

Examen de Reposición

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar **todos** los pasos necesarios que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara, ordenada y utilice bolígrafo para resolver el examen. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de hojas sueltas, calculadora programable y teléfono celular.

1. Calcule, sin usar la regla de L'Hôpital, el límite siguiente: (4 pts)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x - x^2|}{x - \sqrt{3x - 2}}$$

2. Determine los valores de a tales que la función f sea continua en $x = 0$ (3 pts)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x)}{ax} & \text{si } x < 0 \\ a + x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Determine la ecuación de la recta tangente a la curva de ecuación $4xy^2 = 2y - x^3 + 1$, en el punto $(1, \frac{1}{2})$ (4 pts)

4. Realice el análisis completo (dominio de la función, intersecciones con los ejes, valores críticos, monotonía, concavidad, asíntotas, puntos de inflexión, extremos relativos y cuadro de variación) y la representación gráfica de la función f si se sabe que $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$, $f'(x) = \frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$ y $f''(x) = \frac{8}{(x+2)^3}$ (8 pts)

5. Un depósito de agua tiene forma de cono con vértice abajo y con una altura que es el doble del radio de su parte superior. Cuando el depósito se descarga, su volumen disminuye a razón de $16\pi \text{ m}^3/\text{min}$, ¿con qué rapidez varía el nivel de agua cuando está a 4m del fondo? (4 pts)

6. Calcule cada una de las integrales siguientes:

$$(a) \int \frac{3u - 5}{(u + 2)(2u + 1)} du \quad (4 \text{ pts})$$

$$(b) \int r(e^{-r^2} + \cos(3r)) dr \quad (5 \text{ pts})$$

7. Determine si $\int_1^{\infty} \frac{1}{(2t + 1) \ln^3(2t + 1)} dt$ es convergente o divergente. (4 pts)

8. Demuestre A a partir de las premisas siguientes: (4 pts)

$$(1) E \Rightarrow (B \wedge \neg C)$$

$$(2) E \vee D$$

$$(3) (B \vee D) \Rightarrow A$$

$$(4) \neg D$$

Reglas de inferencia

- *Modus Ponens*: **MP**

$$(a) P \Rightarrow Q$$

$$(b) P$$

$$\therefore Q$$

- *Modus Tollens*: **MT**

$$(a) P \Rightarrow Q$$

$$(b) \neg Q$$

$$\therefore \neg P$$

- Silogismo Hipotético: **SH**

$$(a) P \Rightarrow Q$$

$$(b) Q \Rightarrow R$$

$$\therefore P \Rightarrow R$$

- Silogismo Disyuntivo: **SD**

$$(a) P \vee Q$$

$$(b) \neg P$$

$$\therefore Q$$

- Simplificación: **Simp.**

$$(a) P \wedge Q$$

$$\therefore P$$

- Adjunción: **Adj.**

$$(a) P$$

$$(b) Q$$

$$\therefore P \wedge Q$$

- Adición: **Adi.**

$$(a) P$$

$$\therefore P \vee Q$$