

Семинар 34

Общая информация:

- Если V – евклидово пространство и $\phi: V \rightarrow V$ – некоторый оператор. То найдется единственный оператор $\phi^*: V \rightarrow V$ такой, что $(\phi v, u) = (v, \phi^* u)$ для любых $v, u \in V$. Такой оператор называется сопряженным к ϕ .
- Если e_1, \dots, e_n – некоторый базис V , то пусть в нем $\phi x = Ax$, $\phi^* x = A^* x$ и $(x, y) = x^t B y$. Тогда условие $(\phi x, y) = (x, \phi^* y)$ означает, что $A^t B = B A^*$, то есть $A^* = B^{-1} A^t B$.
- Если базис e_1, \dots, e_n ортонормированный, то $A^* = A^t$.

Задачи:

1. Задачник. §45, задача 45.4 (б).
2. Задачник. §45, задача 45.19 (а).
3. Задачник. §44, задача 44.9 (а, б).
4. Пусть $\varphi: V \rightarrow V$ – оператор в евклидовом пространстве такой, что $\phi\phi^* = \phi^*\phi$, и пусть $v \in V$. Покажите, что $\phi v = \lambda v$ тогда и только тогда $\phi^* v = \lambda v$.