Instituto Tecnológico de Costa Rica Escuela de Matemática Cálculo Diferencial e Integral Tiempo: 3:00 horas Puntaje total: 39 puntos I Semestre 2004

## Examen de Reposición

**Instrucciones:** Trabaje en forma clara y ordenada. Escriba **todos** los procedimientos que utilice para resolver los ejercicios propuestos. No se permite el uso de calculadora programable. No se permiten teléfonos celulares durante el desarrollo de la prueba.

1. Determine, si existen, los siguientes límites:

(a) 
$$\lim_{x \to 0} [\cos(2x)]^{x^{-2}}$$
 (4 puntos)

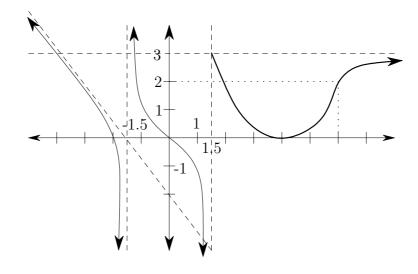
(b) 
$$\lim_{x \to 1} 3^{-x/\ln x}$$
 (3 puntos)

2. Determine si existe algún valor de k tal que la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = 0\\ \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

sea continua en  $\mathbb{R}$ . (3 puntos)

3. Dada la siguiente función f(x):



determine:

(b) 
$$\lim_{x \to -\infty} f(x)$$
 (0.5 punto)

(c) 
$$\lim_{x \to -3/2} f(x)$$
 (1 punto)

(d) 
$$\lim_{x \to 3/2} f(x)$$
 (1 punto)

(e) 
$$\lim_{x \to +\infty} f(x)$$
 (0.5 punto)

(f) Intervalos donde 
$$f'(x) > 0$$
 (1 punto)

(g) Intervalos donde 
$$f''(x) < 0$$
 (1 punto)

4. Determine 
$$f'(x)$$
 si  $f(x) = \frac{\arctan(e^{2x})}{\sqrt[3]{\sec x}}$ . (3 puntos)

5. Resuelva el siguiente problema:

(5 puntos)

Se desea construir una caja sin tapa con base cuadrada, cuyos materiales cuestan \$3 el dm² a los lados y \$4 el dm² en el fondo. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja de volumen máximo que se puede construir con un valor de \$48?

6. Calcule las siguientes integrales:

(a) 
$$\int x \sec x \tan x \, dx$$
 (3 puntos)

(b) 
$$\int \frac{3x-2}{x^2\sqrt{9x^2-1}} dx$$
 (4 puntos)

(c) 
$$\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{x(\sqrt{x-1}-1)} dx$$
 (5 puntos)