Instituto Tecnológico de Costa Rica. II semestre de 2023
Curso Cálculo diferencial e Integral. Profesora Dylana Freer Paniagua.
Evaluación corta: Práctica para examen.

Indicaciones: Resuelva en hojas sueltas, en el orden indicado, los siguientes ejercicios. Debe indicar todo el desarrollo y las justificaciones que le lleven a la respuesta correcta. Escanee el documento y entréguelo, en formato pdf, antes del sábado 2 de setiembre al medio día. Después descargue la solución y revise usted mismo sus desarrollos, detecte errores y corríjalos o refuerce las ideas y conceptos que crea necesarios después de haber realizado su propia autoevaluación. El objetivo es orientarle en los detalles finales de su preparación para la prueba.

Ejercicios:

A) Halle, si existen y sin utilizar la regla de L´Hopital, los siguientes límites.

1. $\lim\limits_{x\to 1} f(x) \quad si \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{1-x^2} & si \quad x > 1 \\ 2 & si \quad x = 1 \\ \frac{1-4x}{x+1} & si \quad x < 1 \end{cases}$

2. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2+|x-2|-4}{x^2-4}$

3. $lim_{x\to 3} \frac{\sqrt[3]{x-4}+1}{1-\sqrt{4-x}}$

4. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen(2x)}{sen(5x)}$

5. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{senx-cosxsenx}{x^2}$

6. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$

7. $\lim\limits_{x\to -\infty} (-4x^5+5x^3+7)$

8. $\lim\limits_{b\to a^2} \frac{a^3-b-ab+a^2}{2a^3-2ab+b-a^2}$

9. $\lim\limits_{y\to 0} \frac{1+cosy}{tany}$

10. $\lim\limits_{w\to 3c} \frac{cw^2-3c^2w}{w^2-9c^2}$

11. $\lim\limits_{u\to 3} \frac{1-u}{|6-2u|}$

12. $\lim\limits_{w\to -\infty} \left(\frac{w^3}{2+w^2} - \frac{1-6w^2}{3w+4}\right)$

13. $\lim\limits_{r\to -1} \frac{r^2-r}{\sqrt[3]{2r+1}+\sqrt[3]{r+2}}$

14. $\lim\limits_{x\to 7} \frac{\sqrt{x+2}}{2x-10}$

15. $\lim\limits_{p\to 2} \frac{7p^5-10p^4-13p+6}{3p^2-6p-8}$

16. $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{4x+3}{\sqrt{5x^2-3x}+\sqrt{9+5x^2}}$

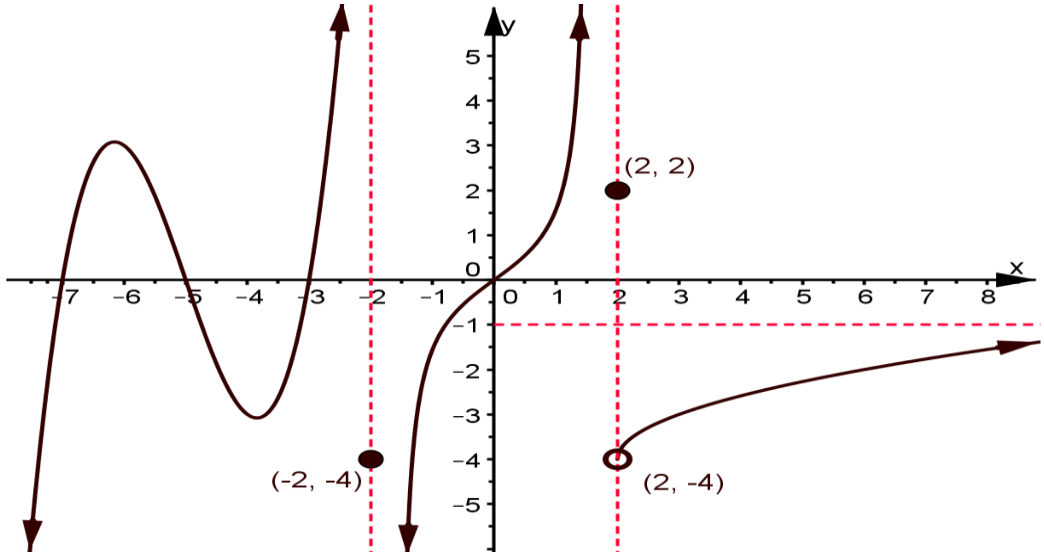
17. $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x}$

18. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+2}-2\sqrt{3-x}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{2x+1}}$

19. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x^6-1}$

20. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x}(x-1)}{|x-1|}$

B) Con base en la gráfica adjunta, determine el valor de cada límite. En caso de que un límite no exista, justifique su respuesta.



a) $\lim_{x\to-\infty} h(x) =$ **b)** $\lim_{x\to-7} h(x) =$ **c)** $\lim_{x\to-2} h(x) =$

d) $\lim_{x\to0} h(x) =$ **e)** $\lim_{x\to2} h(x) =$ **f)** $\lim_{x\to-\infty} h(x) =$

C) Dada la función $g(x) = \begin{cases} \frac{x+7}{x-2} & si \quad x < -5 \\ 3x-4 & si \quad -5 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x} & si \quad 0 \leq x < 5 \\ x^2-6 & si \quad x \geq 5 \end{cases}$, determine, si existen, los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to6} g(x) =$ **b)** $\lim_{x\to0} g(x) =$ **c)** $\lim_{x\to\frac{-1}{2}} g(x) =$

d) $\lim_{x\to-5} g(x) =$ **e)** $\lim_{x\to5} g(x) =$ **f)** $\lim_{x\to-\sqrt{3}} g(x) =$

D) Analice la continuidad de la función $h(x) = \begin{cases} \frac{4x-2x^2}{x-5} & si \quad x \neq 5 \\ 2 & si \quad x = 5 \end{cases}$, en caso de ser discontinua indique el tipo de discontinuidad y redefina si es necesario para que la función sea continua en todo $\mathbb{R}$.

E) Determine el valor (o los valores) que debe tomar la constante b de modo que la función $f(y)$ sea continua en $\mathbb{R}$

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1-cosy}{tany} & si \quad y < 0 \\ b & si \quad y = 0 \\ 3y + b & si \quad y > 0 \end{cases}$$

F) Halle la derivada de cada una de las funciones que se indican a continuación.

a) $f(z) = \dfrac{z^2}{e^z + \arctan z}$

b) $y = \sqrt[5]{secx + \log(4-x^2)} + 8x\cot(e^x)$

c) $f(z) = z^4 senz + \dfrac{7^{2z}+1}{z-2}$

d) $y = \sqrt[3]{3x + \log(4x^2)} - \operatorname{arccot}(6x)$

e) $g(u) = arctan(u^2 + u) - 2^{cos(3u)}$

G) Usando la definición de derivada encuentre la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2}{x-1}$

b) $f(x) = \sqrt{4x + 2}$ en $x = 5$