Práctica para el tercer examen parcial.

1) Calcule cada una de las siguientes integrales:

a) $\int \left(\frac{x^2-3}{x} + secx - 5^{2x}\right) dx$ $\quad$ $R/ \frac{x^2}{2} - 3lnx + ln|secx + tanx| + \frac{5^{2x}}{2ln5} + c$

b) $\int (x^2-1)cosxdx$ $\quad$ R/ $x^2senx + 2xcosx - 3senx + c$

c) $\int cos^4xtan^2xdx$ $\quad$ R/ $\frac{1}{8}x - \frac{1}{32}sen(4x) + c$

d) $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}dx$ $\quad$ R/ $4ln|x-1| + \frac{14}{25}ln|x+3| + 5ln|x-4| + c$

e) $\int x\sqrt{1+x}\, dx$ $\quad$ $R/ \frac{2(x+1)^{5/2}}{5} - \frac{2(x+1)^{3/2}}{3} + c$

f) $\int x^3 sen(4x)\, dx$ $\quad$ $R/ \frac{-x^3}{4}\cos(4x) + \frac{3}{16}x^2 sen(4x) - \frac{3}{32}x\cos(4x) + \frac{3}{128}sen(4x) + C$

g) $\int e^{-2x} sen(3x)\, dx$ $\quad$ $R/ \frac{-e^{-2x}}{13}\left(2sen(3x) + 3\cos(3x)\right) + C$

h) $\int \frac{\cos^3 x}{1-senx}dx$ $\quad$ $R/ senx + \frac{sen^2x}{2} + C$

i) $\int \sec^4(2x)\tan^3(2x)dx$ $\quad$ $R/ \frac{\sec^6(2x)}{12} - \frac{\sec^4(2x)}{8} + C$

j) $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}dx$ $\quad$ $R/ -4\sqrt{4-x^2} + \left(4-x^2\right)^{3/2}/3 + C$

k) $\int \frac{x^2-4x-4}{(x-2)(x^2+4)}dx$ $\quad$ $R/ -\ln(x-2) + \ln(x^2+4) + C$

l) $\int \frac{3x^2 - x + 1}{(x+1)(x^2+2x+2)} \, dx$ $\quad R/\ 5\ln(x+1) - \ln(x^2+2x+2) - 7arctg(x+1) + C$

m) $\int 5y^{11} \sqrt[6]{3 - y^4} \, dy$ $\quad R/ \frac{-135}{4}\sqrt[6]{(3-y^4)^7} + \frac{45}{13}\sqrt[6]{(3-y^4)^{13}} - \frac{3}{10}\sqrt[6]{(3-y^4)^{25}} + c$

n) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2} \, dx$ $\quad R/ln\left|\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{x^2-4}}{2}\right| - \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} + c$

2) Considere las siguientes funciones:

$$f(x) = 4 - x^2$$
$$g(x) = 1 - 2x$$

Grafique las funciones f y g, además sombree el área de la región limitada por las funciones f, g y el eje x, que corresponde a:

$$A = \int_{-1}^{0} (f(x) - g(x)) \; dx + \int_{\frac{1}{2}}^{2} (0 - g(x)) \; dx + \int_{2}^{3} (f(x) - g(x)) \; dx$$

(No es necesario calcular el área)

3) Determine $g(x)$, si se sabe que la gráfica de g pasa por el punto $(0,3)$ y $g(x) \neq 0$. Además cumple la siguiente condición.

$$(g(x))^2 = \int_{\frac{\pi}{9}}^{x} g(t)\,\mathrm{sen}(t) \; dt$$

R/ $g(x) = \frac{-cosx+7}{2}$

4) Resuelva los siguientes ejercicios. Indique todo el desarrollo.

(a) Utilice sumas de Riemann para calcular $\int_{-1}^{0} (1 - 2x) \; dx$.

(b) Determine si la siguiente integral converge o diverge.

$$\int_{1}^{+\infty} xe^{-x} \; dx$$

R/ a) 2, b) converge a $2e^{-1}$