

# Cálculo Diferencial e Integral

## Examen de reposición

26 de noviembre, 2014

**Instrucciones Generales:** Esta es una prueba de desarrollo, por lo que deben aparecer de manera clara y ordenada, todos los procedimientos que le conducen a la respuesta correcta. No utilice bolígrafo de tinta roja. No proceden reclamos de pruebas escritas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permiten dispositivos con memoria de texto ni conectividad inalámbrica durante el examen. Puede utilizar calculadora científica no programable.

#1. Determine el valor del límite (No utilice L'Hôpital): (3 pts)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 4x}$$

#2. Una función  $f(x)$  cumple simultáneamente que  $\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = a^2 + 1$  y que  $f(7) = 0$ . ¿Es posible encontrar un valor real para  $a$  de manera que  $f$  sea continua en 7? Justifique.

(3 pts)

#3. Una función  $f$  tiene asíntota vertical en  $x = 2$ . Si  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ , determine  $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$ . (2 pts)

#4. Una función  $g$  satisface que  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g(x)}{x} = -1$  y  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (g(x) + x) = 1$ :

a) Determine  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ . (2 pts)

b) Determine la ecuación, en caso de existir, de la asíntota oblicua. (1 pt)

#5. Si  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 1$  es un polinomio de grado 3, determine el valor del límite: (3 pts)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} P(x)$$

#6. Determine el criterio de la primera derivada de las siguientes funciones:

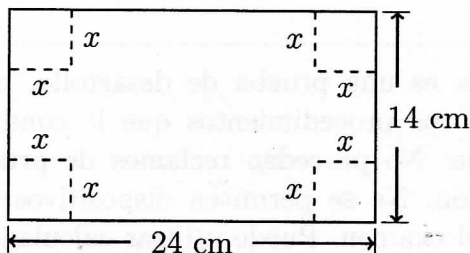
a)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cos x$  (3 pts)

b)  $f(x) = \arctan(\sec x) + e^{-x}$  (2 pts)

#7. Determine el criterio de la segunda derivada de la función  $f(x) = \ln(1 + x^2)$ . (3 pts)

#8. Hallar los intervalos en donde  $f$  es creciente y en donde es decreciente, si se sabe que  $f'(x) = e^x(4 - x^2)$ . (2 pts)

#9. De un cartón de  $24 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$  se recortan cuadrados de lado  $x$  de las esquinas para construir una caja sin tapa, como se muestra en la figura. Determine el valor de  $x$  que maximiza el volumen de la caja. (3 pts)



#10. Calcule las integrales

a)  $\int \frac{1}{x \ln x} dx$  (3 pts)

b)  $\int \frac{x^2}{x^2 + x + 1} dx$  (5 pts)

c)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$  (3 pts)

#11. Si en la integral  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x-1} + \sqrt[3]{2x-1}}$  se hace el cambio de variable  $u^6 = 2x - 1$ , determine la forma de la nueva integral (no es necesario que calcule tal integral). (2 pts)

#12. Determine, en términos de  $b$ , el valor de la integral definida: (3 pts)

$$\int_0^b x e^{2x} dx$$