

## Практическая работа 5.

### Гармонический и спектральный анализ периодических сигналов. Спектральный анализ на основе быстрого преобразования Фурье.

**Цель работы.** Изучение возможностей описания любой периодической функции с помощью тригонометрического ряда Фурье. Приобретение навыков вычисления коэффициентов ряда Фурье и графического отображения результатов гармонического и спектрального синтеза периодической функции. Изучение возможностей встроенных в Mathcad средств быстрого преобразования Фурье. Приобретение навыков применения быстрого преобразования Фурье для спектрального анализа и синтеза.

#### Задание к работе

**1.1** Вычислить коэффициенты разложения в ряд Фурье заданной функции  $f(t)$  на отрезке  $[0, 2\pi]$  в соответствии с полученным номером варианта. Построить графики первых пяти гармоник. Выполнить гармонический синтез функции  $f(t)$  по пяти гармоникам. Результаты синтеза отобразить графически. Отобразить графически спектры амплитуд и фаз, результат спектрального синтеза функции  $f(t)$ .

Таблица 1. Варианты заданий.

| Вариант | $f(t)$   | Вариант | $f(t)$                                |
|---------|--|---------|---------------------------------------|
| 1.      | $\frac{\cos t}{1 + \cos^2 2t}$                     | 11.     | $\sin(\sqrt{1+t^2})$                  |
| 2.      | $\frac{\sin t}{1 + \cos^2 2t}$                     | 12.     | $\cos(\sqrt{1+t^2})$                  |
| 3.      | $\frac{\sin 2t + \sin^2 3t}{3 + \sin t + \cos 2t}$ | 13.     | $e^{-10(t-\pi)^2}$                    |
| 4.      | $\frac{\sin 3t}{ \sin t  +  \cos t }$              | 14.     | $e^{\cos \frac{1}{3}t}$               |
| 5.      | $\cos e^{ \sin 3t }$                               | 15.     | $e^{-\cos \frac{1}{2}t} \cos(\sin t)$ |
| 6.      | $\cos t \cos  \sin t $                             | 16.     | $\cos^2(t) + \sin(t)$                 |
| 7.      | $\arctg(\cos \frac{1}{2}t)$                        | 17.     | $\sin^2(t) + \cos(t)$                 |
| 8.      | $e^{\sin \frac{1}{3}t}$                            | 18.     | $e^{-\cos \frac{1}{2}t} \sin(\cos t)$ |
| 9.      | $ \sin t  +  \sin 2t $                             | 19.     | $\sin t \sin  \cos t $                |
| 10.     | $\sin(\frac{1}{2}t)^2$                             | 20.     | $e^{-\sin \frac{1}{2}t} \sin(\cos t)$ |

**1.2** Задать в соответствии с вариантом функцию  $f(t)$  дискретно в 128 отсчетах. Выполнить прямое быстрое преобразование Фурье с помощью функции  $fft$  и отобразить графически найденные спектры амплитуд и фаз. Выполнить обратное быстрое преобразование Фурье с помощью функции  $ifft$  и отобразить графически результат спектрального синтеза функции  $f(t)$ . Для фильтрации функции  $f(t)$  с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) необходимо выполнить следующее:

- синтезировать функцию  $f(t)$  в виде полезного сигнала, представленного 128 отсчетами вектора  $v$ ;
- к полезному сигналу  $v$  присоединить шум с помощью функции  $rnd$  ( $rnd(2) - 1$ ) и сформировать вектор из 128 отсчетов зашумленного сигнала  $s$ ;
- преобразовать сигнал с шумом  $s$  из временной области в частотную, используя прямое БПФ (функция  $fft$ );
- выполнить фильтрующее преобразование с помощью функции Хевисайда (параметр фильтрации  $\alpha = 2$ );
- с помощью функции  $ifft$  выполнить обратное БПФ и получить вектор выходного сигнала  $h$ ;
- построить графики полезного сигнала  $v$  и сигнала, полученного фильтрацией зашумленного сигнала  $s$ .

### **Порядок выполнения работы.**

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями.
2. По предложенному преподавателем варианту выполнить задание.
3. Оформить отчет по лабораторной работе. Отчет должен содержать: титульный лист, цель работы, задание, результаты работы, анализ результатов и выводы по работе. Ответить на контрольные вопросы.

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение понятию - спектр функции.
2. В чем заключается спектральный анализ периодических функций?
3. В чем заключается гармонический анализ?
4. В чем заключается гармонический синтез?
5. Привести выражения для коэффициентов Фурье.
6. Привести выражение для тригонометрического ряда Фурье.