

## Cálculo Diferencial e Integral

### Examen de Reposición

### Segundo semestre 2009

**Indicaciones:** Esta es una prueba de desarrollo. Por tanto, incluya el procedimiento que utilizó para llegar a sus respuestas. Las preguntas resueltas con lápiz o que presenten secciones pintadas con témpera (corrector) no podrán apelarse. Utilice un cuaderno de examen u hojas debidamente grapadas. No se permite el uso de calculadoras programables.

1. 3 pts Calcule, si existe, el límite  $\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{r - \sqrt{r^2 + 1}}{r + 6}$ .
2. 3 pts Dada la función  $h(t) = \begin{cases} at^2 + bt & \text{si } t \geq 1 \\ 5 & \text{si } t < 1 \end{cases}$  determine los valores de  $a$  y  $b$  de forma que  $h$  y  $h'$  sean ambas continuas en  $t = 1$ .
3. 3 pts Dado que  $g$  es alguna función derivable, calcule la derivada (en términos de  $g$ ,  $g'$  o ambas) de la función  $F$  definida por

$$F(x) = \frac{\arctan x - g(x^3 + 2)}{2 \ln(x + 1)}$$

4. 3 pts Encuentre los puntos donde la recta tangente al gráfico de  $y = 1 + x^{1/3}$  es vertical.
5. 5 pts Determine el volumen máximo de un cilindro inscrito en un cono de altura 10 cm y radio 4 cm.



6. 4 pts Calcule el valor de  $y'$  en el punto  $(1, 1)$  para la ecuación  $(x^2 + y^2)^2 = 4xy$ .
7. 4 pts Sea  $p(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 1}$ . Sabiendo que  $p''(x) = \frac{-6(3x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^3}$ , encuentre:

- (a) Los intervalos donde el gráfico de  $p$  es cóncavo hacia arriba y los intervalos donde es cóncavo hacia abajo.
- (b) Las ecuaciones de las rectas asíntotas al gráfico de  $p$ .

8. Calcule las siguientes integrales.

- (a) 5 pts  $\int \sin(\ln u) \, du$
- (b) 5 pts  $\int_0^1 r^2 \sqrt{2 - r^2} \, dr$
- (c) 4 pts  $\int_0^{+\infty} \left( \frac{1}{x^2} - e^{-x} \right) dx$