Alcune classi di modelli

Modelli di allocazione ottima di risorse: come utilizzare in modo ottimo le risorse limitate a disposizione

Modelli di miscelazione: come combinare in modo ottimo le risorse limitate in maniera che il prodotto finale soddisfi i requisiti.

Modelli di trasporto: come trasportare merci da un dato numero di origini ad un dato numero di destinazioni al costo minimo

Esercizio 1

$$\text{Max } 900x_1 + 1200x_2 + 2000x_3$$

$$10x_1 + 22x_2 + 34x_3 \le 480$$

$$15x_1 + 25x_2 + 30x_3 \le 480$$

$$10x_1 + 22x_2 + 31x_3 \le 300$$

$$x_3 \le 0{,}3(x_1 + x_2 + x_3)$$
$$x_1 \ge 0{,}5(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$x_1, x_2, x_3 > 0$$

Esercizio 2

$$\text{Min } 5x_1 + 7x_2$$

$$130x_1 \ge 80$$

$$15x_1 + 12x_2 \ge 20$$

$$25x_1 + 50x_2 \ge 75$$

$$x_1, x_2 > 0$$

Esercizio 3

$$\text{Min } 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 19x_4 + 20x_5$$

$$110x_1 + 160x_2 + 180x_3 + 260x_4 + 420x_5 \ge 2000$$

$$4x_1 + 8x_2 + 13x_3 + 14x_4 + 4x_5 \ge 50$$

$$2x_1 + 285x_2 + 54x_3 + 80x_4 + 22x_5 \ge 700$$

$$0 \le x_1 \le 4, \quad 0 \le x_2 \le 8, \quad 0 \le x_3 \le 3, \quad 0 \le x_4 \le 2, \quad 0 \le x_5 \le 2$$

Il problema dei trasporti

Esercizio 4

$$\text{Min } 10x_{11} + 8x_{12} + 21x_{13} + 12x_{21} + 20x_{22} + 14x_{23}$$

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 180 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 220 \end{aligned}\right\}$$

La quantità totale trasportata da ciascuna miniera deve essere uguale alla disponibilità della miniera

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{21} &= 80 \\ x_{12} + x_{22} &= 110 \\ x_{13} + x_{23} &= 210 \end{aligned}\right\}$$

La quantità trasportata da tutte le miniere a ciascun impianto = alla richiesta giornaliera dell'impianto

Teorema

Condizione necessaria e sufficiente affinché esista una soluzione ammissibile per il problema dei trasporti è che risulti

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$$

Varianti problema dei trasporti

- Se non è possibile il trasporto da un origine ad una destinazione si pone $c_{ij} = \infty$
- In caso la disponibilità è più alta della domanda, possono essere ammesse giacenze nelle origini e/o nelle destinazioni
  - Se si decide di accettare giacenze nelle origini allora:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i$$

  - Se si decide di accettare giacenze nelle destinazioni allora:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j$$

Si può anche introdurre una destinazione fittizia $n+1$ con una richiesta $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$ e ponendo a zero il costo per raggiungerla $c_{i(n+1)} = 0$

Esercizio 5

$$\text{Max } 7x_A + 8x_B + 6x_C + 6x_D + 9x_E + 9x_F + 10x_G + 12x_H$$

$$4{,}5x_A + 4x_B + 2{,}5x_C \ge 15000$$

$$3x_D + 4{,}5x_E + 5x_F \ge 20000$$

$$6x_G + 5{,}5x_H \le 5000$$

$$4{,}5x_A + 4x_B + 2{,}5x_C + 3x_D + 4{,}5x_E + 5x_F + 6x_G + 5{,}5x_H \le 50000$$

Esercizio 6

$$\text{Max } x_1, x_2, x_3$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 6$$

$$30000x_2 \le 0{,}8 \cdot 40000x_1$$

$$2x_3 \le x_2$$

$$40000x_1 + 30000x_2 + 25000x_3 \le 3000000$$

Esercizio 7

$$\text{Min Max} \begin{cases} 0{,}5x_{11} + 0{,}7x_{21} + 1x_{31} \\ 0{,}8x_{21} + 2x_{22} + 0{,}5x_{23} \\ 1x_{31} + 0{,}7x_{32} + 1{,}5x_{33} \\ 1{,}5x_{41} + 0{,}5x_{42} + 0{,}6x_{43} \end{cases}$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \ge 30$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \ge 70$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \ge 45$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} \ge 45$$

Ho confuso riga e colonna :(

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} \le 50$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} \le 100$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} \le 90$$