Modelo RLC en Serie: Fundamentos Matemáticos para PINNs

1. Enunciado del Problema

Se estudia un circuito eléctrico RLC en serie, sometido a una fuente de voltaje externa $E(t)$. El sistema se describe mediante una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden con coeficientes constantes, que modela la carga eléctrica $q(t)$ en el circuito.

2. Leyes Físicas Fundamentales

2.1. Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK)

La suma de las caídas de voltaje en un lazo cerrado es igual a la tensión aplicada:

$$V_R(t) + V_L(t) + V_C(t) = E(t)$$

2.2. Relaciones Constitutivas

- **Resistencia (Ley de Ohm)**:

$$V_R(t) = R \cdot i(t) \quad \text{(Ley de Ohm)}$$

- **Inductor (Ley de Faraday–Henry)**:

$$V_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad \text{(Relación voltaje-corriente en inductores)}$$

- **Capacitor (Relación carga-voltaje)**:

$$V_C(t) = \frac{1}{C}q(t) \quad \text{(Definición de capacitancia)}$$

2.3. Relación entre Corriente y Carga

La corriente eléctrica es la derivada temporal de la carga:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad \text{(Definición de corriente eléctrica)}$$

3. Derivación de la Ecuación Diferencial

Sustituyendo las relaciones constitutivas en la LVK:

$$R \cdot i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = E(t)$$

Reemplazando $i(t) = q'(t)$ y $i'(t) = q''(t)$:

$$L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = E(t)$$

$$\boxed{Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t)} \quad \text{(EDO del circuito RLC en serie)}$$

Esta es una **ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, con coeficientes constantes, no homogénea**.

4. Condiciones Iniciales

Para resolver la EDO, se requieren condiciones iniciales típicas:

$$q(0) = q_0, \quad i(0) = q'(0) = i_0 \quad \text{(Condiciones iniciales estándar)}$$

En el contexto de consumo eléctrico, suele asumirse:

$$q(0) = 0, \quad i(0) = 0 \quad \text{(Circuito inicialmente en reposo)}$$

5. Casos Particulares del Modelo

- **Circuito RC** ($L = 0$):

$$Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t) \quad \text{(EDO de primer orden RC)}$$

- **Circuito RL** ($\frac{1}{C} = 0$):

$$Lq''(t) + Rq'(t) = E(t) \quad \text{(EDO de primer orden RL en términos de carga)}$$

- **Circuito LC** ($R = 0$):

$$Lq''(t) + \frac{1}{C}q(t) = E(t) \quad \text{(EDO de oscilador armónico LC)}$$

6. Relación con el Consumo Eléctrico Medido

En aplicaciones de consumo, no se mide directamente $q(t)$ o $i(t)$, sino la potencia disipada en la resistencia equivalente:

$$P(t) = R \cdot i^2(t) = R\left[q'(t)\right]^2 \quad \text{(Potencia disipada en una resistencia)}$$

Esto permite vincular el modelo físico con los datos reales de consumo.

7. Modelo Equivalente para Consumo Horario

Para escalas temporales largas (horas), se simplifica la entrada $E(t)$ como una función escalón que representa encendido/apagado:

$$E(t) = E_0 \cdot \mathrm{ON}(t), \quad \mathrm{ON}(t) = \begin{cases} 1, & \text{si hay consumo} \\ 0, & \text{si no hay consumo} \end{cases} \qquad \text{(Entrada binaria simplificada)}$$

8. Aplicación en Physics-Informed Neural Networks (PINNs)

La PINN aprenderá una función $q(t)$ que:

1. Satisface la EDO del circuito (física):

$$r(t) = Lq''(t) + Rq'(t) + \frac{1}{C}q(t) - E(t) \approx 0 \quad \text{(Residuo físico)}$$

2. Ajusta los datos medidos de consumo mediante:

$$P_{\text{modelo}}(t) = R\,[q'(t)]^2 \approx P_{\text{medido}}(t) \quad \text{(Ajuste a datos)}$$

3. Respeta las condiciones iniciales:

$$q(0) = 0, \quad q'(0) = 0 \quad \text{(Respeto a condiciones iniciales)}$$

9. Ventajas de este Enfoque

- Combina conocimiento físico (EDO) con aprendizaje automático.
- Permite generar datos sintéticos para entrenamiento.
- Proporciona un *ground truth* físico para validación.
- Facilita la interpretación del consumo eléctrico desde una perspectiva de circuitos.

10. Conclusión

La formulación matemática del circuito RLC en serie proporciona una base física rigurosa para modelar consumo eléctrico mediante PINNs. Esto permite no solo ajustar datos, sino también incorporar leyes fundamentales de circuitos, mejorando la generalización y interpretabilidad del modelo.