

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA
 ESCUELA DE MATEMÁTICA
 ESCUELA DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

TIEMPO MÁXIMO: 3 HORAS
 PUNTAJE MÁXIMO: 41 PUNTOS
 II SEMESTRE 2018

Examen de Reposición

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Instrucciones:

Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos y procedimientos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje en forma clara y ordenada. No son procedentes las apelaciones que se realicen sobre exámenes resueltos con lápiz, lapiceros de tinta borrrable o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable ni el uso dispositivos electrónicos con memoria de texto o conectividad inalámbrica.

1. Calcule el valor de los siguientes límites:

a) [4 puntos] $\lim_{t \rightarrow 4^+} \left(\frac{3}{7} \right)^{\frac{2^t - 1}{\ln(5 - t)}}$

b) [4 puntos] $\lim_{x \rightarrow 5^+} (6 - x)^{\frac{1}{x - 5}}$

2. [4 puntos] Determine $\frac{dy}{dx}$ (no es necesario simplificar) para la función

$$y = (x + e^{-2x+1}) \cdot \text{sen}^3(5x^2)$$

3. [4 puntos] Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y \text{sen}(3y) = e^y + e^{2x^2}$ en el punto $(1, 0)$.

4. [4 puntos] Para la función f de criterio $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{5x + 3x^2}$. Determine las ecuaciones de todas las rectas que sean asíntotas dicha la función.

5. [4 puntos] Considere la función $g : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, con criterio dado por $g(x) = \frac{2x^2 + 3x}{x + 2}$ y cuya derivada es $g'(x) = \frac{2x^2 + 8x + 6}{(x + 2)^2}$. Determine y clasifique los puntos críticos de la función g .

Continúa en la siguiente página.

6. Calcule las siguientes integrales:

a) [4 puntos] $\int x \arctan(x) dx$

b) [5 puntos] $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{7x+3}{x^3+3x} dx$

7. [4 puntos] Plantee (no es necesario calcular) las integrales que permiten calcular el área de la región sombreada en la figura 1.

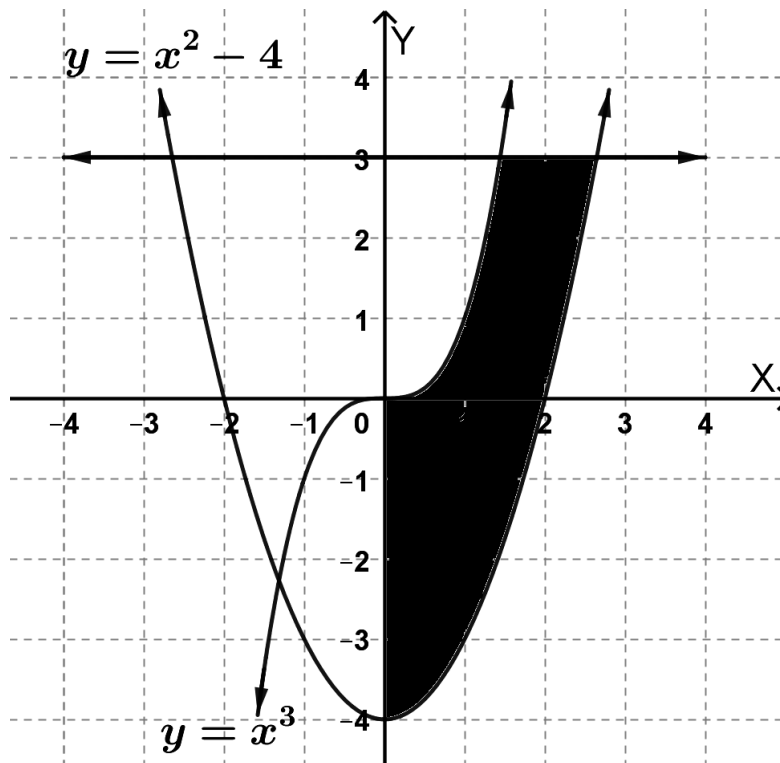


Figura 1: Área bajo la curva

8. [4 puntos] Dentro de un recipiente de forma de cono invertido se vierte agua a razón de $2 \text{ m}^3/\text{min}$. La altura del cono es de 18 metros y el radio de la parte superior del mismo es de 24 metros. ¿A qué velocidad está subiendo el nivel del agua cuando su altura en el recipiente es de 6 metros?