

Семинар 31

Общая информация:

- Пусть $\beta: V \times V \rightarrow \mathbb{C}$ – полуторалинейная форма. Напомню, что она эрмитова (аналог симметричной), если $\beta(v, u) = \overline{\beta(u, v)}$ для любых $v, u \in V$.
- Напомню, что эрмитова форма всегда диагонализуется с вещественными числами на диагонали. Причем число положительных, отрицательных и нулевых чисел на диагонали не зависит от базиса и называется индексами инерции формы.
- Будем рассматривать два случая векторных пространств: V – векторное над \mathbb{R} или над \mathbb{C} . В первом случае будем считать, что задана $\beta: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ – симметричная билинейная форма; во втором, что задана $\beta: V \times V \rightarrow \mathbb{C}$ – эрмитова форма.
- Вектор $v \in V$ называется изотропным, если $\beta(v, v) = 0$.
- Подпространство $W \subseteq V$ называется изотропным, если все вектора из W изотропны, то есть $\beta|_W = 0$.

Задачи:

1. Задачник. §37, задача 37.7 (а).
2. Задачник. §37, задача 37.44.
3. Пусть квадратичная форма $Q: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ задана по правилу $Q(x) = \bar{x}_1 x_1 + i \bar{x}_1 x_2 - i x_1 \bar{x}_2 + 2 \bar{x}_2 x_2$.
 - (а) Найти матрицу соответствующей эрмитовой формы $\beta: \mathbb{C}^2 \times \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}$.
 - (б) Определить сигнатуру формы β .
4. Задачник. §38, задача 38.23.
5. Задачник. §38, задача 38.24.
6. Задачник. §38, задача 38.25.