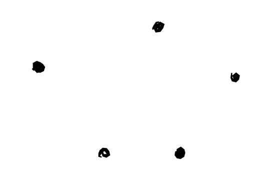
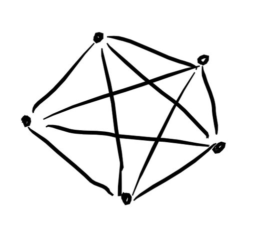
№1

а) 0, 0, 0, 0, 0



да

б) 4, 4, 4, 4, 4



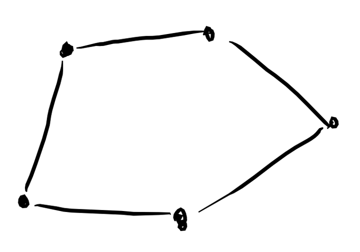
да

в) 2, 3, 2, 4, 2 ← нег.

$\sum_{v \in V} d(v) = 2|E|$ ⇒ $2+3+2+4+2 = 13$ – нечетное

нет (по лемме о рукопож.)

г) 2, 2, 2, 2, 2



да

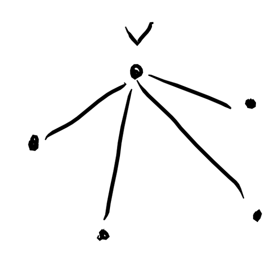
д) 1, 1, 1, 1, 1

$1+1+1+1+1 = 5$ – нег.

нет

е) 3, 5, 4, 2, 2

нег.

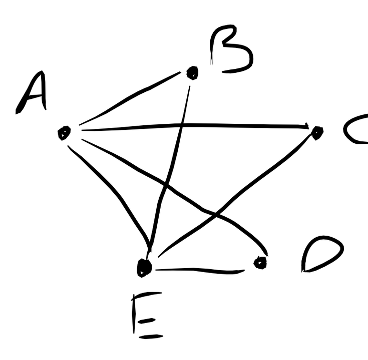


макс. возм. степень = 4

нет

ж) 4, 4, 4, 4, 2

A B C D E



нет

1) $d(A) = 4$ ⇓ A соед. со всеми ост. верш., в частн., с E

2) $d(B) = 4$ ⇓ B соед. со всеми ост. верш., в частн., с E

Аналог. для C и D

$d(E) = 4$ ⇐

противоречие

№2.

В графе $|V| = 100$, $|E| = 800$

а) Д-ть, что есть вершина степ. ≥ 16

$v_1, v_2, v_3, \ldots, v_{100}$ – вершины

$d(v_1) + d(v_2) + \ldots + d(v_{100}) = 2|E| = 1600$

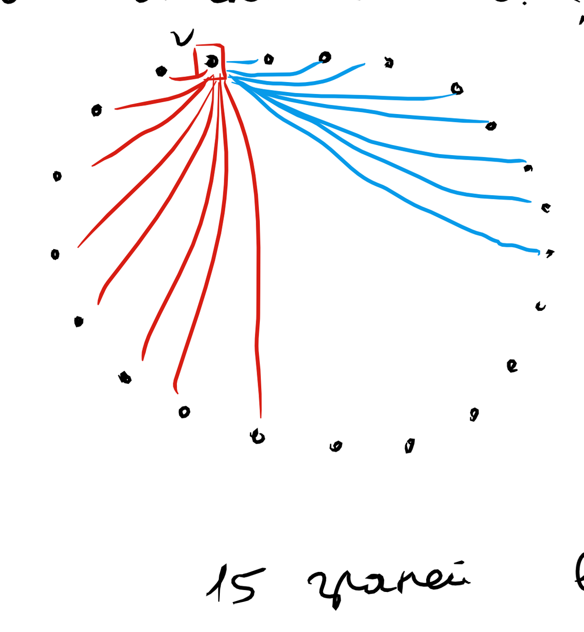
если все $d(v_i) < 16$, то $d(v_1) + d(v_2) + \ldots + d(v_{100}) < 16 \cdot 100 = 1600$

$\underset{1600}{\parallel}$ что невозм.

Т.о., есть v_k степени ≥ 16

б) Все вершины имеют степ. 16. ?

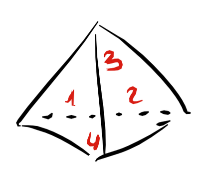
100 верш.



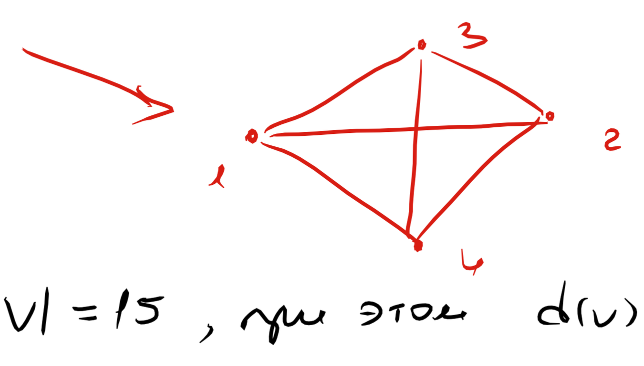
соед v с 8-ю послед и с 8-ю предыдущ.

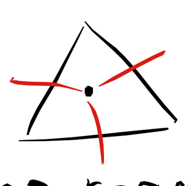
$d(v) = 16$

№3.



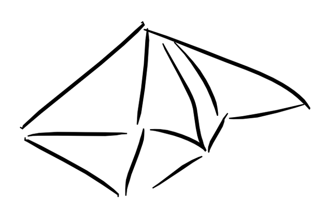
15 граней все – треугольные





Граф с $|V| = 15$, при этом $d(v) = 3$ для кажд. v

Невозм., т.к. кол-во верш. нег. степени – 15 (нег. число)



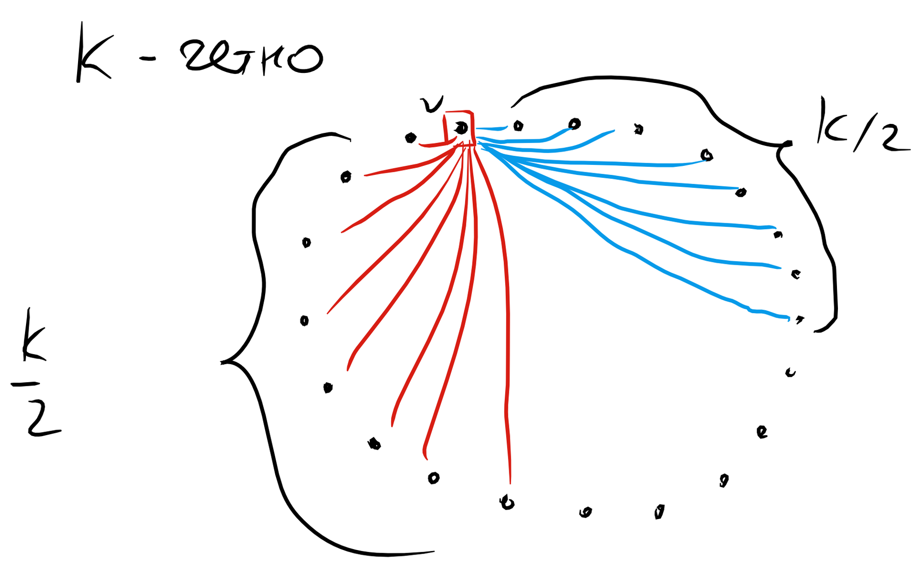
Не сущ-ет

№4.

$0 \leq k < n$ и kn - четное число

Тогда сущ-ет граф на n верш., степени равны k

1) k - четно

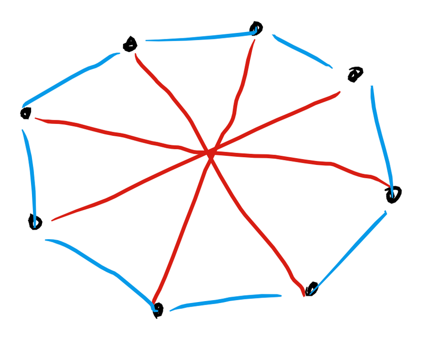


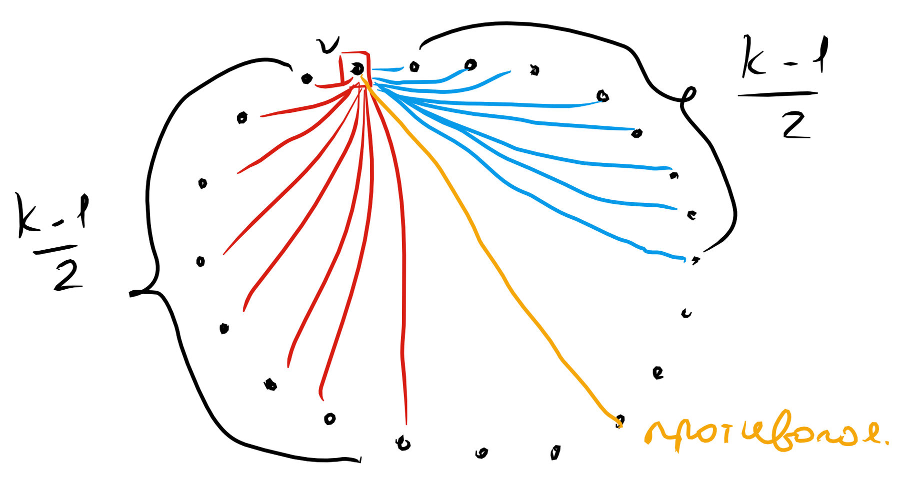
$k+1 \leq n$

синие и красн. – разные ребра

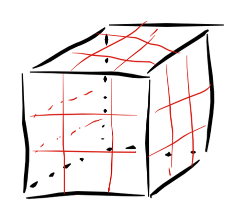
2) k - нечетно, n - четно

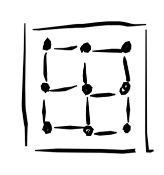
$n = 8$, $k = 3$



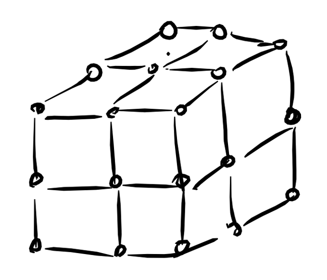


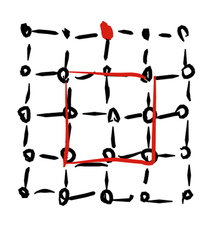
№5





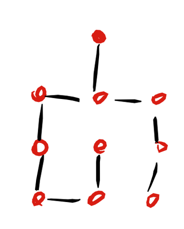
n^2 вершин





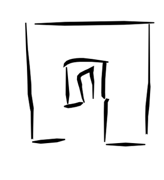
$9+1=10$

граф связен



$(n-2)^2 + 1$ вершин

добавл. ребро – удал. перегородку



1 = комп. св-ти $\geq |V| - |E| = 10 - |E|$

хотя бы 9 перегородок удалить

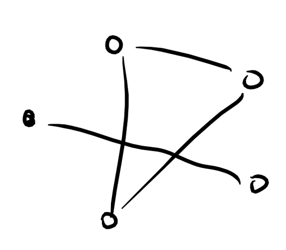
вершин: $3(n-2)^2 + 1$ вершин.

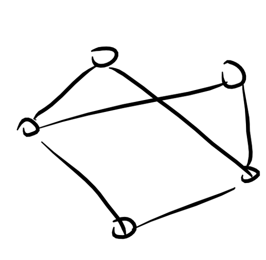
ребер: $\geq 3(n-2)^2$ перегор. удалить

№6.

Дополнение графа G – это граф $\overline{G}$: верш. - такие же, ребра – дополн. ребра G

G :





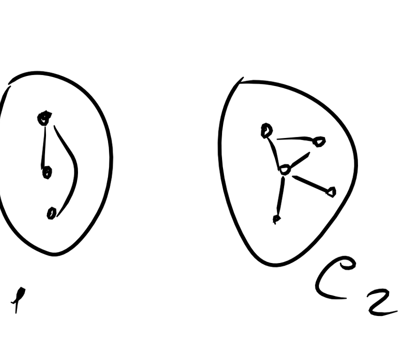
: $\overline{G}$

G или $\overline{G}$ обязательно связен

Реш-е: Сл. 1 G - связен – ок

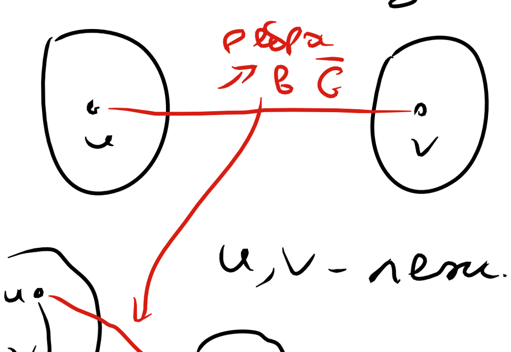
Сл. 2 G - не связен ⇒ у G есть хотя бы 2 комп. св-ти

G



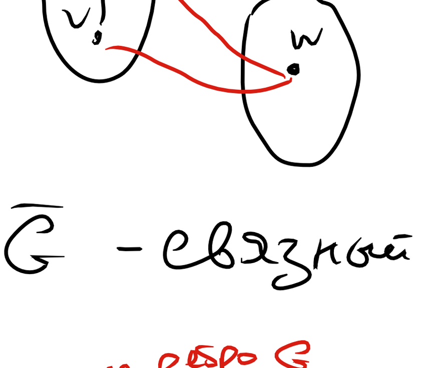
Берем u, v – вершины

1) u, v – лежат в разн. комп. св-ти гр. G



⇒ u, v связаны в $\overline{G}$

2)

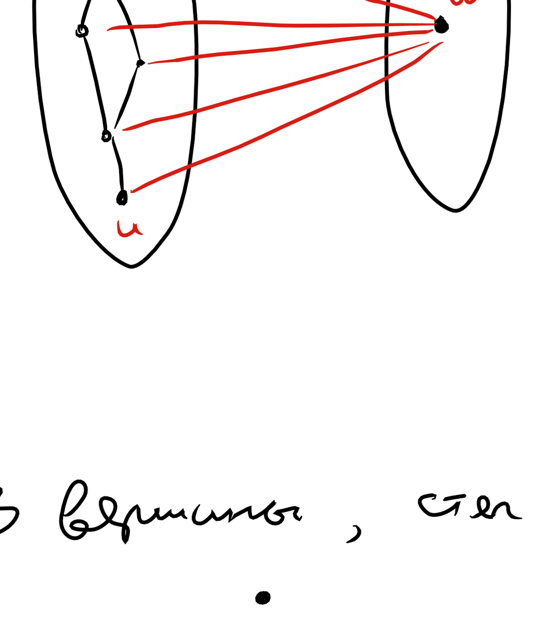


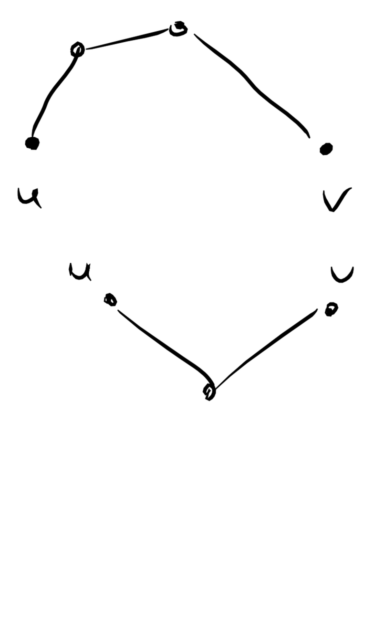
u, v - леж. в одной комп. св-ти G

u – w – v – путь

⇒ u, v связаны в $\overline{G}$

Тогда $\overline{G}$ – связный граф





3 вершины, степ каждой ≥ 1