

Семинар 12

- Пусть X – некоторое множество, F – некоторое поле и $F^X = \{f: X \rightarrow F\}$ – множество всех функций из X в F . Тогда, F^X является векторным пространством над F . Если $f, g \in F^X$ – две функции, то функция $(f + g)$ определяется так $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$. Если $\lambda \in F$ и $f \in F^X$ – функция, то λf определяется так $(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$. Легко проверяется, что полученные операции задают структуру векторного пространства.
- Проговорим явно, что значит линейная зависимость функций. Пусть f_1, \dots, f_n – функции из X со значениями в F . Тогда они линейно зависимы, если для нетривиального набора чисел $\alpha_i \in F$, функция $\alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_n f_n$ совпадает с нулевой функцией, то есть равна нулю при всех $x \in X$.

Задачи:

1. Задачник. §34, задача 34.3 (в, е).
2. Задачник. §34, задача 34.4 (а).
3. Даны векторы

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, a_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (а) Найти базис системы векторов.
 - (б) Выразить все оставшиеся вектора через базисные.
4. Задачник. §6, задача 6.13.
 5. Задачник. §34, задача 34.14 (а).