

Examen de Reposición

MA1102 Cálculo Diferencial e Integral

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo que debe aparecer, de manera clara y ordenada, todo el procedimiento necesario para resolver cada ejercicio, así como las justificaciones respectivas. Escriba con bolígrafo de tinta azul o negra. No proceden reclamos sobre pruebas escritas con lápiz o que presenten alguna alteración. No se permite el uso de celulares. Puede utilizar calculadora científica no programable.

1. Determine la primera derivada de la función:

$$g(x) = \frac{x^{2x} \operatorname{sen}(x^2 + 1)}{\arctan(x)}$$

(No es necesario simplificar la derivada)

[5 puntos]

2. Calcule los siguientes límites:

(a) $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+u} - \sqrt{1-u}}{u}$

[3 puntos]

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(3x))}{\ln(\cos(2x))}$

[4 puntos]

3. Determine el valor de a para que la función correspondiente sea continua en \mathbb{R} .

[3 puntos]

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(ax)}{2x} & \text{si } x < 0 \\ 3x + a + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

4. Si $y^2 = 1 + x^2y + 2x$, calcule el valor de y' en el punto $(-2, 1)$ y la ecuación de la recta normal a la curva en ese punto.

[3 puntos]

5. Determine dos números positivos para los cuales su suma sea 30 y el producto del cuadrado del primer número por el segundo número sea máximo.

[4 puntos]

6. Considere la función $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$, y sus derivadas $f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$ y $f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$.

Determine lo siguiente:

- (a) La ecuación de la recta de la asíntota oblicua.

[3 puntos]

- (b) El cuadro de variación en el que se analice su monotonía y concavidad.

[4 puntos]

continúa en la siguiente página ...

7. Resuelva las siguientes integrales

(a) $\int_0^{\pi/2} \sin^3(\theta) \cos^3(\theta) d\theta$ [5 puntos]

(b) $\int \frac{x^2 + 4x + 1}{(x^2 - 1)(x + 2)} dx$ [5 puntos]

(c) $\int_2^\infty (1 - x) e^{-x} dx$ [5 puntos]

8. Plantee las integrales para calcular el área de la región limitada por las parábolas $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ y la recta $y = 2x$ (la gráfica no está a escala). [3 puntos]

