

## Examen de Reposición

---

**Instrucciones:** Esta es una prueba de desarrollo, por lo que debe presentar **todos** los pasos necesarios que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara, ordenada, utilizando únicamente bolígrafo azul o negro para resolver la prueba, en un cuaderno de examen o en hojas debidamente grapadas. No son procedentes reclamos de preguntas resueltas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. Solo se permite el uso de calculadora científica no programable. Mantenga su celular apagado durante el desarrollo de la prueba.

---

1. **(4 puntos)** Determine si la siguiente proposición es una tautología, una contradicción o una contingencia, con base en una tabla de verdad.

$$[(\neg P \vee Q) \wedge \neg Q] \rightarrow (Q \wedge \neg P)$$

2. **(4 puntos)** Considere la función  $h$  cuyo criterio está dado por

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + bx & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - a & \text{si } 1 < x < 3 \\ ax & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

Determine el valor de las constantes  $a$  y  $b$  de modo que la función sea continua en  $x = 1$  y  $x = 3$ .

3. Calcule los siguientes límites

(a) **(4 puntos)**  $\lim_{w \rightarrow -1} \frac{w + 1}{3w + \sqrt{6w^2 + 3}}$

(b) **(4 puntos)**  $\lim_{z \rightarrow +\infty} z \left( \frac{1}{1 - z^2} \right)$

4. **(4 puntos)** Calcule la primera derivada de la siguiente función, no es necesario simplificar.

$$f(x) = (\tan x)(x^2 + x)$$

Continúa al reverso de la página...

5. **(3 puntos)** Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 24 = 0$  que pasa por el punto  $(1, 3)$ .
6. Una lata en forma de cilindro circular recto con tapa debe tener una capacidad de  $225 \text{ cm}^3$ . El costo por  $\text{cm}^2$  de material para el fondo y la tapa es de 1,5 colones y 1 colón para la pared lateral.
- (a) **(3 puntos)** Determine las dimensiones que debe tener la lata para minimizar el costo de los materiales usados en su construcción.
- (b) **(1 punto)** ¿Cuál es ese costo mínimo?
7. Calcule las siguientes integrales

(a) **(5 puntos)**  $\int \frac{5x + 3}{x^3 + 2x} dx$

(b) **(4 puntos)**  $\int x e^{1-3x} dx$

(c) **(3 puntos)**  $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$

8. **(3 puntos)** **Plantee** las integrales definidas que permiten calcular el área de la región sombreada que está limitada por las curvas señaladas en la siguiente figura. Recuerde que debe calcular los límites de integración.

