Семинар 10

- Напомню, комплексные числа $\mathbb{C} = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ можно отождествить с $\mathbb{R}^2$ посредством $x+yi \mapsto \left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$.

- При таком отождествлении операция умножения на $a+bi$ совпадает с операцией умножения на матрицу $\left(\begin{smallmatrix} a & -b \\ b & a \end{smallmatrix}\right)$, то есть коммутативна следующая диаграмма

$$\begin{tikzcd} \mathbb{C} \arrow[r, "(a+bi)\cdot"] \arrow[d, equal] & \mathbb{C} \arrow[d, equal] \\ \mathbb{R}^2 \arrow[r, "\left(\begin{smallmatrix} a & -b \\ b & a \end{smallmatrix}\right)"] & \mathbb{R}^2 \end{tikzcd} \quad \text{где} \quad \begin{tikzcd} x+yi \arrow[r, mapsto] \arrow[d, mapsto] & (a+bi)(x+yi) \arrow[r, equal] & (ax-by)+(bx+ay)i \arrow[d, mapsto] \\ \left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right) \arrow[r, mapsto] & \left(\begin{smallmatrix} a & -b \\ b & a \end{smallmatrix}\right)\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right) \arrow[r, equal] & \left(\begin{smallmatrix} ax-by \\ bx+ay \end{smallmatrix}\right) \end{tikzcd}$$

  Таким образом, комплексные числа $\mathbb{C}$ можно отождествить с матрицами вида $\{\left(\begin{smallmatrix} a & -b \\ b & a \end{smallmatrix}\right) \in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})\}$.

- При отождествлении $\mathbb{C}$ с подмножеством матриц $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ как выше, мы можем отождествить матрицы $\mathrm{M}_n(\mathbb{C})$ с подмножеством матриц $\mathrm{M}_{2n}(\mathbb{R})$, заменяя каждое комплексное число на матрицу размера 2.

Задачи:

1. Задачник. §20, задача 20.4 (а).
2. Задачник. §20, задача 20.8 (а, б).
3. Задачник. §20, задача 20.10.
4. Задачник. §20, задача 20.11 (д).
5. Задачник. §21, задача 21.1 (х, ц).
6. Задачник. §22, задача 22.7 (ж, з).
7. Задачник. §23, задача 23.1 (б).
8. Задачник. §23, задача 23.2 (в).