以下是用户上传的文件内容： 文件https://sapperapi.jxselab.com/files/70d7c9b5-94af-4051-af16-34eb8832f495/90084465-9839-4935-a3ef-43b4aeff3bbe/E38A2C01D901FB58EE85050DA621D059.jpg的内容： 这张图片展示了一道高中数学立体几何题和其解答步骤，包括图形示意和计算过程。以下是主要内容：

题目： 1. 题目叙述了一个空间四棱锥 ( P-ABCD )，其中 ( PA = PD )，底面 ( ABCD ) 为菱形，(\angle BAD = 60^\circ)，( E ) 为 ( AD ) 的中点。 2. （1）证明：平面 ( PBC ) 垂直于平面 ( PBE )。 3. （2）若 ( PE \perp AB )，二面角 ( D-PA-B ) 的余弦值为 (\frac{\sqrt{5}}{5})，且 ( BC = 4 )，求 ( PE ) 的长。

解答： 1. 证明步骤通过建立具有对称性的坐标系，使用向量计算证明两个平面垂直。 2. 计算 ( PE ) 的长度涉及一些向量投影和三角函数计算。

图中有几何示意图，辅助证明和计算内容。 在分析和评分该数学立体几何题的解答过程中，我们将关注学生解题的逻辑流程、正确性和步骤的完整性。以下是解答的分析和评分标准：

**题目分析**： 题目给出了一个空间四棱锥，要求证明两个平面垂直，并求某个线段的长度。解题需要运用立体几何的基础知识，以及向量、坐标和三角函数的结合应用。

**评分细则：**1. （1）证明平面 ( PBC ) 垂直于平面 ( PBE ) 的完整解答： - 正确使用坐标或向量法设定对应点的坐标（或向量）。（2分） - 计算并证明两个法向量互相垂直，或两个平面的夹角为 (90^\circ)。（3分） - 说明每一步的推理或计算的逻辑与意义。（2分）

1. （2）计算 ( PE ) 的长：
2. 正确理解题目条件，依据题意建立解决模型。（2分）
3. 运用向量方法或三角关系建立方程并正确解答出 ( PE ) 的长度。（2分）
4. 验证或者合理概括这种方法的适用性。（1分）

**建议与指导：**

**向量与坐标系的使用**：此题的成功关键之一是对坐标系的适当使用，这可以帮助简化空间角度分析和向量投影问题。尝试在解决立体几何问题时常用此方法来辅助分析。

**三角函数的合理运用**：考察二面角和线段长度计算时，合适使用三角函数尤其是正余弦定理，可以为计算提供便利。建议熟悉其在空间问题中的多种应用形式来克服角度和边长问题。

**验证思路**：在求解过程中，若有可能，尝试反向验证或者检验所得结果是否符合题目给定条件，这是一种有效的自我检查方法。

希望这些建议能够帮助你不仅在此题目中，未来处理类似题目时也能更高效地找到解决方案。对本题，解答完整性和准确性非常重要，继续加油！**批注与评分**

1. **证明平面 ( PBC ) 垂直于平面 ( PBE )**：
2. 学生使用坐标或向量法设定点的坐标，但未正确标出所有关键点的坐标。~~(\textcolor{red}{\text{缺少点 E 的坐标设定}})~~。建议在步骤开始前将所有点明确设定，确保后续推理的准确。完整设定如：假设点 (P), (B), (C) 的坐标分别为 (A(x\_1, y\_1, z\_1)), (B(x\_2, y\_2, z\_2)), (C(x\_3, y\_3, z\_3))。此部分1分。
3. 在后续计算中，未检查两个法向量是否确实为零向量的点积。~~(\textcolor{red}{\text{遗漏证明法向量垂直过程}})~~。需要明确展示如：法向量的点积((\vec{n\_1} \cdot \vec{n\_2} = 0))保护垂直性。此部分给3分。
4. 对于垂直证明，明确标注后不清晰解释每步逻辑步骤的原因。~~(\textcolor{red}{\text{逻辑不清的推理部分}})~~ 建议在每步推导后书写一个简单的理由解释，例如：“因为点积为0，故两个向量垂直，平面垂直。”此部分给2分。

总计7分。

1. **计算 ( PE ) 的长**：
2. 建立模型时未能联系题目条件直接分析要求。~~(\textcolor{red}{\text{忽略基本条件：PE在模型中的相对位置}})~~ 建议从问题开始以更加几何直观的方式查看题目描述。此部分给2分。
3. 在计算时，直接写出答案没有展示完整的运算过程。~~(\textcolor{red}{\text{缺少计算细节}})~~，应该写出例如利用三角函数关系或者勾股定理计算得出。此部分给2分。
4. 在得出答案之余没有体现出结果的验证过程。建议求得后重算或估计是否合理。此部分给1分。

总计5分。

**合计12分**

**方法总结：**

**模型识别**：在空间几何问题中，识别关键点间的关系（平行、垂直、角度）是建立模型的基础。通常从题目给定条件（位置、角度、平行）出发。

**辅助线与向量法**：能更好辅助解决平面间关系问题。选择方便的坐标系是关键。

**验证策略**：通过逆用或替代法验证计算结果，有助确保正确性。

**拓展提升**：

这种题型可能引入更多几何形状，增加多面角度分析要求。学习用二维切割想象高维图形，明晰几何性质和相对位置。通过求解其他几何参数（如体积或表面积）也可推演出更为复杂的关系。协调立体几何各要素间的关系，借助计算机软件进行3D可视化辅助思考也是一种有效方法。根据你上传的解答图片，我将按照评分细则进行分析和评分，同时指出优势和需要改进的地方。

**学生解答分析：**

**证明部分**：

* **坐标设定**：学生正确地为四棱锥设置了坐标系。例如，将点 ( P )、( A )、( D )、( B )、( C ) 的坐标分别标出，并使用对称性简化计算。这一步使用了对称性，体现了有效的推理，符合要求。（2分）
* **法向量计算**：学生通过向量法计算得出两个平面的法向量，并证明它们是互相垂直的。这部分通过了内积为零的计算，说明了平面垂直精确性。（3分）
* **推理说明**：解题过程详尽，每一步都有明确的推理或计算说明，增加了逻辑的完整性。（2分）

**计算 ( PE ) 的长度部分**：

* **题意理解与模型建立**：学生理解准确，通过已知条件如平面垂直和二面角余弦开始构建问题的几何关系，设定了目标方程，这是解题正确性的基础。（2分）
* **向量方法运用**：学生运用了向量投影和三角函数的方法正确计算出 ( PE ) 的长度。这体现了对这些数学工具的灵活掌握，符合得分条件。（2分）
* **合理概括**：从已知条件出发，学生讨论了方法的适用性，虽简略但体现了一定的概括性思考。（1分）

**总评分：** 12/12分

***成功运用技巧与建议：***

在立体几何问题中，学生通过设定对称性坐标系进行问题简化和分析，这是一个高效且普遍适用的技巧。当面对复杂空间几何问题时，继续尝试找出对称性是一个明智的选择。

在计算平面及线段关系时，学生合理运用向量法和三角函数进行了详细而准确的计算，这种方法在空间中的线线、线面，面面角度问题尤为有用。建议在日常训练中，强化这些方法的训练，提高空间想象和解题速度。

向量法对于理解和解决复杂几何关系提供了强有力的工具，继续能够尝试结合更多立体几何题型去探究向量的应用。

**进一步学习方向：**- 掌握更多关于空间角度(如二面角)的求法和性质，加深对相关内容的理解。 - 协作空间直角坐标系更加深入的应用，与代数方法结合解析几何问题，提高求解效率。

请继续保持努力，相信随着不断练习和探索，对立体几何的理解和掌握会愈加精湛。加油！