

# 数学物理方程 第九课

2023年11月29日 星期三 19:10

## Bessel 函数.

review: Ch2 中基本上均为二元函数.

↓ 升维!

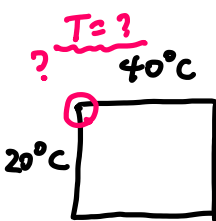
$$u(x, y, t) = u(\rho, \theta, t) = u(\rho, \theta, h) = u(x, y, z)$$

极                  柱                  三维直角  
坐标系

未知函数均为三元函数

raise new problems:

{ 变量总数 ↑ (空间维度 min 2 ↑)  
坐标系选取 matters!  
边界 condition 出现“奇点”



目前不纠结 [∵ 我们研究的是 area 内部]

例1

两级分离  $\Rightarrow$  { 时空分离  $\mu$ .  
空间分离  $\lambda$ .

二维特征值由2个维度联合确定.

二次分离后在2个边值  $\rho_{10}$  / 特征值  $\rho_{10}$  均为常数  $ODE$ .

thm:  $\rho^2 \cdot R''(\rho) + \rho \cdot R'(\rho) + (\mu \rho^2 - \lambda) R(\rho) = 0.$

Bessel 方程



变系数二阶 ODE.



解法: Bessel 函数.

{ 变量代换.  
摄动法.  
Lauriclle 公式.  
幂级数法.

含有 Bessel 函数的定积分  $\Leftarrow$  Gamma 函数 ( $\Gamma$ )



Bessel 函数 正交/完备性.

$f(x) \Rightarrow$  Bessel 展开.