

浙江大学实验报告

专业： 电子信息工程
姓名： _____
学号： _____
日期： 2022 年 6 月 1 日
地点： 东三-411

课程名称： 工程电磁场与波 指导老师： 姚纓英 成绩： _____

实验名称：球形载流线圈的场分布和自感以及磁悬浮 实验类型：基础规范型 同组学生姓名：
陈启凡

一、实验目的和要求

球形载流线圈的场分布和自感：

1. 研究球形载流线圈（磁通球）的典型磁场分布及其自感参数；
2. 掌握工程上测量磁场的两种基本方法——感应电势法和霍耳效应法；
3. 在理论分析与实验研究相结合的基础上，力求深化对磁场边值问题、自感参数和磁场测量方法等知识点的理解，熟悉霍耳效应高斯计的应用。

磁悬浮：

4. 观察自稳定的磁悬浮物理现象；
5. 了解磁悬浮的作用机理及其理论分析的基础知识；
6. 在理论分析与实验研究结合的基础上，力求深化对磁场能量、电感参数和电磁力等知识点的理解。

二、实验内容和原理

球形载流线圈的场分布和自感：

实验内容：

1. 测量磁通球轴线上磁感应强度 B 的分布；
2. 探测磁通球外部磁场的分布；
3. 磁通球自感系数 L 的实测值；
4. 观察电压、电流之间的相位关系

实验原理：

1. 球形载流线圈的磁场分析

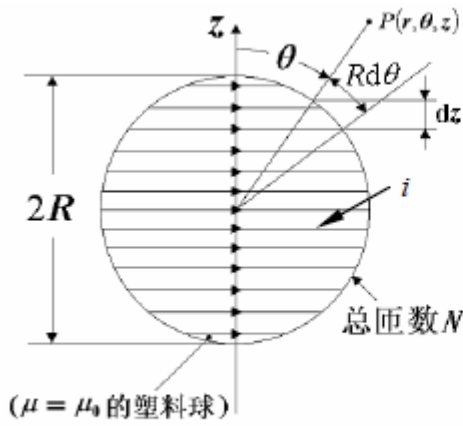


图 1-1 球形载流线圈（磁通球）

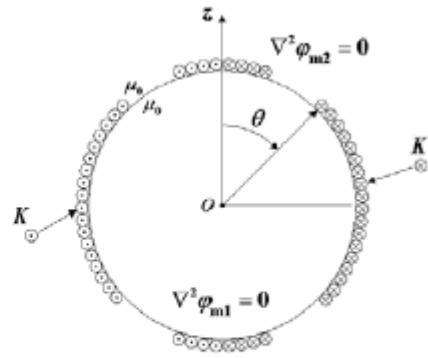


图 1-2 呈轴对称性的计算场域

球形载流线圈如图 1-1 所示，当 z 方向具有均匀匝数分布的球形线圈中通过正弦电流 i 时，可等效看作流经球表面的面电流密度 K 的分布。

通过推导可以得到本实验模拟的在球表面的面电流密度 K 的分布为

$$K = \frac{N}{2R} i \sin \theta \vec{e}_\phi$$

于是，因为在由球面上的面电流密度 K 所界定的球内外轴对称场域中没有自有电流的分布，所以，可以采用标准磁位 φ_m 为待求场量，列出待求的边值问题如下：

列出泛定方程和边界条件方程如下所示：

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 \varphi_{m1} = 0 \quad (r < R) \\ \nabla^2 \varphi_{m2} = 0 \quad (r > R) \\ H_{t1} - H_{t2} = -\frac{N}{2R} i \sin \theta \quad (r = R) \\ \mu_0 H_{r1} = \mu_0 H_{r2} \quad (r = R) \\ \varphi_{m1} |_{r=0} = 0 \\ -\nabla \varphi_{m2} |_{r \rightarrow \infty} = 0 \end{array} \right.$$

通过求解球坐标系下的这一边值问题，可以得到标量磁位 $\varphi_{m1}, \varphi_{m2}$ 的求解结果，然后最终可以求解得到磁通球内外磁场强度如下所示：

$$\left\{ \begin{array}{l} H_1 = -\nabla \varphi_{m1} = \frac{Ni}{3R} (\cos \theta \vec{e}_r - \sin \theta \vec{e}_\theta) \quad (r < R) \\ H_2 = -\nabla \varphi_{m2} = \frac{Ni}{6R} \left(\frac{R}{r}\right)^3 (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta) \quad (r > R) \end{array} \right.$$

基于标量磁位或磁场强度的解答，可以绘制磁通球内外的磁场线分布，如图 1-3 所示：

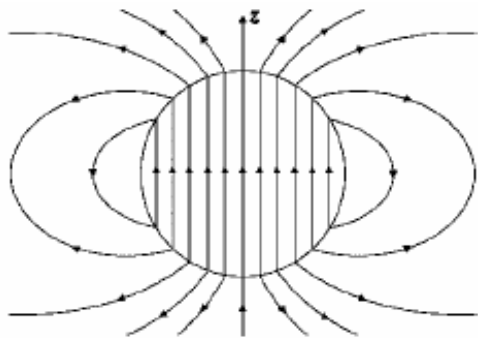


图 1-3 场图 (H 线分布)

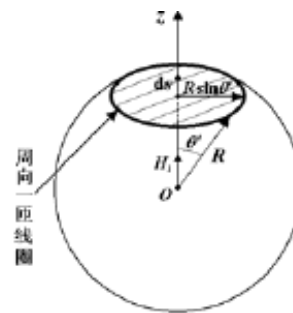


图 1-4 磁通 ϕ 的计算用图

2. 球形载流线圈自感系数 L 的分析计算

如图 1-4 所示，位于球表面周向一匝线圈中所交链的磁通 ϕ ，即：

$$\phi = \int_S BS = \mu_0 H_1 [\pi(R \sin \theta)^2]$$

然后，可以分析对应与球表面上有弧元 $Rd\theta'$ 所界定的线匝 dW 所交链的磁通链 $d\psi$ ：

$$d\psi = dW * \phi = \phi \left(\frac{N}{2R} \sin \theta' \right) R d\theta'$$

总磁通链 ψ 就可以由全部线匝覆盖的范围，即 θ' 由 0 到 π 的积分求得：

$$\psi = \int d\psi = Li$$

最终得该磁通球自感系数 L 的理论计算值为：

$$L = \frac{2}{9} \pi N^2 \mu_0 R$$

3. 感应电势法测磁感强度

若把一个小测试线圈放置在由交变电流激磁的时变磁场中，根据法拉第电磁感应定律得：

$$e = - \frac{d\psi}{dt}$$

对于正弦交变电流激励的磁场，上式的有效值关系为：

$$E = 2\pi f N_1 \phi$$

由于测试线圈所占的空间范围极小，故测试线圈内的磁场近似认为是均匀的，因此有 $\phi = BS = \mu_0 HS$ ，从而所测处的磁场大小为：

$$B = \frac{E}{2\pi f S N_1}$$

其中， S 为测试线圈的等效截面积，可以认为 $S = \frac{\pi}{3} (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)$ 。

4. 霍尔效应法测磁感应强度

霍尔元件被制备成一块矩形 ($b \times l$) 半导体薄片如图所示：

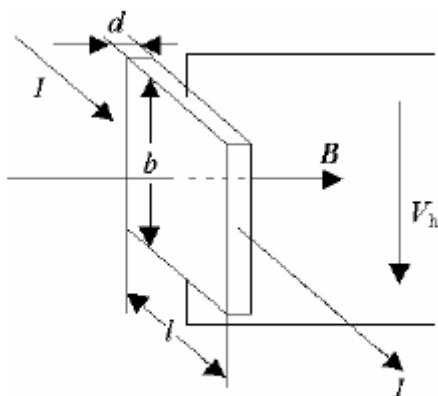


图 1-5 霍尔效应示意图

如上图所示，通入电流 I ，并置于磁场 B 中时，霍尔电压为：

$$V_h = \frac{R_h}{d} IB f\left(\frac{l}{b}\right)$$

其中， R_h 为霍尔常数， d 为半导体厚度， $f\left(\frac{l}{b}\right)$ 为霍尔元件的形状系数

在正弦交流激励的时变电场中，霍尔效应高斯计的磁感应强度平均值读数与由感应电势法测量并计算得出的磁感应强度的有效值之间的关系为：

$$B_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} B \approx 0.9B$$

磁悬浮：

实验内容：

1. 观察自稳定的磁悬浮物理现象

在给定厚度为 14 mm 的铝板情况下，通过调节自耦变压器以改变输入盘状线圈的激磁电流，从而观察在不同给定悬浮高度 h 的条件下，起因于铝板表面层中涡流所产生的去磁效应，而导致的自稳定的磁悬浮物理现象；

2. 实测对应于不同悬浮高度的盘状线圈的激磁电流

在厚度为 14 mm 的铝板情况下，以 5 mm 为步距，对应于不同的悬浮高度，逐点测量稳定磁悬浮状态下盘状线圈中的激磁电流，记录其悬浮高度 h 与激磁电流 I 的相应读数。

3. 观察不同厚度的铝板对自稳定磁悬浮状态的影响

分别在厚度为 14 mm 和厚度为 2 mm 的两种铝板情况下，对应于相同的激磁电流（如 $I = 20A$ ），观察并读取相应的悬浮高度 h 的读数，且用手直接感觉在该两种铝板情况下铝板底面的温度。

实验原理：

1. 自稳定的磁悬浮物理现象

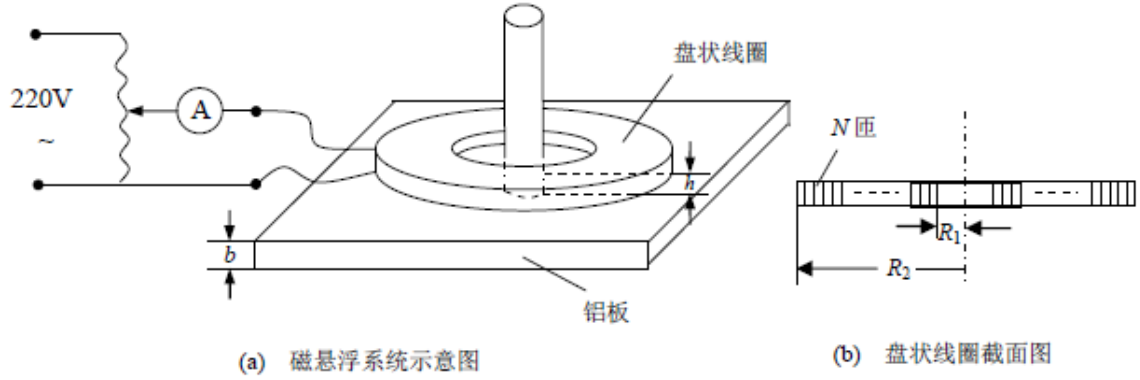


图 2-1 磁悬浮装置

由盘状载流线圈和铝板相组合构成磁悬浮系统的实验装置，如图 2-1 所示。该系统中可调节的扁平盘状线圈的激磁电流由自耦变压器提供，从而在 50 Hz 正弦交变磁场作用下，铝质导板中将产生感应涡流，涡流所产生的去磁效应，即表征为盘状载流线圈自稳定的磁悬浮现象。

2. 基于虚位移法的磁悬浮机理的分析

在自稳定磁悬浮现象的理想化分析的前提下，根据电磁场理论可知，铝质导板应被看作为完纯导体，但事实上当激磁频率为 50 Hz 时，铝质导板仅近似地满足这一要求。为此，在本实验装置的构造中，铝质导板设计的厚度 b 还必须远大于电磁波正入射平表面导体的透入深度 d ($b \gg d$)。换句话说，在理想化的理论分析中，就交变磁场的作用而言，此时，该铝质导板可被看作为“透不过的导体”。

对于给定悬浮高度的自稳定磁悬浮现象，显然，作用于盘状载流线圈的向上的电磁力必然等于该线圈的重量。本实验中，当通入盘状线圈的激磁电流增大到使其与铝板中感生涡流合成的磁场，对盘状载流线圈作用的电磁力足以克服线圈自重时，线圈即浮离铝板，呈现自稳定的磁悬浮物理现象。现应用虚位移法来求取作用于该磁悬浮系统的电动排斥力。

首先，将图 2-1 所示盘状载流线圈和铝板的组合看成一个磁系统，则其对应于力状态分析的磁场能量

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

式中， I 为激磁电流的有效值。其次，取表征盘状载流线圈与铝板之间相对位移的广义坐标为 h （即给定的悬浮高度），则按虚位移法可求得作用于该系统的电动排斥力，也就是作用于盘状载流线圈的向上的电磁悬浮力

$$f = \left. \frac{\partial W_m}{\partial h} \right|_{I=\text{Const}} = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dh} = Mg$$

在铝板被看作为完纯导体的理想化假设的前提下，应用镜像法，可以导得该磁系统的自感为：

$$L = \mu_0 a N^2 \ln\left(\frac{2h}{R}\right) = L_0 \ln\left(\frac{2h}{R}\right)$$

式中， a ——盘状线圈被理想化为单匝圆形线圈时的平均半径； N ——线匝数； R ——导

线被看作 圆形导线时的等效圆半径。从而，由稳定磁悬浮状态下力的平衡关系，即

$$f = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dh} = Mg$$

式中，M —— 盘状线圈的质量(kg)； g—— 重力加速度(9.8 m/s²)； 进一步代入关系式(2-2)，稍 加整理，便可解出对于给定悬浮高度 h 的磁悬浮状态，系统所需激磁电流为

$$I = \sqrt{\frac{2Mgh}{L_0}}$$

三、主要仪器设备

球形载流线圈的场分布和自感：

- 1. 磁通球
- 2. 磁通球激磁电源
- 3. 交流毫伏表
- 4. 测试线圈
- 5. 高斯计
- 6. 示波器

磁悬浮：

- 1. 盘状线圈
- 2. 铝质导板
- 3. 自耦变压器

四、实验数据记录和处理

球形载流线圈的场分布和自感：

1. 测量磁通球轴线上磁感应强度 B 的分布；

本次实验中正弦激磁电流*I* = 1*A*，*f* = 5.05962*kHz*，测量线圈 R1=1.0mm，R2=4mm，线圈匝数 N1=90。测量得到感应电动势*E*后，用如下公式计算 B 测量值

$$B = \frac{E}{2\pi f S N_1}$$

$$S = \frac{\pi}{3} (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)$$

磁通球内部磁感应强度 B 理论值可以由下式求得：

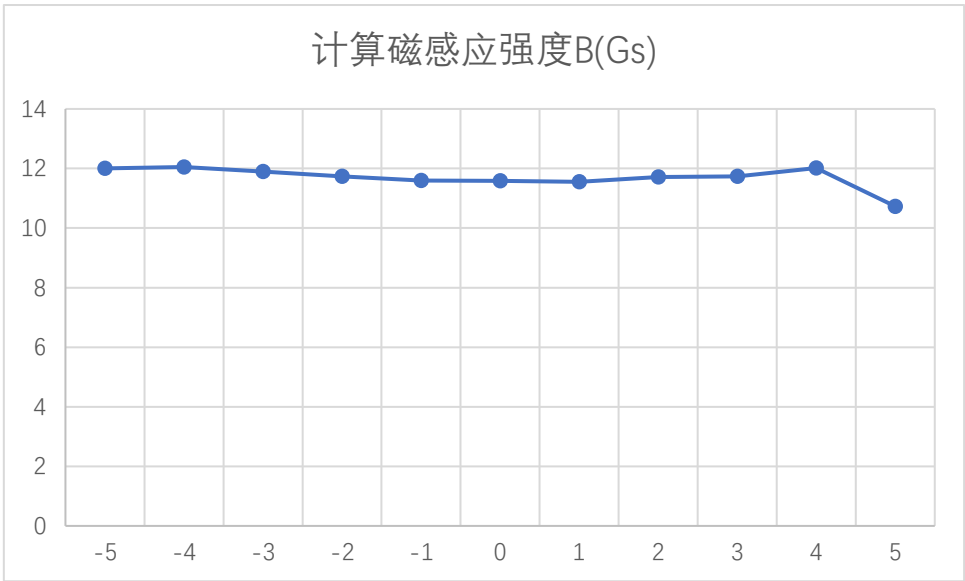
$$H_1 = -\nabla \varphi_{m1} = \frac{Ni}{3R} (\cos \theta \overrightarrow{e_r} - \sin \theta \overrightarrow{e_\theta}) = 10.97Gs$$

序号	坐标 r(cm) (θ=0)	感应电势法		相对误差(%) B 理论值为 10.97Gs
		测试线圈感 应电势 (10 ⁻³ V)	计算磁感 应强度 B (Gs)	
1	-5	74.7	12.01	9.48
2	-4	74.9	12.05	9.85
3	-3	74.0	11.90	8.48

4	-2	73.0	11.74	7.02
5	-1	72.1	11.60	5.74
6	0	72.0	11.58	5.56
7	1	71.8	11.55	5.29
8	2	72.8	11.71	6.75
9	3	73.0	11.74	7.02
10	4	74.7	12.01	9.48
11	5	66.7	10.73	-2.19

表 1 感应电势法测磁感应强度 B

磁感应强度 B 和坐标的曲线，如下所示：



2. 探测磁通求外部磁场的分布；

在此仅测量北极、赤道两位置在交流、直流情况下磁感应强度，如下表所示：

通过对比可以认为，在一定误差范围内，磁感应强度 B 的理论值和实测值近似相等。

序号	坐标	霍尔效应法测量		
		实测值 Bav	磁感应强度 B(Gs)	B 理论值(Gs)
1	“北极”（交流 I=1A）	8.9	9.89	10.97
2	“北极”（直流 I=1A）	6.7	7.44	10.97
3	“赤道”（交流 I=1A）	3.0	3.33	5.49
4	“赤道”（直流 I=1A）	2.8	3.11	5.49

表 2 霍尔效应法测磁感应强度 B

3. 磁通球自感系数 L 的实测值；

保证此时正弦激磁电流 $I = 1.0A$ ， $f = 5kHz$ ，串联取样电阻为 0.5Ω 。

测量值： $f = 5.0303\text{kHz}$ ， $U_{Lm} = 6.60\text{V}$ ， $U_{Rm} = 0.284\text{V}$ 。

通过对比可以认为，在一定误差范围内，自感系数 L 的理论值和实测值近似相等。

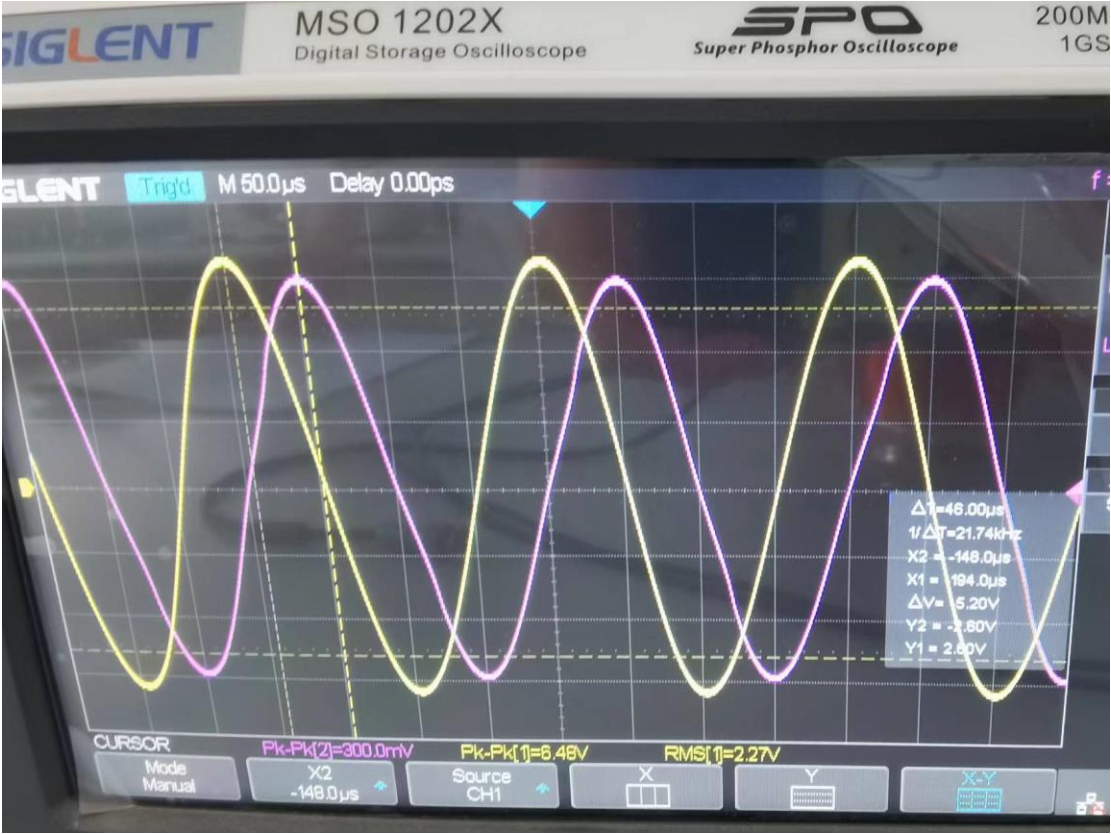
理论值 $L = \frac{2}{9}\pi N^2 u_0 R$	实测值 $L = \frac{U_L}{wI} = \frac{U_{Lm}}{wI_m}$
$7.52765 \times 10^{-4} \text{H}$	$7.353 \times 10^{-4} \text{H}$

表 3 磁通球自感系数 L 的分析

4. 观察电压、电流之间的相位关系

输入信号频率 $f = 5.02737\text{kHz}$ ，周期 $T = 198.91\mu\text{s}$ 。下图中 X1 表示输入信号，即自感磁通球两侧电压相位，X2 表示电阻上电压值，即自感磁通球两侧电流相位。

通过观察下图可得，电流相位 φ_I 滞后电压相位 φ_U 角度 97.75° ；在理论模型中，电感电流相位滞后电感电压 90° ，于是可以认为在一定误差范围内，实测相位差与理论相位差近似相同。



电压、电流相位关系

磁悬浮：

1. 悬浮高度 h 与激磁电流 I 的相应关系

记录磁悬浮不同悬浮高度时，通过电流表读取激磁电流实际值并记录下来，如下表所示：

序号	悬浮高度 h (cm)	激磁电流 I 实际值(A)	理论值: $I = \sqrt{\frac{2Mgh}{L_0}}$, $L_0 = \mu_0 a N^2$
1	0.60	17.9	6.4

2	1.39	20.2	9.8
3	3.19	26.9	14.8

表 1 悬浮高度 h 与激磁电流 I 的数据记录

五、实验结果与分析

球形载流线圈的场分布和自感：

1. 测量磁通球轴线上磁感应强度 B 的分布；

通过公式，可以利用测试线圈感应电势求解到磁感应强度 B ，有如下结论：

- (1) 通过相互比对与图像观察可得，球内轴线上磁感应强度近似相同。
- (2) 已知 B 理论值为 10.97Gs ，与测量值存在一定的误差。

由于实验结果出现较大误差，进行误差分析：

- (1) 激磁电流幅度不等于 1A ，电流的大小一直在波动变化，这会导致观测到的数据一直在较大地波动；
- (2) 磁通球不是完全对称的，因此可能会在某些点出现不均匀变化的情况；
- (3) 由于实验仪器本身存在一定误差，会给实验数据测量带来一定干扰。
- (4) 实验数据中有一点偏差较大，原因可能是试验次数过少引入了较大的偶然误差；

2. 探测磁通球外部磁场的分布；

通过公式，可以利用霍尔电压法求解到磁感应强度 B ，有如下结论：

- (1) 对比可以发现在一定误差范围内，可以认为磁通球外部“北极”、“赤道”位置磁感应强度实测值与理论值近似相同。
- (2) 无论交流还是直流，“北极”位置磁感应强度均大于“赤道”位置磁感应强度，且交流电流产生的磁感应强度均大于直流电流产生的磁感应强度

由于实验结果出现较大误差，进行误差分析：

- (1) 霍尔元件测量过程中位置不稳定，正面不是稳定精准的与磁感线垂直，因此引入了较大的误差；
- (2) 激磁电流幅度时刻波动，会导致产生的 B 也在小范围内波动，引入误差；
- (3) 仪器本身存在一定误差，会给测量带来干扰；

3. 磁通球自感系数 L 的实测值；

通过公式，可以求解到磁通球自感系数 L ，有如下结论：

- (1) 在一定误差范围内，发现测量的 L 与理论值偏差较小，认为自感系数 L 的测量值与理论值近似相同；

由于实验结果出现较大误差，进行误差分析：

- (1) 仪器本身存在一定误差，会给测量带来干扰；
- (2) 通过示波器读取频率时，示数并不稳定，对实验结果带来干扰。

4. 观察电压、电流之间的相位关系

理论上，电感电流相位滞后电感电压相位 90° ，实际测量中，电感电流相位滞后电感电压相位 97.7° 。在一定误差范围内，可以认为电压、电流之间关系实际测量与理论值相同。

磁悬浮：

1. 悬浮高度 h 与激磁电流 I 的相应关系

通过观察表 1 数据进行比较，得到如下结论：

- (1) 激磁电流实际值和理论值有较大偏差
- (2) 随着激磁电流值的减小，铝质导板的悬浮高度也下降。

本次实验中由于实际值与理论值存在较大误差，进行误差分析：

- (1) 在模型构建过程中，引入了很多的近似与理想化处理，这会导致实际结果与理论值偏差巨大，不能很好地符合模型假设，这会给实验结果带来较大的误差；
- (2) 本次实验中，高度由人眼读取，且读取过程中存在较大的误差，会给实验结果带来干扰；
- (3) 仪器本身存在误差，存在精度不够等问题

六、讨论、心得

球形载流线圈线圈：

通过本次实验测量，感受到了磁场在磁通球线圈中的分布，也进一步了解了磁通球线圈附近的磁场分布特点。

磁悬浮：

在磁悬浮的实验中，我意识到了良好的建模可以帮助解决很多实际问题，但是过于理想化和存在较多近似的建模，可能会引入较大的误差，使得实测与理论存在较大的偏差