Практическая работа 8.
Методы вычисления интегралов в системе MatLab

Цель работы. изучение численных методов вычисления интегралов в системе MatLab, изучение аналитических методов вычисления интегралов, приобретение навыков вычисления интегралов в системе MatLab.

1. Задание к работе

1.1. Построить согласно варианту (таблица 1) график подынтегральной функции на заданном интервале. Вычислить интеграл (численное интегрирование) согласно варианту (таблица 1) на заданном интервале:
- методом трапеций с шагом 0.01, 0.1, 0.5;
- методом Симпсона;
- методом Ньютона-Котеса 8 порядка.

Результаты вычислений свести в таблицу.

1.2. Вычислить двойной интеграл (численный метод) согласно варианту (таблица 2).

1.3. Вычислить определенный (таблица 3) и неопределенный (таблица 4) интеграл (аналитический метод) согласно варианту.

1.4. Вычислить несобственный интеграл согласно варианту (таблица 5).

Таблица 1. Определенный интеграл

N	Интеграл	N	Интеграл
1	$\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1-x}}$	6	$\int_0^1 x\ln(1+x^2)dx$
2	$\int_0^1 \frac{x^2dx}{x+1}$	7	$\int_0^1 x\,arctg\,x\,dx$
3	$\int_0^1 arctg\sqrt{x}dx$	8	$\int_0^1 e^{-x^2}dx$
4	$\int_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}}$	9	$\int_0^1 \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1+x}}$
5	$\int_0^1 (x-1)e^{-x}dx$	10	$\int_0^1 xe^x dx$

Таблица 2. Двойной интеграл

N	Интеграл	N	Интеграл
1	$\int_0^1\int_1^2 (y\sin(x)+\sin(x))dxdy$	6	$\int_0^1\int_1^2 (\frac{36x^2+9x}{\exp(y)})dxdy$
2	$\int_0^1\int_1^2 (\sin(y)-y\sin(x))dxdy$	7	$\int_0^1\int_1^2 x^2\cdot\exp(x+\sin(y))\cdot\cos(y)dxdy$
3	$\int_0^1\int_1^2 \exp(\cos(y)-x)\cdot y^2dxdy$	8	$\int_0^1\int_1^2 (x^2+\sqrt{(y+3x)})dxdy$
4	$\int_0^1\int_1^2 (2x^2+7x+y^2)dxdy$	9	$\int_0^1\int_1^2 (x^2\cdot\sin(x)+2\cos(y))dxdy$
5	$\int_0^1\int_1^2 (x\sin(y)+y\sin(x))dxdy$	10	$\int_0^1\int_1^2 (\sin(x)+2\cos(y))dxdy$

Таблица 3. Определенный интеграл

N	Интеграл	N	Интеграл
1	$\int_{-4}^{1}\frac{xdx}{\sqrt{(5-x)^3}}$	6	$\int_0^1\frac{\sqrt{x}dx}{4-x}$
2	$\int_{-\frac{3}{4}}^{0}\frac{3xdx}{\sqrt{(x+1)^3}}$	7	$\int_{-\pi}^{\pi}x\sin(x)dx$
3	$\int_0^3\frac{\sqrt{x}dx}{1+x}$	8	$\int_0^4\frac{dx}{\sqrt{x}-3}$
4	$\int_2^7\frac{\sqrt{x+2}dx}{x}$	9	$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{3+2\cos x}$
5	$\int_{-8}^{0}\frac{dx}{5-\sqrt[3]{x^2}}$	10	$\int_1^e\frac{dx}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}}$

Таблица 4. Неопределенный интеграл

N	Интеграл	N	Интеграл
1	$\int \frac{xdx}{1-x^2}$	6	$\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x)^3}}$
2	$\int \frac{xdx}{1+x^4}$	7	$\int \frac{xdx}{\sqrt{(1+x+x^2)^3}}$
3	$\int \frac{xdx}{1+x^2}$	8	$\int \frac{x^2dx}{\sqrt{(1+x)^3}}$
4	$\int \frac{xdx}{1-x^4}$	9	$\int \frac{x^4dx}{\sqrt{(1+x^2)^7}}$
5	$\int \frac{dx}{x(1+x^2)}$	10	$\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$

Таблица 5. Несобственный интеграл

N	Интеграл	N	Интеграл
1	$\int_0^\infty \frac{(x^2+1)dx}{(x^4+1)}$	6	$\int_0^\infty \frac{dx}{(x+\sqrt{x^2+1})^2}$
2	$\int_0^\infty \frac{dx}{1+e^{3x}}$	7	$\int_0^\infty \frac{xdx}{\sqrt{e^x-1}}$
3	$\int_0^\infty \frac{xe^{-2x}dx}{\sqrt{e^x-1}}$	8	$\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^3}$
4	$\int_0^\infty \frac{xdx}{1-x^3}$	9	$\int_0^\infty \frac{e^{-x}dx}{\sqrt{1+x}}$
5	$\int_0^\infty \frac{dx}{(x^2+1)^3}$	10	$\int_0^\infty \frac{xe^x dx}{(1+x)^2}$

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте задачу численного интегрирования.
2. Каким образом осуществляется построение квадратурных формул?
3. В каких случаях осуществляется численное интегрирование?

4. Каковы преимущества формулы парабол по сравнению с формулой трапеций?
5. В каких случаях приближенные формулы трапеций и парабол оказываются точными?
6. Как влияет на точность численного интегрирования величина шага?
7. С помощью какой функции осуществляется вычисление интеграла аналитическими методами?
8. Какая функция используется для вычисления двойных интегралов?
9. Какая функция применяется для вычисления интегралов методом трапеций?
10. Каким образом задаются пределы интегрирования для вычисления несобственных интегралов?
11. Каким образом определяются символьные переменные в системе MatLab?
12. Какая функция реализует метод Ньютона-Котеса 8-го порядка точности?
13. Какая функция используется для вычисления интегралов методом Симпсона?
14. Какой параметр задает относительную погрешность вычисления интегралов?

3. Порядок выполнения работы.

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
2. Выполнить задание к практической работе (п.1).
3. Оформить отчет по проделанной работе. Отчет должен содержать: титульный лист, цель работы, задание, ход выполнения работы, результаты работы, анализ результатов и выводы по работе. Ответить на контрольные вопросы.