Практическая работа 12.
Математические операции с полиномами

Цель работы: изучение основных команд, используемых для математических операций с полиномами в среде MatLab, приобретение навыков работы с полиномами в среде MatLab.

Теоретические сведения

Математические операции с полиномами

Полином (или иначе - степенной многочлен) является широко распространенным объектом математических вычислений и обработки данных. Использование полиномов обусловлено широкими возможностями полиномов в представлении данных. Обычно полином записывается в виде:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 .$$

Возможны иные формы записи, например, $p(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \ldots + a_n x + a_{n+1}$. При этом полиномы обычно задаются векторами их коэффициентов. Ниже приведена функция, осуществляющая умножение полиномов: $w = conv(u, v)$. Если длина вектора *u* равна *m*, а длина вектора *v* равна *n*, то вектор *w* имеет длину *m+n-1*, его *k*-й элемент вычисляется по формуле:

$$w(k) = \sum_j u(j) v(k + 1 - j) .$$

Для деления полинома v на полином u используется функция $[q, r] = deconv(v, u)$. Вектор *q* представляет собой частное от деления, а *r* – остаток от деления.

Функция вычисления коэффициентов характеристического полинома имеет вид: *poly(A)* – для квадратной матрицы *A* размера *n* × *n* возвращает вектор-строку размером *n+1*, элементы которой являются коэффициентами характеристического полинома *det(A-sI)*, где *I* – единичная матрица и *s* – оператор Лапласа. Коэффициенты упорядочены по убыванию степеней. Если вектор состоит из *n+1* компонентов, то ему соответствует полином вида $c_1 s^n + \ldots + c_n s + c_{n+1}$. Функция *poly(r)* для вектора *r* возвращает вектор-строку *p* с элементами, представляющими собой коэффициенты полинома, корнями которого являются элементы вектора *r*.

Функция *polyval(p,x)* возвращает значения полинома *p*, вычисленные в точках, заданных в массиве *x*. Полином *p* - вектор, элементы которого являются коэффициентами полинома в порядке уменьшения степеней, *x* может быть матрицей или вектором.

Для вычисления корней полинома вида $c_1 s^n + \ldots + c_n s + c_{n+1}$ можно воспользоваться функцией *roots(c)*, которая возвращает вектор-столбец, чьи элементы являются корнями полинома *c*. Вектор-строка *c* содержит коэффициенты полинома, упорядоченные по убыванию степеней. Если *c* имеет *n+1* компонентов, то полином, представленный эти вектором, имеет вид $c_1 s^n + \ldots + c_n s + c_{n+1}$. Функция *roots(c)* является обратной. Если ее результаты использовать в функции *poly(r)*, то после умножения на целое число, получим в результате коэффициенты полинома *c*.

Функция *polyder(p)* – возвращает производную полинома *p*; *polyder(a,b)* - возвращает производную от произведения полиномов *a* и *b*.

Для отношения полиномов *b* и *a* функция *[r,p,k]=residue(b,a)* возвращает вычеты, полюса и многочлен целой части отношения двух полиномов *b(s)* и *a(s)* в виде

$$b(s)/a(s) = (b_1 + b_2 s^{-1} + b_3 s^{-2} + \ldots + b_{m+1} s^{-m})/(a_1 + a_2 s^{-1} + a_3 s^{-2} + \ldots + a_{m+1} s^{-m}).$$