

## Examen de Suficiencia

II semestre 2018

**Instrucciones:** Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, deben aparecer todos los pasos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada, utilizando únicamente bolígrafo azul o negro para resolver la prueba, en un cuaderno de examen o en hojas debidamente grapadas. No son procedentes reclamos de preguntas resueltas con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. Solo se permite el uso de calculadora científica no programable. Apague el celular.

1. [3 puntos] Dadas las premisas:  $(\neg T \vee \neg R), \neg R \Rightarrow S$  y  $\neg S \wedge \neg P$ , concluya  $\neg(T \vee P)$ . Debe justificar cada paso con la regla de inferencia correspondiente.

| Leyes de la lógica            | Equivalencia                                       |
|-------------------------------|--|
| Implicación y disyunción (ID) | $P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$             |
| Leyes de De Morgan (DM)       | $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$       |
|                               | $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$       |
| Contrapositiva                | $P \Rightarrow Q \equiv \neg Q \Rightarrow \neg P$ |

| Regla de inferencia       | Premisas                              | Conclusión        |
|---------------------------|---------------------------------------|-------------------|
| Modus Ponens (MP)         | $P \Rightarrow Q, P$                  | $Q$               |
| Modus Tollens (MT)        | $P \Rightarrow Q, \neg Q$             | $\neg P$          |
| Silogismo disyuntivo (SD) | $P \vee Q, \neg P$                    | $Q$               |
| Silogismo hipotético (SH) | $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R$    | $P \Rightarrow R$ |
| Adjunción (ADJ)           | $P, Q$                                | $P \wedge Q$      |
| Simplificación (SIMP)     | $P \wedge Q$                          | $P, Q$            |
| Adición (ADI)             | $P$<br>$Q$ cualquier otra proposición | $P \vee Q$        |

2. [4 puntos] Calcule, si existe, el límite  $\lim_{t \rightarrow 0} (t + e^{2t})^{\frac{1}{t}}$
3. [4 puntos] Calcule el siguiente límite sin utilizar la regla de L'Hôpital

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^4(t)}{t^2}$$

4. [4 puntos] Halle la primera derivada de la función  $f(t) = \sin^3(t^2) \ln \left( \frac{\sqrt{t^2 + 1}}{t^4 + 2} \right)$ .

No es necesario simplificar.

5. [4 puntos] Determine la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva  $y = x^4 e^{1-x^2}$  en el punto  $(1, 1)$ .

6. [4 puntos] Encuentre las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en un hemisferio de radio 10 cm.

7. [4 puntos] Determine todas las asíntotas de la función  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - 5x - 14}$ .

8. Calcule las siguientes integrales:

- a) [4 puntos]

$$\int 3x^2 \ln(x^2 + 1) dx$$

- b) [4 puntos]

$$\int \frac{x + 2}{x(x + 1)^2} dx$$

9. [4 puntos] Plantee (no calcule) las integrales que permiten calcular el área encerrada por las rectas  $y = 5x$  y  $y = -x + 6$  y la parábola  $y = x^2$ .

10. [3 puntos] Determine si la integral  $\int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$  converge o diverge. En su respuesta debe utilizar la definición de integral impropia.