

Семинар 22

Задачи:

1. Для следующих матриц определите ее ЖНФ и жорданов базис.

(a) $\begin{pmatrix} 5 & -7 & -4 \\ 6 & -9 & -5 \\ -6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 9 & -4 & -3 \\ -9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

2. Для следующих матриц определите ее ЖНФ

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 3 \\ -2 & -6 & 0 & 13 \\ 0 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ (у этой матриц одно собственное значение)

(b) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -7 \\ 9 & -3 & -7 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ (у этой матриц одно собственное значение)

3. Задача на поиск минимального многочлена.

- (a) Пусть $J \in M_n(F)$ – матрица в ЖНФ. Посчитайте $\widehat{J - \lambda E}$ и найдите НОД ее элементов как многочленов от λ .
- (b) Пусть $A, J \in M_n(F)$ причем J – ЖНФ для A . Покажите, что НОД элементов $\widehat{J - \lambda E}$ совпадает с НОД элементов $\widehat{A - \lambda E}$.
- (c) Пусть $A \in M_n(F)$ – матрица над алгебраически замкнутым полем. Пусть $d(\lambda)$ – НОД всех элементов $\widehat{A - \lambda E}$ (нормированный так, что старший коэффициент будет 1). Покажите, что $f_{\min A}(\lambda) \cdot d(\lambda) = \chi_A(\lambda)$.