

## Семинар 18

### Задачи:

1. Задачник. §40, задача 40.29.
2. Задачник. §40, задача 40.34.
3. Задачник. §40, задача 40.41 (а, б)
4. Диагонализуются ли следующие операторы в  $\mathbb{R}^4$

$$(a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & & 5 \\ & -1 & & \\ & 2 & 1 & 4 \\ & & & -1 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad B = \begin{pmatrix} 1 & & 2 & 3 \\ & -1 & & -2 \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

5. (а) Приведите пример операторов  $\phi, \psi: V \rightarrow V$  в некотором векторном пространстве  $V$  таких, чтобы  $\phi\psi$  диагонализировался, а  $\psi\phi$  нет.  
(б) Пусть  $\phi, \psi: V \rightarrow V$  – некоторые линейные операторы, причем один из них обратим. Покажите, что  $\phi\psi$  диагонализуется тогда и только тогда, когда диагонализуется  $\psi\phi$ .
6. Пусть  $\phi, \psi: V \rightarrow V$  – два линейных оператора, где  $V$  – векторное пространство над алгебраически замкнутым полем  $F$ . Покажите, что если  $\phi\psi = \psi\phi$ , то существует ненулевой вектор  $v \in V$ , который является собственным для обоих операторов.