

Programa del curso MA1102

## Cálculo Diferencial e Integral

**Escuela a cargo del curso:** Matemática.

Carreras a las que pertenece el curso:

- **Bloque 1:** Licenciatura en Ingeniería Electrónica, Licenciatura en Ingeniería Mecatrónica, Licenciatura Ingeniería en Computadores.
- **Bloque 2:** Licenciatura en Ingeniería Ambiental, Licenciatura en Ingeniería en Construcción, Licenciatura en Ingeniería en Producción Industrial, Licenciatura en Mantenimiento Industrial, Licenciatura en Ingeniería en diseño industrial, Licenciatura en Agronegocios, Licenciatura en Ingeniería Forestal, Licenciatura en Ingeniería Física, Licenciatura en Seguridad Laboral e Higiene Ambiental, Licenciatura en Arquitectura.

## I parte: Aspectos relativos al plan de estudios

### 1 Datos generales

**Nombre del curso:** Cálculo Diferencial e Integral

**Código:** MA1102

**Tipo de curso:** Teórico

**Electivo o no:** No

**N° de créditos:** 4

**N° horas de clase por semana:** 5

**N° horas extraclase por semana:** 7

**% de las áreas curriculares:** No aplica

**Ubicación en el plan de estudios:** I Semestre (Bloque 1), II Semestre (Bloque 2)

**Requisitos:** MA0101 Matemática General

**Correquisitos:** FI1101 Física

**El curso es requisito de:** MA1103 Cálculo y Álgebra Lineal

**Asistencia:** Libre

**Suficiencia:** Sí

**Posibilidad de reconocimiento:** Sí

**Vigencia del programa:** II Semestre del 2023

## 2 Descripción general

El curso MA1102 Cálculo Diferencial e Integral es el segundo de la secuencia de cursos diseñados para brindar la formación matemática de las carreras de ingeniería que imparte el Instituto Tecnológico de Costa Rica.

La temática principal del curso se resume en los siguientes tópicos: cálculo proposicional, límite y continuidad de una función de una variable, derivada de una función de una variable, aplicaciones de la derivada de una función de una variable, la integral indefinida y la integral definida de una función de una variable, aplicaciones de la integral definida, e integrales impropias de primera especie y de segunda especie.

## 3 Objetivos

### Generales:

1. Introducir al estudiante a la simbología propia de la Matemática.
2. Fomentar en el estudiante su capacidad de análisis para la realización de razonamientos deductivos.
3. Lograr que el estudiante adquiera conceptos de Cálculo Diferencial e Integral de funciones en una variable.
4. Lograr que el estudiante domine las técnicas fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral de una variable.
5. Lograr que el estudiante adquiera destrezas y habilidades en la resolución de ejercicios y problemas.
6. Fomentar en el estudiante una actitud crítica y creativa.
7. Lograr que el estudiante sea capaz de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y situaciones concretas.
8. Fomentar en el estudiante la capacidad para comprender y desarrollar situaciones concretas.
9. Fomentar en el estudiante el interés permanente para la obtención de nuevos conocimientos.
10. Lograr que el estudiante adquiera terminología del Cálculo Diferencial e Integral para comprender y expresar el lenguaje de la ciencia y la tecnología.

### Específicos por tema:

1. Cálculo proposicional
  - 1.1) Comprender el concepto de proposición.
  - 1.2) Trasladar proposiciones dadas en lenguaje natural a lenguaje proposicional.
  - 1.3) Determinar el valor de verdad de una proposición.
  - 1.4) Probar equivalencias lógicas.

- 1.5) Demostrar que una proposición es consecuencia lógica de otras proposiciones.
- 1.6) Usar los cuantificadores existencial y universal, y sus propiedades.
2. Límite y continuidad de una función
  - 2.1) Comprenda el concepto de límite de una función.
  - 2.2) Determine el límite de una función en un punto empleando los teoremas sobre límites.
  - 2.3) Determine el límite al infinito de una función.
  - 2.4) Comprenda el concepto de continuidad de una función.
  - 2.5) Analice la continuidad de una función.
3. Derivada de una función
  - 3.1) Comprenda el concepto de derivada de una función.
  - 3.2) Determine la derivada de funciones algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y trigonométricas inversa.
  - 3.3) Comprenda el concepto de diferencial de una función.
  - 3.4) Determine las derivadas de orden superior de una función.
  - 3.5) Determine la derivada de una función dada en forma implícita.
4. Aplicaciones de la derivada
  - 4.1) Aplique el concepto de derivada a la resolución de problemas que involucren:
    - Movimiento rectilíneo.
    - Razones de cambio.
  - 4.2) Represente en un plano cartesiano el gráfico de una función.
  - 4.3) Resuelva problemas que involucren los conceptos de máximo y mínimo de una función.
  - 4.4) Aplique el método de Newton para encontrar ceros de una función.
5. Integral indefinida
  - 5.1) Comprenda el concepto de integral indefinida de una función.
  - 5.2) Determine la integral indefinida de una función, haciendo uso de las técnicas de integración.
6. Integral definida
  - 6.1) Comprenda el concepto de integral definida de una función.
  - 6.2) Calcule la integral definida de una función, haciendo uso del Teorema Fundamental del Cálculo.
  - 6.3) Calcule el área entre curvas, haciendo uso de la integral definida.
  - 6.4) Calcule la longitud de una curva haciendo uso de la integral definida.

6.5) Aplique la integral definida a la resolución de problemas de campos de la Física.

#### 7. Integrales impropias

7.1) Comprenda el concepto de integral impropia.

7.2) Comprenda el concepto de convergencia de una integral impropia.

7.3) Determine el carácter de convergencia de integrales impropias de primera y segunda especie haciendo uso de la definición.

7.4) Calcule el área bajo una curva haciendo uso de las integrales impropias.

7.5) Determine el carácter de convergencia de integrales impropias de primera especie haciendo uso de los criterios de convergencia.

### Relación de los objetivos con los atributos de graduados

Objetivos del curso	Atributos	Nivel de desarrollo por alcanzar
1. Introducir al estudiante a la simbología propia de la Matemática.	CI	I
2. Fomentar en el estudiante su capacidad de análisis para la realización de razonamientos deductivos.		
3. Lograr que el estudiante adquiera conceptos de Cálculo Diferencial e Integral de funciones en una variable.	CI	I
4. Lograr que el estudiante domine las técnicas fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral de una variable.	CI	I
5. Lograr que el estudiante adquiera destrezas y habilidades en la resolución de ejercicios y problemas.	CI	I
6. Fomentar en el estudiante una actitud crítica y creativa.		
7. Lograr que el estudiante sea capaz de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y situaciones concretas.	CI	I
8. Fomentar en el estudiante la capacidad para comprender y desarrollar situaciones concretas.	CI	I
9. Fomentar en el estudiante el interés permanente para la obtención de nuevos conocimientos.		
10. Lograr que el estudiante adquiera terminología del Cálculo Diferencial e Integral para comprender y expresar el lenguaje de la ciencia y la tecnología.	CI	I

CI: Conocimiento de ingeniería.

I: Nivel inicial.

## 4 Contenidos

### 1. Cálculo proposicional (5 horas<sup>1</sup>)

- 1.1) Los sistemas formales: términos primitivos, axiomas y teoremas.
- 1.2) Propositiones atómicas.
- 1.3) Operadores lógicos y proposiciones moleculares.
- 1.4) Tablas de verdad. Tautologías. Equivalencias tautológicas.
- 1.5) Predicados y términos. Cuantificadores existencial y universal.
- 1.6) Métodos de demostración en matemática:
  - 1.6.a) Prueba directa.
  - 1.6.b) Prueba por contrapositiva.
  - 1.6.c) Prueba por casos.
  - 1.6.d) Prueba por contradicción.

### 2. Límite y continuidad de una función (10 horas)

- 2.1) Límite de una función en un punto.
- 2.2) Teorema sobre límites.
- 2.3) Cálculo de límites (algebraicos, exponenciales, logarítmicos y trigonométricos).
- 2.4) Límites infinitos y límites al infinito.
- 2.5) Continuidad de una función.
- 2.6) Teoremas sobre continuidad de una función.

### 3. Derivada de una función (15 horas)

- 3.1) Derivada de una función en un punto.
- 3.2) Derivada de una función:
  - Interpretación geométrica.
  - Movimiento rectilíneo. Velocidad instantánea.
- 3.3) Teoremas sobre derivadas
- 3.4) Derivada de una función compuesta.
- 3.5) Derivada de las funciones: algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y trigonométricas inversas.
- 3.6) Diferencial de una función.
- 3.7) Derivadas de orden superior.
- 3.8) Derivación implícita.

---

<sup>1</sup>El número de horas que se enuncia en cada contenido es aproximado.

4. **Aplicaciones de la derivada** (20 horas)

- 4.1) Movimiento rectilíneo.
- 4.2) La derivada como razón de cambio.
- 4.3) Crecimiento y decrecimiento de funciones.
- 4.4) Máximos y mínimos de una función.
- 4.5) Regla de L'Hôpital.
- 4.6) Concavidad y puntos de inflexión.
- 4.7) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función.
- 4.8) Cuadros de variación y trazo de curvas.
- 4.9) Problemas de máximos y mínimos.
- 4.10) Método de Newton para hallar ceros de funciones.

5. **Integral indefinida** (12 horas)

- 5.1) Concepto de integral indefinida.
- 5.2) Propiedades de la integral indefinida.
- 5.3) Técnicas de integración:
  - Integración por sustitución.
  - Integración por partes.
  - Integración por funciones parciales.
  - Integración por sustitución trigonométrica.
  - Sustitución  $\tan(\theta/2)$ .

6. **Integral definida** (13 horas)

- 6.1) Integral definida.
- 6.2) Teorema fundamental del cálculo.
- 6.3) Propiedades de la integral definida.
- 6.4) Aplicaciones de la integral definida:
  - Área entre curvas.
  - Longitud de una curva.
  - Trabajo efectuado por una fuerza (ley de Hooke).

7. **Integrales impropias** (5 horas)

- 7.1) Integrales impropias de primera y segunda especies.
- 7.2) Convergencia de una integral impropia.
- 7.3) Criterios de convergencia para integrales impropias de primera especie.

## II parte: Aspectos operativos

### 5 Metodología de enseñanza y aprendizaje

Para el desarrollo del curso el profesor hará una exposición teórica de los temas y presentará ejemplos ilustrativos para complementar la teoría. Durante las clases debe buscarse la participación activa de los estudiantes.

De los estudiantes se espera una participación activa durante cada una de las clases, formulando preguntas y participando constantemente. El estudiante deberá dedicar tiempo extraclase al estudio y solución de ejercicios de la práctica, así como el desarrollo de cada una de las guías semanales que la cátedra diseñó para el trabajo continuo en el curso. Cada semana la guía respectiva estará disponible en la Comunidad Cátedra de Cálculo Diferencial e Integral en el Tec Digital.

### 6 Evaluación

El curso se evaluará mediante exámenes parciales, quices, tareas u otras asignaciones que el profesor considere pertinentes. La metodología de cómo se aplicarán los exámenes parciales, tareas, quices u otras asignaciones, se les comunicará de manera oportuna.

La distribución del 100 % de la nota final del curso será la siguiente:

- Tres exámenes parciales con igual ponderación, con un valor total del 70 % <sup>2</sup>.
- Otras evaluaciones (mínimo 6) con un valor de 30 %.

El curso se aprueba con una nota final mayor o igual que 70. El estudiante con nota final menor o igual que 55 reprueba el curso. El estudiante con nota final igual que 60 o 65 tiene derecho a presentar un examen de reposición (en el que se puede evaluar cualquier contenido del curso). Si el estudiante aprueba el examen (con nota mayor o igual a 70), entonces aprueba el curso con una nota final igual a 70; en caso contrario, la nota final será igual a la que tenía antes de realizar el examen de reposición.

---

<sup>2</sup>En este rubro se evalúa el atributo de conocimiento en ingeniería por medio de un ítem del segundo examen parcial.



## 7 Bibliografía

### Recomendada

- Borbón, A. (2018). *Cálculo Diferencial e Integral* (Notas de clase).
- Edwards, B & Larson, R. (2017). *Matemáticas I: cálculo diferencial*. Cengage Learning.
- Edwards, B & Larson, R. (2017). *Matemáticas II: cálculo integral*. Cengage Learning.
- Mora, W. et al (2020). *Práctica del curso Cálculo Diferencial e Integral. Selección de ejercicios con respuestas*. Revista digital Matemática, Educación e Internet. <https://elibro-net.ezproxy.itcr.ac.cr/es/ereader/itcr/46777?page=1>.

### Complementaria

- Acuña, L. (2016). *Cálculo diferencial e Integral*. Cartago, Costa Rica: Publicaciones Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Agüero, E. & Fallas, J. (2011). *Introducción al cálculo en una variable*. Cartago, Costa Rica: Primera Edición. Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Agüero, E., Chavarría, J. & Fallas, J. (2007). *Prácticas de cálculo diferencial e integral*. Cartago, Costa Rica: Publicaciones Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Edwards & Penney. (1989). *Cálculo con geometría analítica*. Prentice Hall. Editorial Hispanoamericana.
- Gutiérrez, Marco V. (2018) *Cálculo Diferencial e Integral, Lógica*.
- Hernández, Elsie. (2013) *Cálculo Diferencial e Integral con Aplicaciones*.
- Larson, Hostetler & Edwards: *Cálculo, Volumen 1*, 6ta. ed. McGrawHill, 1999.
- Murillo, M. (2010). *Introducción a la matemática discreta*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Stewart, J. (1999) *Cálculo de una variable*, 4ta edición.
- Zill, Dennis G: *Cálculo con geometría analítica*, Grupo Editorial Iberoamérica, 1987.
- Zill, D. & Jacqueline M. (2011). *Álgebra y trigonometría*. McGraw – Hill. Publicaciones del Instituto Tecnológico de Costa Rica. (2011). *Prácticas, Soluciones y Exámenes. Cálculo Diferencial e integral*.

### Software y sitios de interés

- GeoGebra: <http://www.geogebra.org/>

## 8 Profesores

<i>Grupo</i>	<i>Profesor(a)</i>	<i>Correo y oficina</i>	<i>Consulta<sup>4</sup></i>
13	Abarca Fuentes Marvin	mabarca@itcr.ac.cr Cartago I-05	K 8:30 - 10:30 Presencial J 8:30 - 10:30 Presencial
6	Alvarado Solano Anddy	aalvarado@itcr.ac.cr Cartago II-42	K 13:00 - 16:00 Presencial
12	Azofeifa Cubero Roberto	razofeifa@itcr.ac.cr Cartago I-15	K 11:00 - 12:00 Presencial J 16:00 - 17:00 Presencial
11	Blanco Benamburg Randall	rblanco@itcr.ac.cr Cartago I-05	J 16:00 - 18:00 Presencial
5 10	Chacón Vargas Erick	erchacon@tec.ac.cr	M 16:00 - 18:00 Virtual
50 51	Freer Paniagua Dylana	dfeer@itcr.ac.cr San Carlos Mucym	K 12:30-14:00 Presencial J 7:30 - 9:30 Virtual (cita por Whastapp)
1	Gutiérrez Montenegro Marco <sup>5</sup>	vgutierrez@itcr.ac.cr Cartago II-41	K 10:30 - 12:00 Presencial M 11:00 - 12:00 Virtual J 10:30 - 12:00 Presencial
8	Mora Picado Luis Fernando	lmora@itcr.ac.cr Cartago I-04	V 15:00 - 16:00 Presencial V 18:00 - 18:30 Presencial S 11:30 - 12:00

<i>Grupo</i>	<i>Profesor(a)</i>	<i>Correo y oficina</i>	<i>Consulta<sup>4</sup></i>
52	Navarro Aguirre Jessica	jenavarro@itcr.ac.cr San Carlos Of. 6 ECNE	K 14:30 - 16:00 Presencial (San Carlos) J 15:00 - 16:00 Presencial V 12:30 - 14:00 Virtual
10	Núñez Vanegas Félix	fnunez@itcr.ac.cr Cartago II-38	K 13:00 - 15:00 J 13:00 - 15:00
2	Quesada Villalobos Lourdes	loquesada@itcr.ac.cr Cartago I-13	M 9:30 - 12:00 Presencial V 10:30 - 12:00 Presencial
10	Ramírez Bogantes Melvin	meramirez@itcr.ac.cr Cartago I-02	M, J y V 8:00 - 9:00 Presencial (Alajuela) S 11:00 - 12:00 Presencial
4	Ramírez Arce Greivin	gramirez@itcr.ac.cr Cartago II-32	M 7:30 - 9:30
90	Solís Palma Angie	ansolis@itcr.ac.cr Cartago II-31	K 8:30 - 9:30 Presencial K 16:00 - 16:30 Presencial J 8:30 - 9:30 Presencial J 15:00 - 16:30 Presencial
60	Soto Cascante Emanuelle	esoto@itcr.ac.cr Oficina - Matemática	M 13:00 - 15:00 Presencial (Limón) J 13:00 - 15:00 Presencial (Limón)

<i>Grupo</i>	<i>Profesor(a)</i>	<i>Correo y oficina</i>	<i>Consulta<sup>4</sup></i>
2	Vega Vásquez Arturo	arvega@itcr.ac.cr Cartago I-12	K y J 8:00 - 9:30 Presencial M 14:00 - 15:00 Presencial
40	Villalobos Arias Mario	marvillalobos@itcr.ac.cr San José	V 15:00 - 16:00 Presencial (San José) V 16:30 - 17:30 Virtual

<sup>4</sup>K: Martes, M: Miércoles, J: Jueves, V: Viernes. Para ser atendido en consulta virtual, el estudiante debe solicitar una cita mediante correo electrónico al profesor(a). Si el profesor no atiende en Cartago, se indica entre paréntesis la sede.

<sup>5</sup>Coordinador de la Cátedra de Cálculo Diferencial e Integral.

## 9 Consideraciones generales

### 1. Sobre las pruebas parciales

- Para realizar las pruebas, el estudiante debe presentar una identificación oficial vigente (tarjeta de identificación de menores, carné del ITCR, cédula de identidad, licencia de conducir o pasaporte).
- A los estudiantes que no presenten la identificación no se les permitirá realizar el examen, ni firmar la hoja de asistencia, sin que se permita la reposición de la prueba por esta causa.
- Los exámenes deberán realizarse en cuaderno de examen o en hojas debidamente grapadas.
- Durante la realización del examen no se permitirá el intercambio de materiales de trabajo, el uso de hojas sueltas, calculadoras programables, ni el uso de dispositivos electrónicos con memoria de texto o conectividad inalámbrica.
- Ningún estudiante podrá retirarse del aula donde realiza la prueba, durante los primeros 30 minutos. Tampoco se dejará ingresar estudiantes al aula 30 minutos después de iniciada la prueba.
- Durante las pruebas no se permitirán consultas.
- No serán procedentes apelaciones sobre la calificación asignada a enunciados que el estudiante deje resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. El plazo para apelar una prueba es de 3 días hábiles luego de ser entregada al grupo por su profesor.
- Si un estudiante se ausenta a un examen, tiene tres días hábiles para justificarse ante su profesor; si este considera válida la justificación, entonces el alumno podrá realizar una prueba extraordinaria del parcial.
- Las fechas y hora de aplicación serán comunicadas oportunamente.

2. La información y documentación referente al curso se publicará en la Comunidad Cátedra de Cálculo Diferencial e Integral en Tec Digital, además, toda comunicación mediante el Tec Digital o correo electrónico, es de carácter oficial.

3. Los responsables de programar actividades en donde se requiera la participación de representantes estudiantiles deberán considerar los compromisos académicos de dichos representantes. La aplicación de exámenes, asistencia a lecciones, participación en giras y desarrollo de prácticas y laboratorios, tienen prioridad sobre las sesiones de órganos colegiados o de actividades organizadas por la Federación de Estudiantes del TEC, que requieran la presencia de los representantes estudiantiles. Esto con la finalidad de no comprometer el avance del estudiante en su plan de estudios.

4. Cualquier otro aspecto que no esté estipulado en este comunicado, se regirá por el Reglamento del Régimen Enseñanza-Aprendizaje del Tecnológico de Costa Rica y sus reformas.

5. Reporte de emergencias en el TEC

- **En Cartago:** Serán atendidas por el personal del centro de salud institucional en el horario de 7:30 a.m. a 7:30 p.m., para reportar una emergencia se deberá llamar al número 2550-9111, fuera de este horario deberá reportarlo al 911.
- **En San Carlos:** serán atendidas por el personal del consultorio médico en el horario de 7:00 a.m. a 4:00 p.m., para reportar una emergencia se deberá llamar al número 2401-3090, fuera de este horario deberá reportarlo al 911.
- **En Alajuela:** llamar a la Unidad de Vida Estudiantil de la Sede Interuniversitaria de Alajuela, teléfono 2430-5730 en horario de lunes y viernes de 1:00 p.m. a 5:00 p.m., martes y jueves de 8 am a 5 pm, fuera de este horario al 911.
- **En Limón:** serán atendidas por servicios de atención médica en el horario de 7:30 a.m. a 4:30 p.m. para reportar una emergencia deberá llamar al número 2550-9393 o 911.