INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA | 3 HORAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA | 40 PUNTOS
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL | II SEMESTRE, 2016

Examen de Reposición

Instrucciones: Esta es una prueba de desarrollo, por lo tanto, debe presentar todos los pasos que le permitieron obtener cada una de las respuestas. Trabaje de forma clara, ordenada y utilice bolígrafo para resolver el examen. No se aceptarán reclamos de exámenes resueltos con lápiz o que presenten algún tipo de alteración. No se permite el uso de calculadora programable, teléfonos, dispositivos electrónicos con conectividad inalámbrica, entre otros dispositivos similares.

1. Calcule, si existen, los siguientes límites.

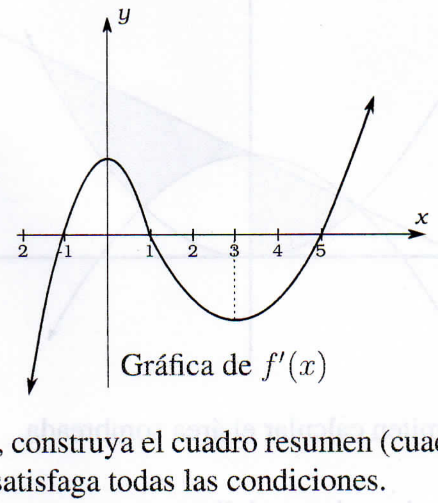
   (a) [4 puntos] $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\cdot \sec x}{\tan x - \operatorname{sen}^3 x\cdot \sec x}$

   (b) [4 puntos] $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+\tan x)^{\frac{1}{2x}}$

2. [4 puntos] Calcule la primera derivada de $f(x) = \ln^3(3x^2+x)\cdot e^{\sqrt{x^2+1}}$

3. [4 puntos] Si se sabe que y es una función implícita en términos de x, tal que $x^3+y^2-y\cdot e^x = 1$ determine la ecuación de la recta tangente a w en el punto $(1,0)$.

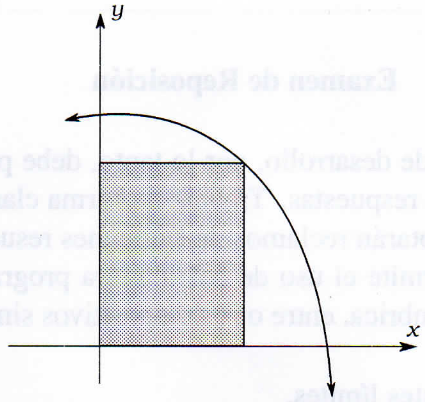
4. [5 puntos] De una función f, dos veces derivable, se sabe que la gráfica de su primera derivada viene dada por:



Con base en esta información, construya el cuadro resumen (cuadro de variación) de f y realice una posible gráfica de f que satisfaga todas las condiciones.

Continúa en la siguiente página...

5. [4 puntos] Sea un rectángulo limitado por los ejes X y Y, con un vértice en $(0,0)$ y otro sobre la curva $y=-x^3+8$, como se muestra en la figura. Determine las dimensiones del rectángulo que producen el área máxima posible.

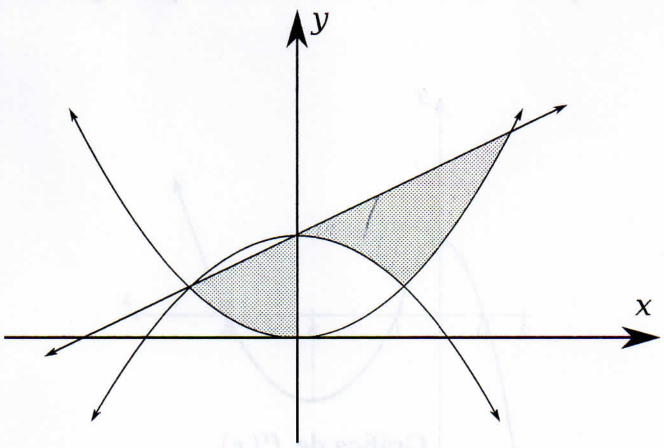


6. Calcule cada una de las siguientes integrales:

   (a) [4 puntos] $\displaystyle\int x\ln(3x+1)\,dx$

   (b) [4 puntos] $\displaystyle\int \frac{x+1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx$

7. [3 puntos] Considere la región limitada por las gráficas de las funciones $f(x)=x+2$, $g(x)=x^2$ y $h(x)=2-x^2$, tal y como se muestra a continuación:



Plantee las integrales que permiten calcular el área sombreada.

8. [4 puntos] Determine si la siguiente integral diverge o converge: $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\ln(x)}\,dx$