

浙江大学实验报告

专业：电子信息工程
姓名：王涵
学号：320010
地点：教二—213

课程名称：控制理论 指导老师：韦巍 成绩：_____

实验名称：频率特性的测量

一、实验目的

- 1.掌握通过实验测量典型环节的频率特性的方法。
- 2.掌握利用测量数据，作出对数幅频、相频特性曲线，并根据对数幅频曲线的渐近线估计出开环系统的传递函数的方法。

二、实验原理和内容

对于稳定的线性定常系统或环节，当其输入端加入一正弦信号 $X(t) = X_m \sin \omega t$ 。它的稳定输出是与输入信号同频率的正弦信号，但其幅值和相位将随着输入信号频率 ω 的变化而变化。

$$Y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi) = X_m |G(j\omega)| \sin(j\omega + \varphi)$$

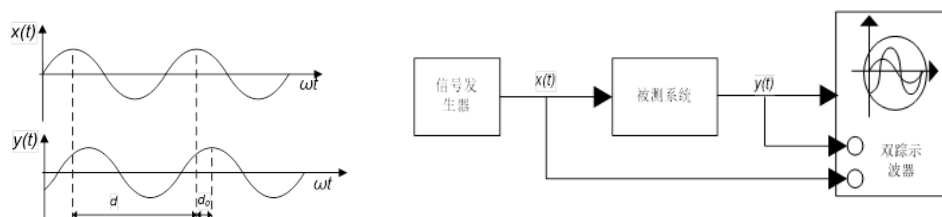
$$\text{幅值比: } |G(j\omega)| = \frac{Y_m}{X_m}, \text{ 相位差: } \varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$$

双踪信号比较法：

将正弦信号接系统输入端，同时用双踪示波器的 Y1 和 Y2 测量系统的输入端和输出端两个正弦波，示波器触发正确的话，可看到两个不同相位的正弦波，测出波形的周期 D 和相位差 d_0 ，则相位差 $\varphi(\omega) = -\frac{d_0}{D} * 360^\circ$

李沙育图形法：

以时间为参变量，绘制输入输出波形采取逐点，形成一个椭圆（或直线）。频率特性可以通过测量椭圆上的相应参数获得。



双踪信号比较法

李沙育图形法

李沙育图

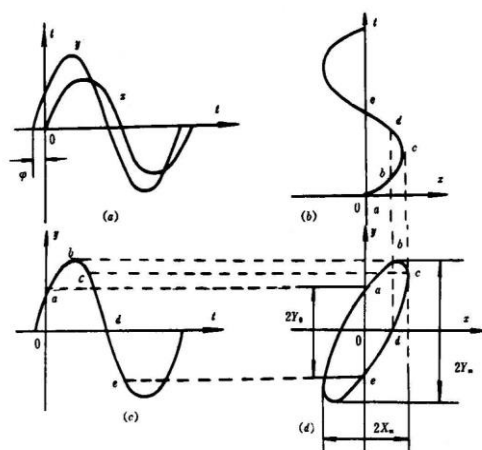
$$t = 0, x(0) = 0, y(0) = Y_m \sin(\varphi(\omega))$$

$$\varphi(\omega) = \sin^{-1} \frac{2Y_0}{2Y_m} = \sin^{-1} \frac{Y_0}{Y_m}$$

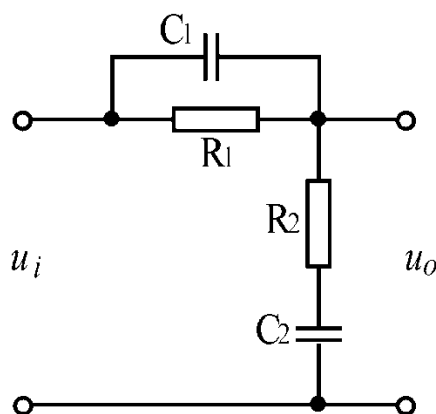
Y_0 为椭圆和 Y 轴交点间的长度的一半

$$|G(j\omega)| = \frac{2Y_m}{2X_m}$$

$$L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg \left(\frac{2Y_m}{2X_m} \right)$$



实验一：RC 网络的频率特性测试



$$R_1 = R_2 = 10K, C_1 = 0.01\mu F, C_2 = 0.1\mu F$$

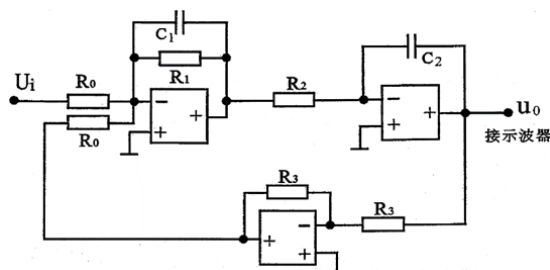
输入是有效值为 5V，频率变化的交流电源，被测部分是 R_2 、 C_2 串联部分，以输入为 X 轴，输出为 Y 轴，利用示波器双踪示波 X-Y 模式绘制李沙育图形，通过测量 X_m 、 Y_m 、 Y_0 即可得到系统的幅频和相频特性曲线。

实验二：二阶闭环系统幅频特性

$$G_2(s) = \frac{10}{s(1+0.2s)}$$

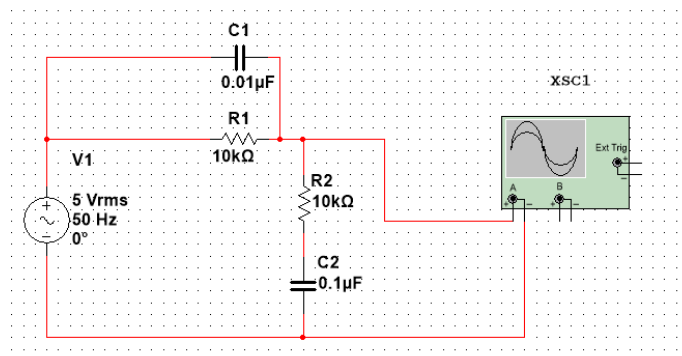
二阶系统开环传递函数：

闭环系统示意图如下所示



三、实验数据记录、处理和分析

实验一：RC 网络的频率特性测试，被测环节和系统的模拟电路图如下



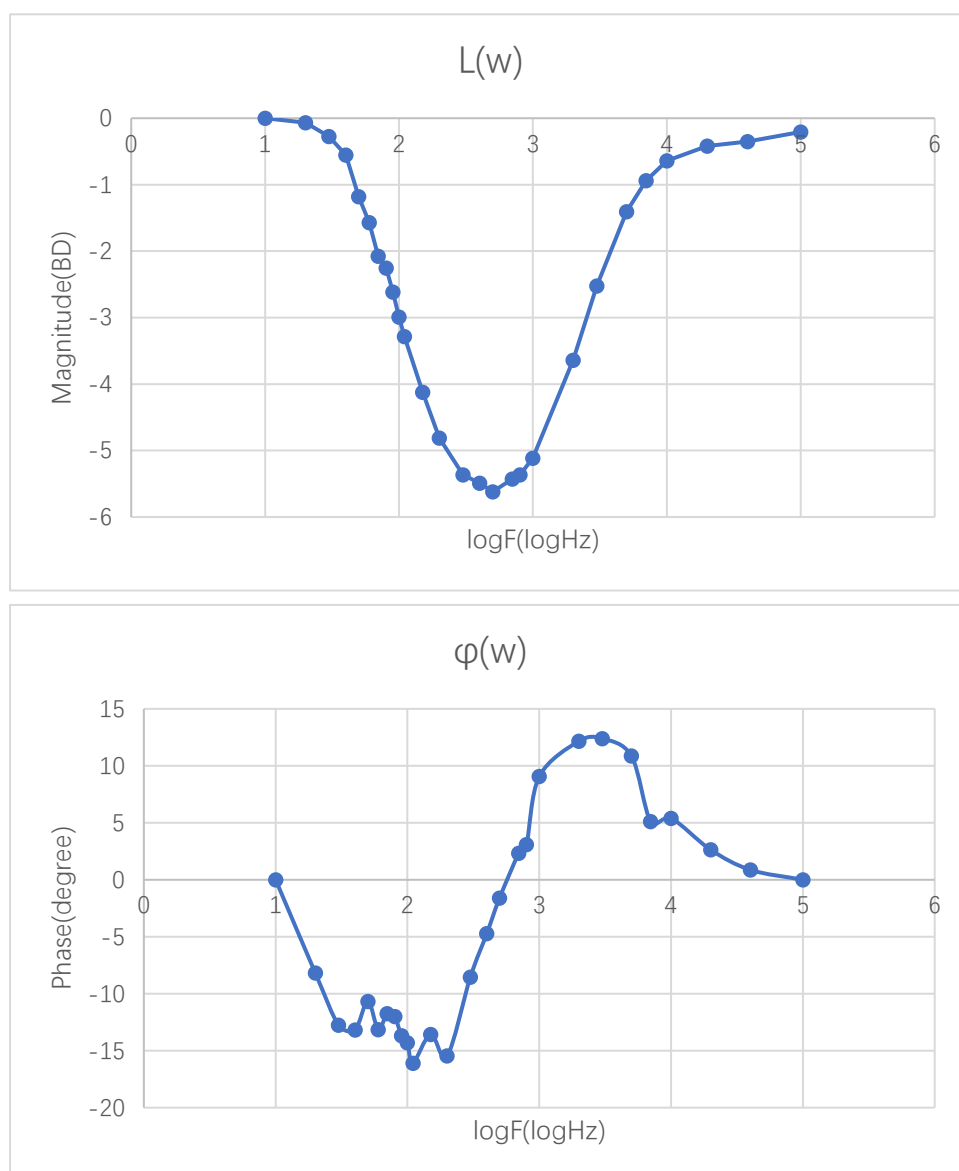
根据上述具体模拟电路图进行实验测量，得到实验数据如下表记录所示

RC网络特性								
Hz	logf	2Xm(V)	2Ym(V)	2Y0(V)	w(rad/s)	L(w)	φ(w)	
10	1	5.6	5.2	0	62.83185	FALSE	0	
20	1.30103	5.24	5.2	-0.8	125.6637	-0.06656	-8.18636	
30	1.477121	5.2	5.04	-1.2	188.4956	-0.27146	-12.7414	
40	1.60206	5.2	4.88	-1.2	251.3274	-0.55167	-13.1678	
50	1.69897	5.04	4.4	-0.88	314.1593	-1.17956	-10.672	
60	1.778151	5.08	4.24	-1.04	376.9911	-1.56996	-13.134	
70	1.845098	5.08	4	-0.88	439.823	-2.07607	-11.7562	
80	1.90309	5.08	3.92	-0.88	502.6548	-2.25155	-12.0002	
90	1.954243	5.08	3.76	-0.96	565.4867	-2.61352	-13.6834	
100	2	5.08	3.6	-0.96	628.3185	-2.99122	-14.3064	
110	2.041393	5.08	3.48	-1.04	691.1504	-3.28569	-16.0849	
150	2.176091	5.08	3.16	-0.8	942.4778	-4.12353	-13.5653	
200	2.30103	5.08	2.92	-0.84	1256.637	-4.80962	-15.4651	
300	2.477121	5.08	2.74	-0.44	1884.956	-5.36226	-8.54796	
400	2.60206	5.08	2.7	-0.24	2513.274	-5.49	-4.71734	
500	2.69897	5.08	2.66	-0.08	3141.593	-5.61964	-1.59423	
700	2.845098	5.08	2.72	0.12	4398.23	-5.4259	2.338994	
800	2.90309	5.08	2.74	0.16	5026.548	-5.36226	3.096652	
1000	3	5.08	2.82	0.48	6283.185	-5.11229	9.065416	
2000	3.30103	5.08	3.34	0.76	12566.37	-3.64234	12.16645	
3000	3.477121	5.08	3.8	0.88	18849.56	-2.5216	12.38612	
5000	3.69897	5.08	4.32	0.88	31415.93	-1.4076	10.87239	
7000	3.845098	5.08	4.56	0.44	43982.3	-0.93798	5.122004	
10000	4	5.08	4.72	0.48	62831.85	-0.63843	5.399164	
20000	4.30103	5.08	4.84	0.24	125663.7	-0.42037	2.629177	
40000	4.60206	5.08	4.88	0.08	251327.4	-0.34888	0.868891	
100000	5	5.08	4.96	0	628318.5	-0.20764	0	

数据处理：

得到的系统传递函数为 $G(S) = \frac{10^{-4}S^2 + (10^{-1} + 1)S + 10^3}{10^{-4}S^2 + (10^{-1} + 2)S + 10^3}$

使用图中数据绘制 Bode 图如下，



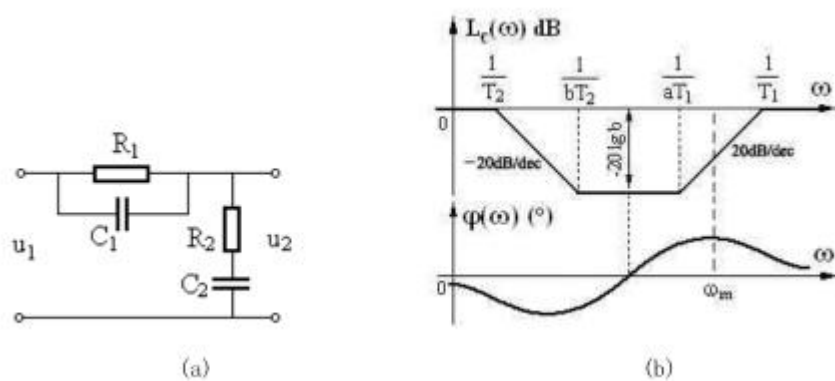
误差分析:

对于幅频特性曲线，实测图与理论图的趋势基本一致，不过因为刚开始实验时，值较大，光标测量时误差较大，因此引入了一定程度上的误差。

对于相频特性曲线，在实际实验中 Y_0 较难精准测量，均是通过光标粗略的观察 Y_0 的大小，因此存在较大误差，画出的波形图与理论的观察，发现趋势基本一致，但是由于观测误差较大等原因，波形并不光滑，存在较大的误差。

测量分析:

根据理论推导，超前滞后无源网络的理论模型和特性如下图所示



可以得到传递函数如下

$$G_c(s) = \frac{R_2 + 1/sR_2}{R_2 + \frac{1}{sR_2} + R_1 // \frac{1}{sC_1}} = \frac{(sR_1C_1 + 1)(sR_2C_2 + 1)}{(sR_1C_1 + 1)(sR_2C_2 + 1) + sR_1C_2}$$

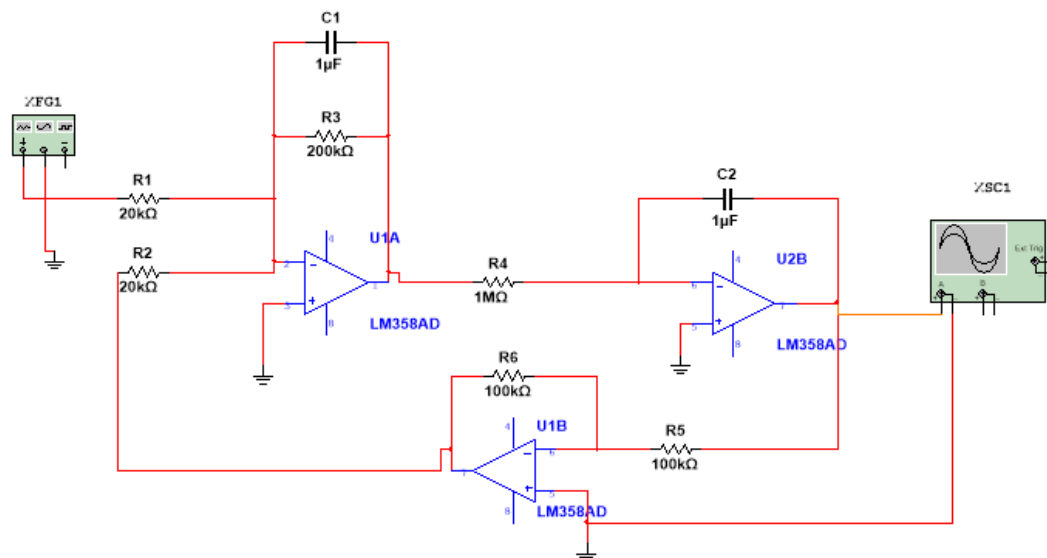
结合实测数据，得到 $R_1C_1 = 10^{-4}s$, $R_2C_2 = 10^{-3}s$, $R_1C_2 = 10^{-3}s$

带入数据，最终得到开环传递函数 $G(S) = \frac{10^{-4}S^2 + (10^{-1} + 1)S + 10^3}{2 \times 10^{-5}S^2 + (10^{-2} + 2)S + 10^3}$

实验数据实测得到的开环传递函数与理论推导值存在差异，这是由于进行实测实验时，取点的范围有限，且间隔较大，引入了一定的误差。

实验二：二阶闭环系统幅频特性

实验模拟电路图如下，被测环节和模拟电路图如下



实测得到的数据记录在下表中

二阶闭环系统频率响应特性						
Hz	2X _m (V)	2Y _m (V)	2Y ₀ (V)	w (rad/s)	L(w)	φ (w)
0.5	5.12	5.76	2.04	3.14	1.02	-20.7424
0.7	5.12	5.96	3.56	4.40	1.32	-36.6779
0.8	5.12	6.4	4.86	5.03	1.94	-49.4091
0.9	5.12	5.76	5.12	5.65	1.02	-62.734
1	5.12	5.12	5	6.28	0.00	-77.5707
1.1	5.12	4.58	4.54	6.91	-0.97	-97.5779
1.2	5.12	4.2	3.88	7.54	-1.72	-112.51
1.3	5.12	3.88	3.04	8.17	-2.41	-128.417
1.6	5.12	3.1	1.96	10.05	-4.36	-140.783
2	5.12	2.26	0.92	12.57	-7.10	-155.978
5	5.12	0.592	0.12	31.42	-18.74	-168.305
7	5.12	0.336	0.04	43.98	-23.66	-173.163

数据分析:

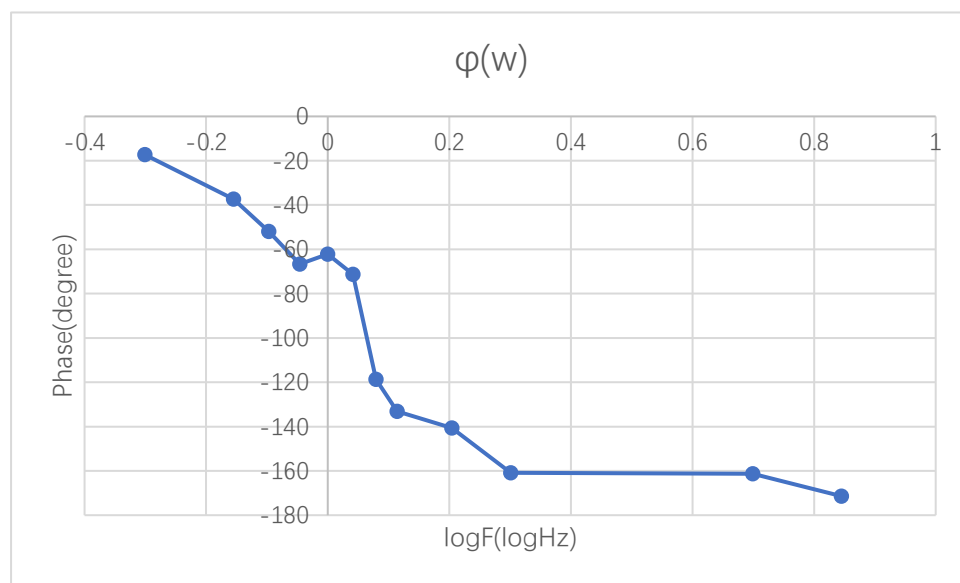
开环传递函数:

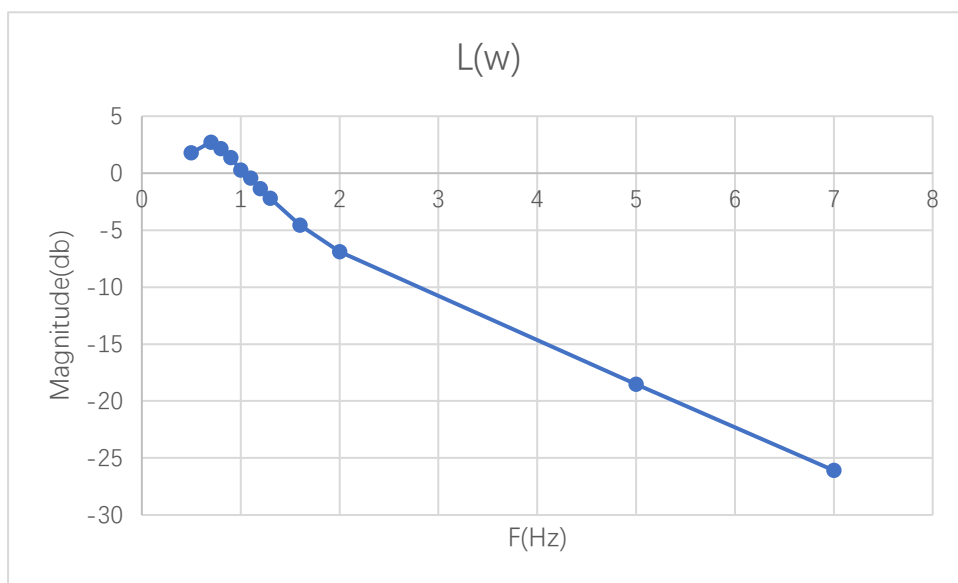
$$G_2(s) = \frac{10}{s(1+0.2s)}$$

闭环传递函数:

$$G_1(s) = \frac{G_2(s)}{1+G_2(s)} = \frac{10}{0.2s^2 + s + 10}$$

得到幅频、相频特性曲线如下图所示





数据分析:

实际实验中,幅频特性曲线峰值在 $f=0.7\text{Hz}$, $\omega=4.392\text{rad/s}$ 取到,且此时 Magnitude 为 2.72dB 。与理论值 $\omega=6.15\text{rad/s}$, Magnitude 3.58dB 存在一定的误差,可能的原因是信号源输出的信号频率不准确,以及搭建电路时可变电阻误差较大,导致放大增益与理论值差距较大。幅频特性曲线的总体趋势与理论推导吻合,但是相频曲线光滑度不高,原因可能是测量的时候光标没有定位的十分精确,引入了粗大误差,不过曲线和趋势和理论曲线一致。

四、 思考题

1、相频特性时,若把信号发生器的正弦信号送入 Y 轴,而把被测系统的输出信号送入 X 轴,试问这种情况下如何根据旋转的光电方向来确定相位的超前与滞后。

当输入信号为 Y 轴,输出信号为 X 轴时,旋转的方向为顺时针为滞后,逆时针为超前。

2、请阐述开环与闭环伯德图的意义。

开环伯德图能提供的信息有:开环频率响应,进而可以通过图解法求得闭环频率响应(向量图/等 M 圆图/等 N 圆图);稳定性特性——幅值裕度、相位裕度;开环伯德图的形状也表征了闭环系统的响应特性;

闭环伯德图能提供的信息:幅值峰值 M_p , 峰值频率 ω_p , 系统带宽 ω_{BW} , 其中频率指标与时域指标对应关系:

$$M_p = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$\begin{aligned}\omega_{BW} &= \omega_n \sqrt{(1-2\zeta^2) + (4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2)} \\ &= \frac{\pi}{T_p \sqrt{1-\zeta^2}} \sqrt{(1-2\zeta^2) + (4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2)}\end{aligned}$$

综合分析开环波特图和闭环波特图之间的差异：

- （1）可以通过开环伯德图较方便地获取系统稳定性信息，通过调整开环伯德图的形状以达到期望的控制性能；
- （2） 闭环伯德图直观展示整个系统输入输出响应特性，也能与时域响应紧密联系，适用于设计结果验证，不适合用于分析控制回路在整个系统中的作用；
- （3） 某些系统开环频域响应数据更容易获取；
- （4） 开环伯德图更适用于控制器设计，因为开环回路就是控制器所需要调整和处理的回路。