Modelado Físico-Informado del Consumo Eléctrico mediante Redes Neuronales Informadas por la Física (PINNs)

1 Introducción

En este trabajo se desarrolla un modelo físico-informado para describir la dinámica temporal del consumo eléctrico medido en un circuito del bloque de laboratorios.

El objetivo no es únicamente ajustar una red neuronal a los datos, sino incorporar una estructura dinámica basada en principios físicos simplificados, permitiendo:

- Interpretabilidad del modelo,
- Identificación de parámetros físicos efectivos,
- Regularización mediante ecuaciones diferenciales.

2 Lectura y Organización Temporal de los Datos

Se parte de una señal de consumo energético medida en kWh por hora:

$$E_{kWh}(t)$$

Dado que los modelos dinámicos requieren una malla temporal uniforme, los datos se ordenan cronológicamente y se re-muestrean a una resolución horaria constante. Esto garantiza coherencia en el cálculo de derivadas temporales.

3 Conversión de Energía a Potencia y Corriente

El dato medido corresponde a energía consumida en una hora. Por definición:

$$P_{kW}(t) = \frac{E_{kWh}(t)}{1h}$$

Como la duración es una hora:

$$P_{kW}(t) = E_{kWh}(t)$$

En watts:

$$P_W(t) = 1000 \cdot E_{kWh}(t)$$

Asumiendo un sistema monofásico con voltaje RMS constante y factor de potencia unitario:

$$I_A(t) = \frac{P_W(t)}{V_{rms} \cdot pf}$$

Esta corriente representa una corriente RMS promedio equivalente durante cada intervalo horario.

4 Suavizado de la Señal

Las ecuaciones diferenciales requieren funciones derivables. Las señales reales contienen ruido de alta frecuencia que puede afectar el cálculo de:

$$\frac{di}{dt}$$

Por esta razón se aplica un suavizado exponencial (EMA):

$$I_{smooth}(t) = \alpha I_A(t) + (1 - \alpha) I_{smooth}(t - 1)$$

Este proceso:

- Reduce ruido,
- Mantiene tendencias dinámicas,
- Mejora estabilidad del entrenamiento.

5 Normalización Temporal

Se define el tiempo en horas desde el inicio:

$$t_h = \frac{t - t_0}{3600}$$

Luego se normaliza al intervalo $[0, 1]$:

$$t_n = \frac{t_h - t_{min}}{t_{max} - t_{min}}$$

La normalización:

- Mejora estabilidad numérica,
- Facilita el aprendizaje en redes neuronales,
- Evita escalas grandes en derivadas.

6 Definición de la Entrada $u(t)$

Se define una señal de activación operacional:

$$u(t) = \frac{I_{smooth}(t) - p_5}{p_{95} - p_5}$$

con saturación en el intervalo $[0, 1]$.

Esta variable representa un nivel relativo de operación del sistema. Físicamente, puede interpretarse como una entrada agregada que modela el efecto conjunto de múltiples cargas conectadas.

7 Modelo Físico Efectivo

Se propone un modelo dinámico de primer orden tipo RC:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{Ku(t) - i(t)}{\tau}$$

Este modelo puede interpretarse como:

- $Ku(t)$: corriente de equilibrio instantánea,
- τ: constante de tiempo que gobierna la rapidez de respuesta,
- $i(t)$: estado dinámico observado.

El modelo describe un sistema que tiende exponencialmente hacia un valor de equilibrio proporcional a $u(t)$.

8 Formulación de la PINN

Se entrena una red neuronal:

$$i_\theta(t, u)$$

que aproxima la solución real $i(t)$.

El residual físico se define como:

$$r(t) = \frac{di_\theta}{dt} - \frac{Ku(t) - i_\theta}{\tau}$$

Si el modelo es físicamente consistente:

$$r(t) \approx 0$$

9 Función de Pérdida Total

La función de pérdida combina dos términos:

$$\mathcal{L} = \lambda_{phys} \underbrace{\frac{1}{N}\sum r(t)^2}_{\text{consistencia física}} + \lambda_{data} \underbrace{\frac{1}{N}\sum (i_\theta - y)^2}_{\text{ajuste a datos}}$$

donde:

$$y = I_{smooth}(t)$$

Esta combinación produce un modelo de caja gris.

10 Identificación de Parámetros

Los parámetros físicos se consideran entrenables:

$$K = \text{softplus}(K_{raw})$$

$$\tau = \text{softplus}(\tau_{raw})$$

El uso de softplus garantiza:

$$K > 0, \quad \tau > 0$$

permitiendo una interpretación física válida.

11 Entrenamiento

El entrenamiento se realiza en dos etapas:

1. Optimización con Adam (descenso estocástico).
2. Refinamiento con L-BFGS (optimización cuasi-Newton).

12 Evaluación

Se divide la señal temporal en:

- 80% entrenamiento,
- 20% prueba.

Las métricas utilizadas son:

$$MAE = \frac{1}{N}\sum |y - \hat{y}|$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum (y - \hat{y})^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2}$$

13 Interpretación Física Final

El modelo aprendido describe una dinámica agregada donde:

- El consumo responde gradualmente a cambios en la activación $u(t)$.
- τ mide la inercia energética del sistema.
- K relaciona la activación operacional con el nivel de corriente.

Este enfoque combina:

- Modelado físico clásico (EDO),
- Aprendizaje automático,
- Regularización física.

14 Conclusión

El proceso completo integra datos reales con una estructura física simplificada, logrando:

- Interpretabilidad dinámica,
- Identificación de parámetros efectivos,
- Mejor estabilidad que modelos puramente data-driven.

15 Interpretación de la Entrada del Modelo y su Relación con la PINN

15.1 Entrada del Modelo Diferencial

La ecuación diferencial adoptada es:

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{Ku(t) - i(t)}{\tau}$$

En esta expresión:

- $i(t)$ es el estado dinámico del sistema (corriente agregada).
- $u(t)$ es la señal de entrada.
- K es una ganancia proporcional.
- τ es la constante de tiempo.

15.2 ¿Qué representa físicamente $u(t)$?

En un circuito RC clásico, la ecuación equivalente sería:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V(t)/R - i}{RC}$$

donde la entrada física es el voltaje $V(t)$.

En este caso, no se dispone de una señal explícita de voltaje variable, sino únicamente del consumo agregado medido.

Por ello, se construye una entrada efectiva:

$$u(t) \in [0, 1]$$

que representa el nivel relativo de activación del sistema.

Físicamente puede interpretarse como:

- Nivel de ocupación del edificio,
- Activación conjunta de cargas eléctricas,
- Demanda operativa agregada.

No es una fuente eléctrica directa, sino una variable latente que modela el comportamiento agregado del sistema.

15.3 Relación entre $Ku(t)$ y el equilibrio dinámico

La ecuación puede reescribirse como:

$$\frac{di}{dt} = \frac{i_{eq}(t) - i(t)}{\tau}$$

donde:

$$i_{eq}(t) = Ku(t)$$

Esto indica que el sistema evoluciona hacia un equilibrio instantáneo proporcional a la entrada.

15.4 Entradas y Salidas de la PINN

La red neuronal recibe como entrada:

$$x = (t, u(t))$$

Es decir:

- Tiempo normalizado t_n
- Nivel operativo $u(t)$

La salida de la red es:

$$i_\theta(t, u)$$

que representa la corriente predicha por el modelo.

15.5 ¿Cómo interactúan la PINN y la EDO?

La PINN no resuelve explícitamente la EDO mediante integración numérica. En cambio:

1. La red propone una función aproximada $i_\theta(t, u)$.
2. Se calcula automáticamente su derivada:
$$\frac{di_\theta}{dt}$$
mediante diferenciación automática.
3. Se evalúa el residual físico:
$$r(t) = \frac{di_\theta}{dt} - \frac{Ku(t) - i_\theta}{\tau}$$
4. El entrenamiento minimiza simultáneamente:
    - El error respecto a los datos,
    - El residual físico.

15.6 Diferencia entre un modelo puramente data-driven y la PINN

Un modelo puramente basado en datos intentaría aproximar:

$$i(t) \approx f_\theta(t)$$

sin ninguna restricción física.
En contraste, la PINN fuerza a que la solución cumpla:

$$\frac{di}{dt} \approx \frac{Ku(t) - i}{\tau}$$

lo cual impone una estructura dinámica coherente.

15.7 Resumen conceptual

- $u(t)$ es una entrada efectiva construida desde los datos.
- $i(t)$ es el estado dinámico observado.
- La PINN aprende la función $i_\theta(t, u)$.
- La física actúa como regularizador estructural.
- K y τ se identifican a partir de datos reales.

De esta manera, el modelo combina información empírica con estructura física simplificada, generando un enfoque de caja gris interpretativo.