

Examen por suficiencia

Instrucciones:

Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, deben aparecer todos los pasos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada, utilizando únicamente bolígrafo azul o negro para resolver la prueba. No se atenderán reclamos de preguntas resueltas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el intercambio de instrumentos, el uso de calculadoras programables, ni de teléfonos celulares.

1. Calcule los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + x}{x + \sin x}$ [3 puntos]

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 2x})$ [4 puntos]

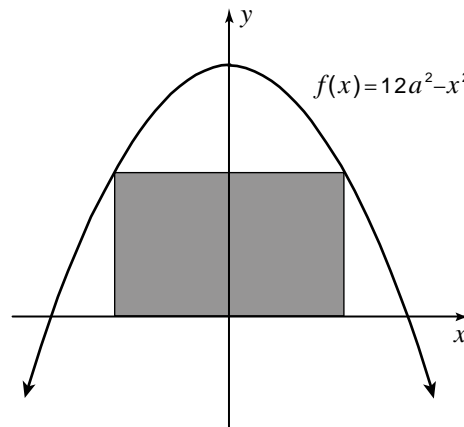
(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^{c \cdot x}$ [4 puntos]

2. Calcule la primera derivada de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \frac{2^x}{\sin^3(-x)}$ [3 puntos]

(b) $g(x) = \ln x \cdot \arctan(\sqrt{x})$ [3 puntos]

3. Compruebe que las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede ser inscrito dentro de la parábola $f(x) = 12a^2 - x^2$, donde a es una constante real positiva, son $4a$ y $8a^2$. [4 puntos]



4. Una caja rectangular de base cuadrada cambia de tal forma que su altura h disminuye a razón de 2 centímetros por minuto mientras que su volumen permanece constante. ¿Con qué razón aumenta el lado x de su base cuando $x = 30 \text{ cm}$ y $h = 20 \text{ cm}$? [4 puntos]

5. Calcule cada una de las siguientes integrales:

(a) $\int_0^3 e^{-\sqrt{x}} dx$ [5 puntos]

(b) $\int \frac{4x + 5}{\left(\sqrt{(x-1)^2 + 1}\right)^3} dx$ [5 puntos]

(c) $\int \frac{2u^2 - 4u}{u^2 + 1} du$ [4 puntos]

6. Complete el cuadro de variación que se le presenta a continuación sobre una función f . Utilizando la información de dicho cuadro y la información adicional que se le presenta, realice la gráfica de f en un sistema de coordenadas rectangulares. [4 puntos]

	$-\infty$	-3	-2	0	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	−	−	−	−	+	+	
$f''(x)$	−	−	+	−	+	+	−	
f								

Además se sabe que:

- (a) Dominio de f es \mathbb{R} .
 (b) f es continua en \mathbb{R} .

$$f(0) = 0 \qquad f(-3) = 3$$

(c) $f(1) = f(3) = -1 \qquad f(2) = -2 \qquad f(-2) = 2$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$