， $\frac{1}{T_2 s}$ 对应使用运放、电容、电阻搭建的积分环节，反馈电路可有运放和电阻实现，具体电路图如下，

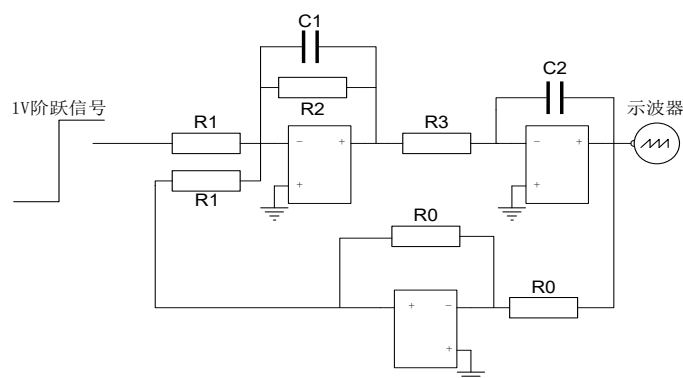


图 2. 实验电路图

三个运放对应实验框图的三个环节，通过公式推导可以得到闭环传递函数

$$\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = \frac{K}{T_1 T_2 S^2 + T_2 S + K} = \frac{K / T_1 T_2}{S^2 + T_1 S + K / T_1 T_2}$$

而二阶系统标准传递函数为

$$G(S) = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

$$\frac{U_o(S)}{U_i(S)} = \frac{K}{T_1 T_2 S^2 + T_2 S + K} = \frac{K / T_1 T_2}{S^2 + T_1 S + K / T_1 T_2}$$

可以计算得到

$$\omega_n = \sqrt{K / T_1 T_2}$$

$$\xi = \sqrt{T_2 / 4T_1 K}$$

调节开环增益 K 值，二阶系统响应是否会发生震荡的依据是阻尼系数

当阻尼系数大于 0 小于 1，二阶系统处于欠阻尼状态，波形会发生震荡

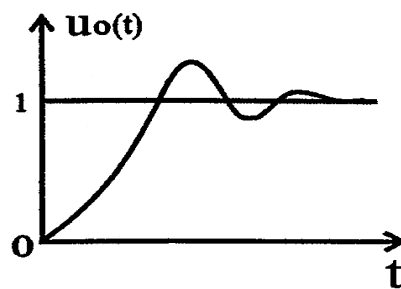


图 3. 欠阻尼状态波形震荡图

当等于 1，二阶系统处于临界阻尼状态，输出电压会缓慢上升，趋近一个平稳的值

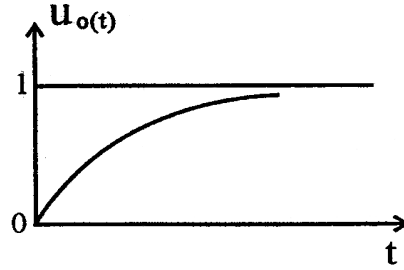


图 4. 临界阻尼和过阻尼状态波形图

当大于 1，处于过阻尼状态，波形类似于临界阻尼，输出电压会缓慢上升，趋近一个稳定的电压

在具体实验中，

$$\xi = \sqrt{T_2 / 4T_1 K}$$

所以，我们可以通过修改 K 来实现电路的不同阻尼情况，其中 K 对应惯性环节的 K

实验内容

1. 设计二阶系统，使系统的开环传递函数为 $G(s) = K / [0.5s(0.2s + 1)]$ ，令输入等于 1v，在示波器上观测不同 K (K=10, 2, 0.625, 0.5) 时的单位阶跃响应的波形，并由实验求得相应的 σ_p , t_p , t_s 的值
2. 调节开环增益 K，使二阶系统的阻尼比 $\xi = 0.707$ ，观察并记录此时的单位阶跃响应波形和 σ_p , t_p , t_s 的值

实验数据记录和处理

在惯性环节中， $T_1 = R_2 C_1 = 0.2s$ ， $K = \frac{R_2}{R_1}$ ；所以我选用了 $R_2 = 200k\Omega$ ， $C_1 = 1\mu F$ 的参数，通过改变 R_1

的大小实现改变 K 的目的；在积分环节中， $T_2 = R_3 C_2 = 0.5s$ ，所以我选用了 $R_3 = 510k\Omega$ ， $C_2 = 1\mu F$ 的参数；在反馈电路中，因为 R_0 的参数不影响反馈响应，所以我选用了 $R_0 = 510k\Omega$ 。

1. K=10

在这组中，通过将 R_1 的阻值调节成 $20k\Omega$ ，因为 $K > 0.625$ ，所以电路会发生震荡，需要测量最大超调量，峰值时间和调整时间：

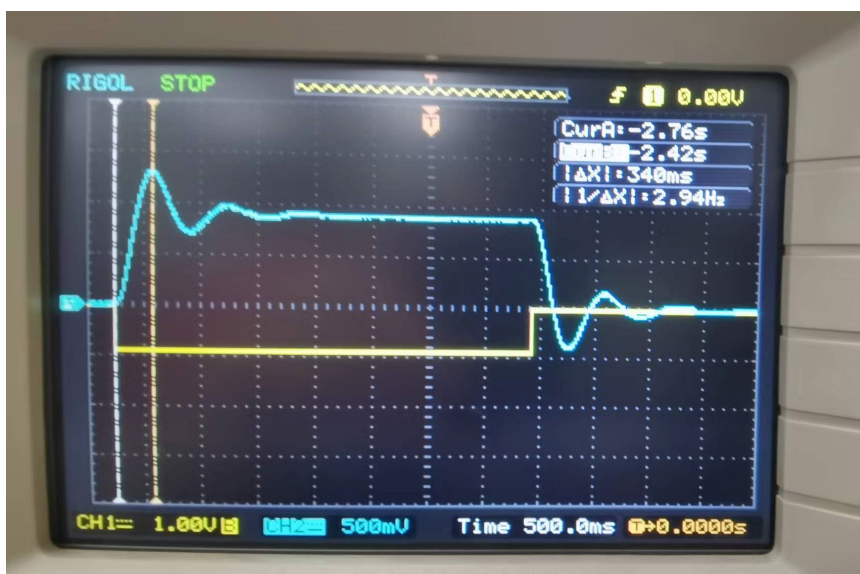


图 1. 峰值时间

根据波形测出峰值时间为 340ms



图 2. 调整时间

根据波形测出调整时间为 1.78s

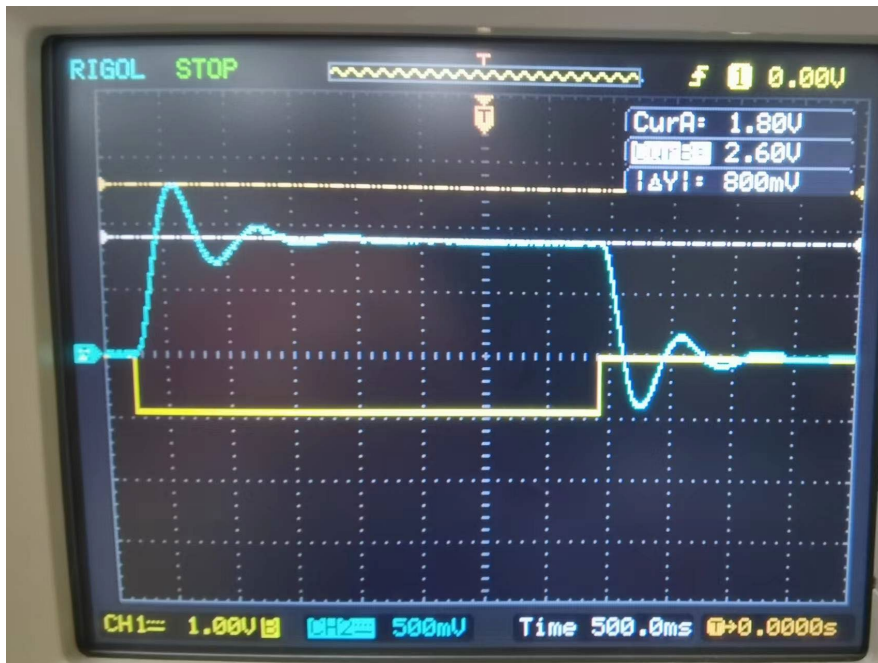


图 3. 最大超调量
计算出最大超调量为 44.4%

2. $K=2$

这组中， R_1 调整为 $100k\ \Omega$ ，此时 $k > 0.625$ ，所以仍处于震荡波形

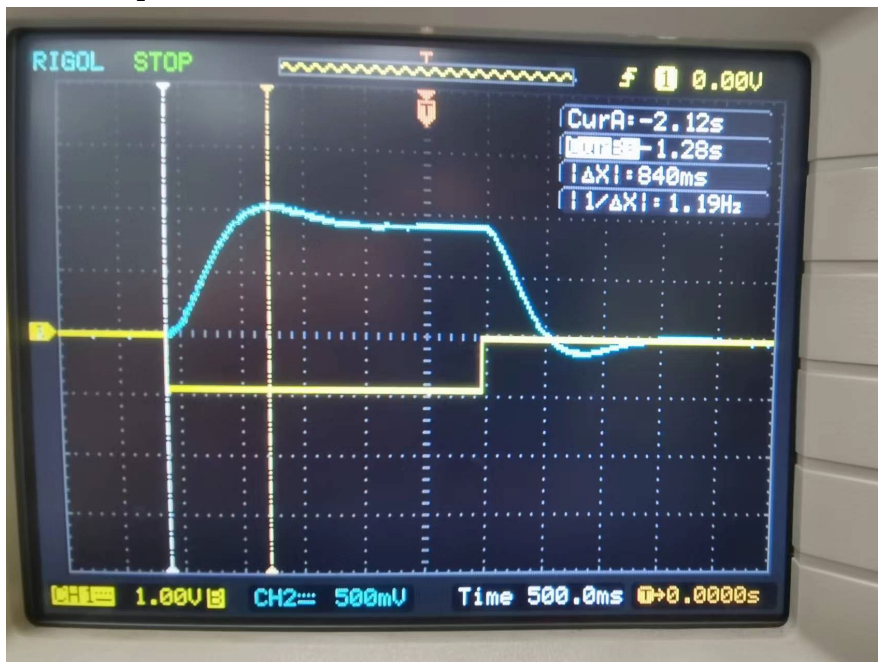


图 4. $K=2$ 峰值时间
根据波形判断出峰值时间为 840ms

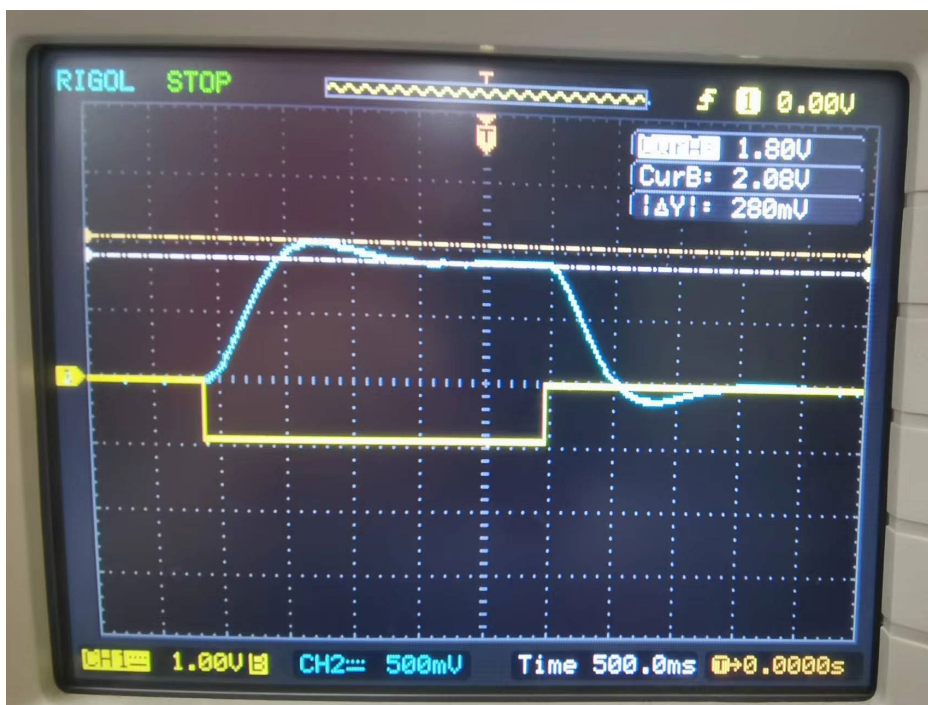


图 5. $K=2$ 最大超调量
此时最大超调量为 15.56%

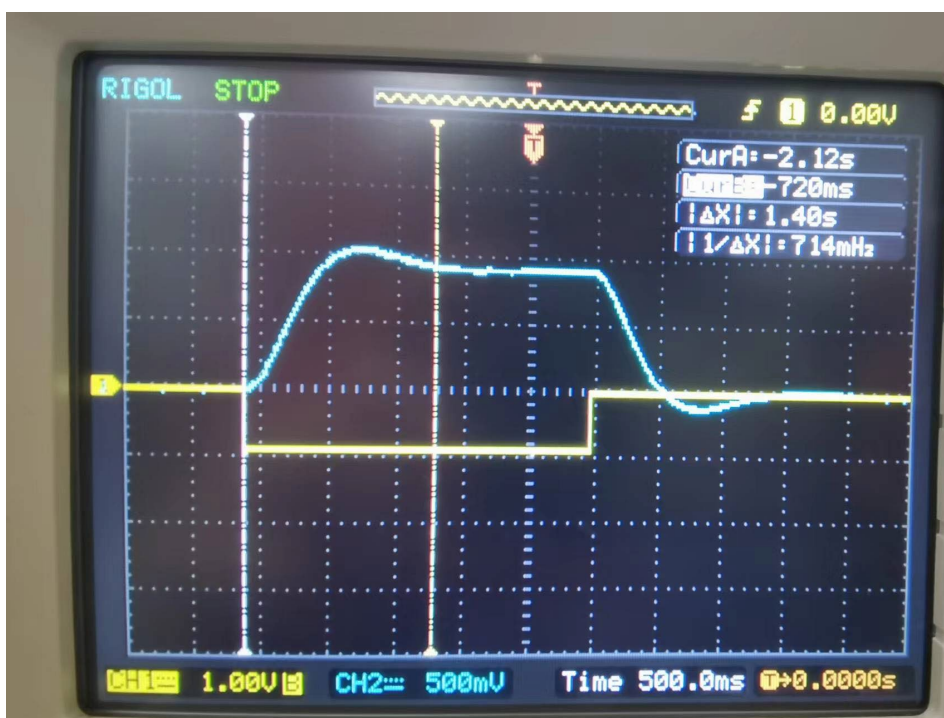


图 6. $K=2$ 稳态时间
此时稳态时间为 1.40s

3. $K=0.625$

设置 $R_1 = 320k\Omega$ ，此时二阶系统处于临界阻尼态，输出波形不会发生震荡



图 7. $K=0.625$ 稳态时间

因为输出波形没有发生震荡，所以也就不存在峰值时间和最大超调量，上图测量的是稳态时间，为 2.76s

4. $K=0.5$

设置 $R_1 = 400k\Omega$ ，此时处于过阻尼状态，电路不会发生震荡，



图 8. $K=0.5$ 稳态时间

稳态时间为 3.76s

5. $\xi = 0.707$

因为 $\xi = \sqrt{\frac{0.625}{K}}$ ，可以计算出此时 $K=1.25$ ，算出 $R_1=160k\Omega$ ，此时而二阶电路处于震荡状态，

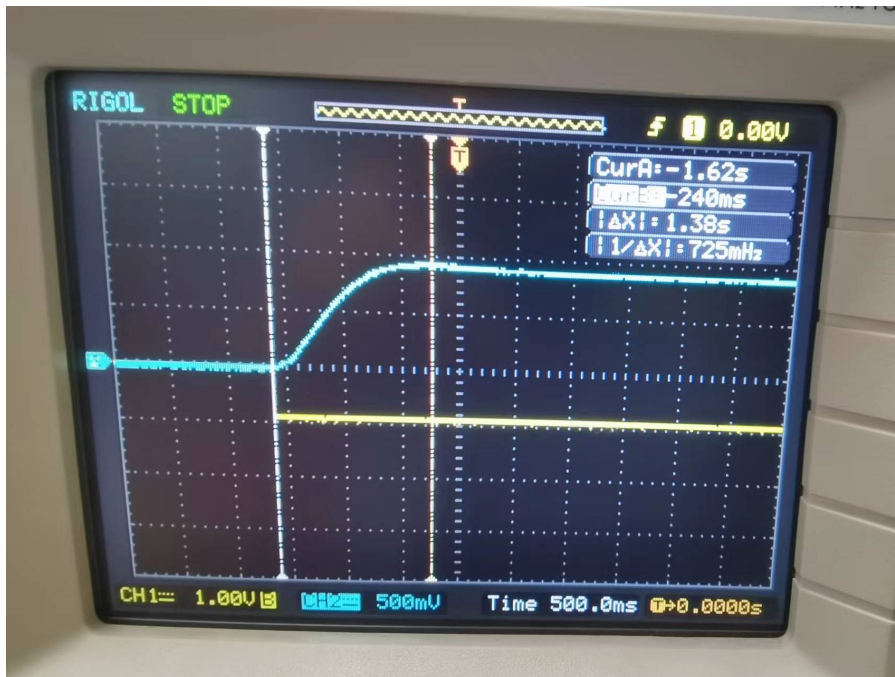


图 9. 峰值时间
测出峰值时间为 1.38s

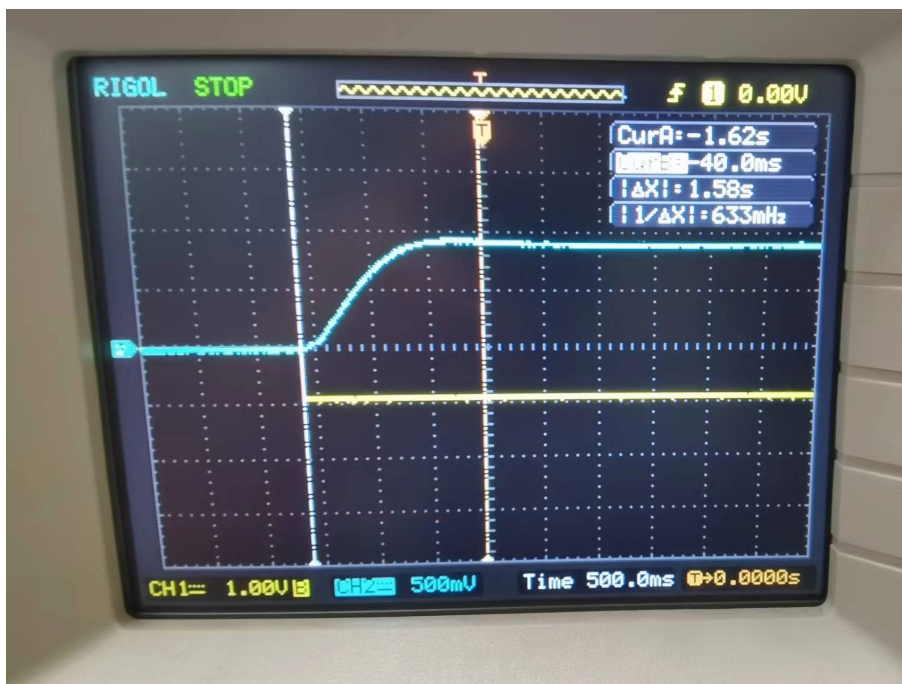


图 10. 调整时间
测出调整时间为 1.58s



图 11. 最大超调量
测出最大超调量为 4.55%

实验结果和分析

根据理论分析，二阶系统的暂态响应指标为，峰值时间为

$$t_p = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n}$$

最大超调量

$$\sigma_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

当允许存在 5%的误差时，调整时间为

$$t_s = \frac{3}{\xi \omega_n}$$

当允许存在 2%的误差时，调整时间为

$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$$

现在进行理论和实际实验的对比，

k=10 时有，

$$\omega_n = \sqrt{10k} = 10 \text{ rad/s}, \quad \xi = \sqrt{\frac{0.625}{K}} = 0.25$$

计算得到峰值时间 0.3245s，最大超调量 44.4%，允许 3%误差时，调整时间为 1.2s，允许 5%误差时，

调整时间为 1.6s；实际实验得到的峰值时间为 0.340s，最大超调量为 44.4%，允许 5%误差时，调整时间为 1.78s

k=2 时，计算得到

$$w_n = \sqrt{10k} = 4.47 \text{ rad/s}, \xi = \sqrt{\frac{0.625}{K}} = 0.559$$

计算得到峰值时间 0.8476s，最大超调量为 12.03%，允许 3%误差时，调整时间为 1.2s，允许 5%误差时，调整时间为 1.6s；实际实验得到为峰值时间为 0.840s，最大超调为 15.56%，允许 5%误差时，调整时间为 1.4s

当阻尼系数为 $\xi \geq 1$ 时，稳态时间公式为

$$t_s = (3 \sim 4) * \frac{1}{(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})w_n}$$

k=0.625 时，计算得到

$$w_n = \sqrt{10k} = 2.50 \text{ rad/s}, \xi = \sqrt{\frac{0.625}{K}} = 1.00$$

计算得到稳态时间为 1.6s；实际实验得到的 5%误差的稳态时间为 2.76s

k=0.5 时，计算得到

$$w_n = \sqrt{10k} = 2.236 \text{ rad/s}, \xi = \sqrt{\frac{0.625}{K}} = 1.18$$

计算得到稳态时间为 2.4236~3.23s，实际实验，测出允许误差在 5%左右的稳态时间为 3.76s；

$\xi = 0.707$ 时，计算得到 k=1.25

$$w_n = \sqrt{10k} = 3.5355 \text{ rad/s}$$

计算得到峰值时间为 1.2565s，最大超调量为 4.33%，允许 2%误差时，调整时间为 1.2s，允许 5%误差时，调整时间为 1.6s；实际实验得到的峰值时间为 1.38s，最大超调量为 4.55%，调整时间为 1.58s

通过理论值和实际值的对比发现，峰值时间和最大超调量误差较小，但在调整时间上误差较大，原因可能是使用示波器 cursor 功能时，很难做到准确的量取到偏离稳态值 5%或者 2%的电压值，所以误差较大；另外示波器光标移动的步数也太大，无法做到准确定位；波形也存在波动，有些部分也模糊不清，也很难做到准确定位；

思考题：

1. 阶跃信号输入信号过大时，可能会对系统产生损坏，会使实验测出的各种数据都会发生变化，使其精度降低，增大实验误差，同时会使系统动态特性的非线性因素增大，使线性系统变成非线性系统；也有可能造成实验的失败，最后实验不能趋于稳定，实验结果出错等
2. 使用运放搭个闭环放大器就能实现负反馈了，当反馈通道的传递函数为 1 时，此时为单位负反馈，可以见本次实验的用于反馈的运放，就是一个单位负反馈
3. 一个运放用于搭建惯性环节，一个运放用于搭建积分环节，一个运放用于负反馈，三个运放都有各自的作用

实验心得和体会：

这次的实验综合了第二章和第三章的知识，考察了我的综合理解能力。在刚开始的实验中，因为忘接了一条导线，所以导致波形一直出不了，这让我学会下次一定要仔细检查电路正确性后再之后的工作。最后，本人也在这次的实验中，通过观察波形，测量最大超调量、峰值时间和调整时间，巩固了书本知识，对二阶系统的瞬态响应有了更深的理解。