

مبادئ الرياضيات

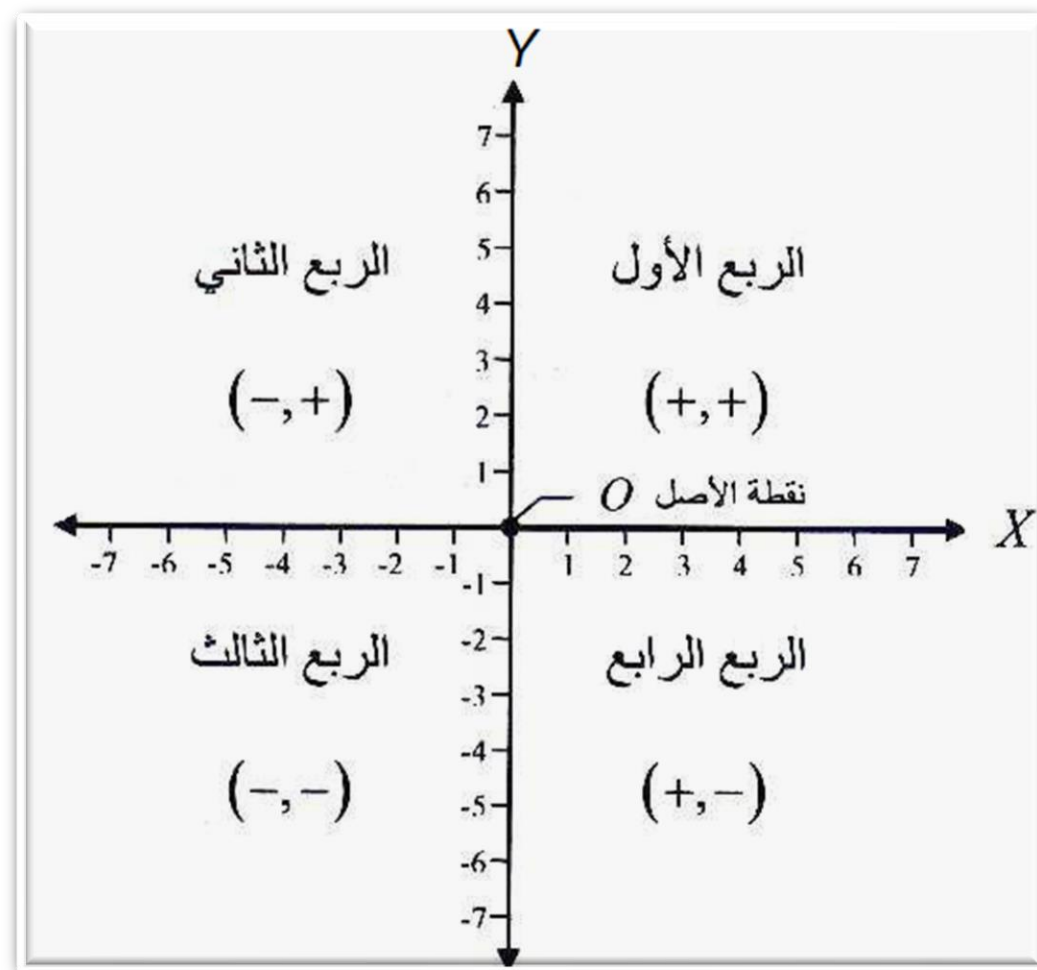
الوحدة الرابعة

تمثيل المعادلة الخطية

# المحتوى

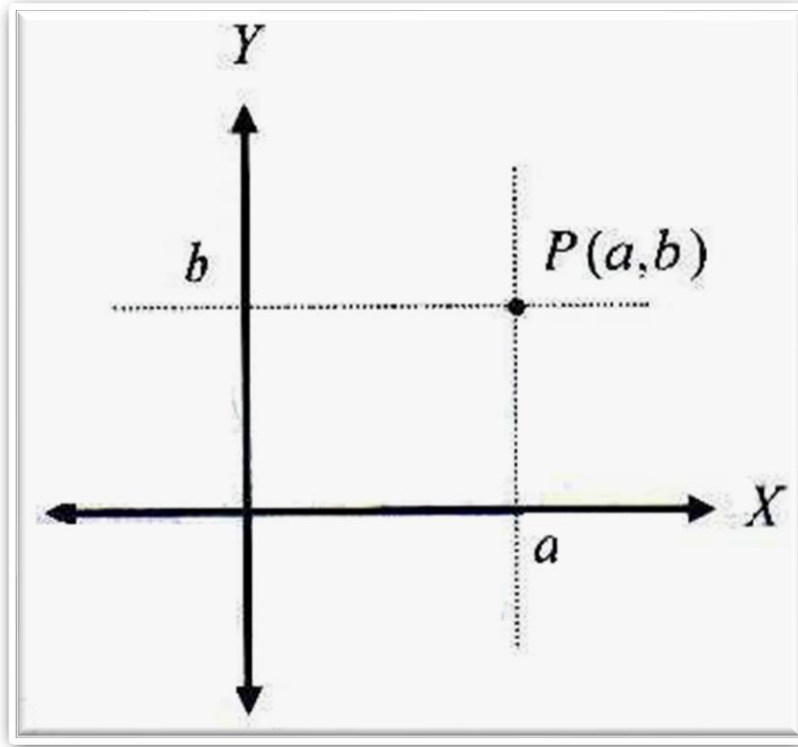
- ٤-١ المستوى الديكارتي
- 4-2 تمثيل المعادلة الخطية
- 4-3 تمثيل المعادلة الخطية باستخدام المقاطع
- 4-4 الميل وتطبيقاته

# المستوى الديكارتي



## الزوج المرتب (Ordered Pair):

يمكن التعبير عن النقطة  $P$  الي تقع على المستوى الديكارتي بزوج مرتب  $(a,b)$  حيث أن :



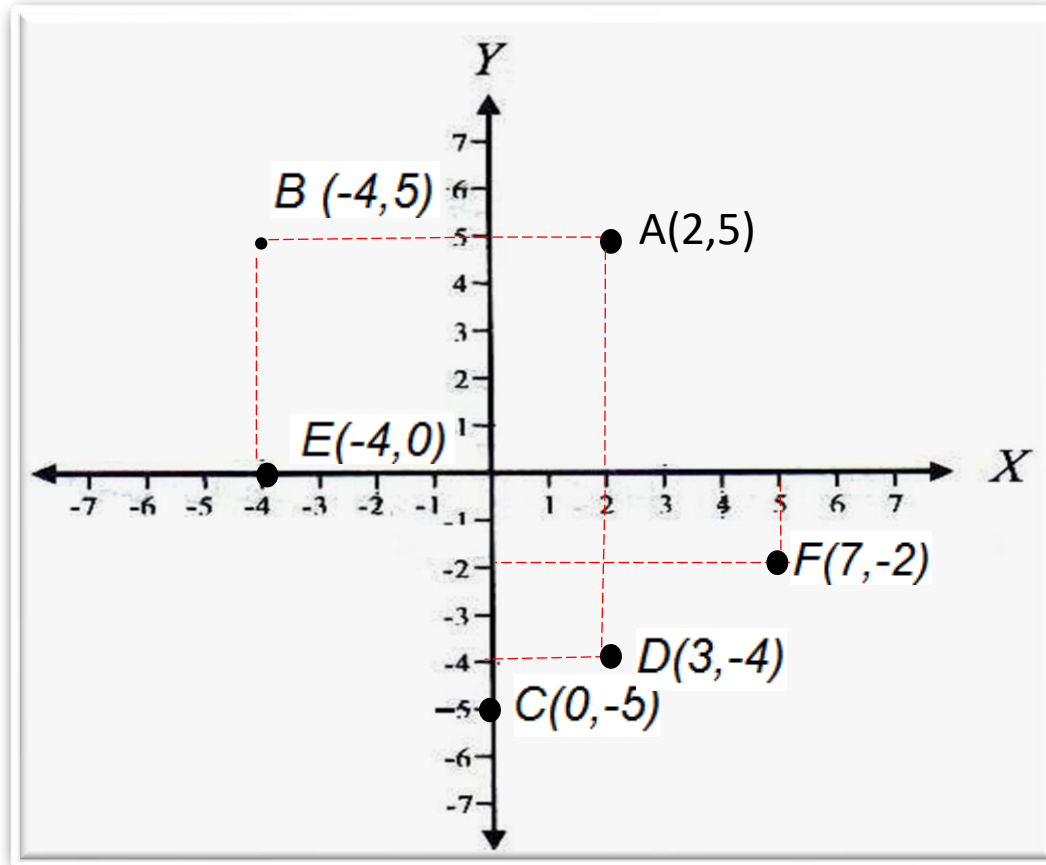
$a$  : المسقط العامودي من النقطة  $P$  على محور  $X$   
ويسمى  $a$  الإحداثي السيني.

$b$  : المسقط الأفقي من النقطة  $P$  على محور  $Y$   
ويسمى  $b$  الإحداثي الصادي.

مثال :

الشكل أدناه يمثل النقاط التالية في المستوى الديكارتي:

$A(2,5)$     $B(-4,5)$     $C(0,-5)$     $D(3,-4)$     $E(-4,0)$     $F(7,-2)$



مثال :

حدد في أي ربع أو على أي محور تقع كل من النقاط التالية:

1. (3,1)

2. (-4,3)

3. (5, -4)

4. (0, -6)

5. (9,0)

6. (0,5)

7. (-3, -3)

8. (0,0)

الحل (Solution):

تقع في الربع الأول

تقع في الربع الثاني

تقع في الربع الرابع

تقع على محور  $Y$  السالب

تقع على محور  $X$  الموجب

تقع على محور  $Y$  الموجب

تقع في الربع الثالث

نقطة الأصل وهي تمثل نقطة تقاطع كلاً من المحورين  $Y, X$

1. (3,1)

2. (-4,3)

3. (5, -4)

4. (0, -6)

5. (9,0)

6. (0,5)

7. (-3, -3)

8. (0,0)

## تمثيل المعادلة الخطية

معادلة الخط المستقيم في المستوى الديكارتي

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم هي:

$$ax + by + c = 0$$

حيث أن  $a, b, c$  أعداد حقيقية بحيث أن  $a \neq 0$  أو  $b \neq 0$  ويسمى الثابت  $a$  بمعامل  $x$  ، والثابت  $b$  بمعامل  $y$ .

إن المقصود بمعادلة المستقيم أن أي نقطة  $P(x_0, y_0)$  واقعة على المستقيم تحقق معادلته

$$ax_0 + by_0 = 0 \text{ : أي أن}$$

وكذلك أي نقطة  $Q(x_1, y_1)$  تحقق المعادلة تكون واقعة على المستقيم.

مثال:

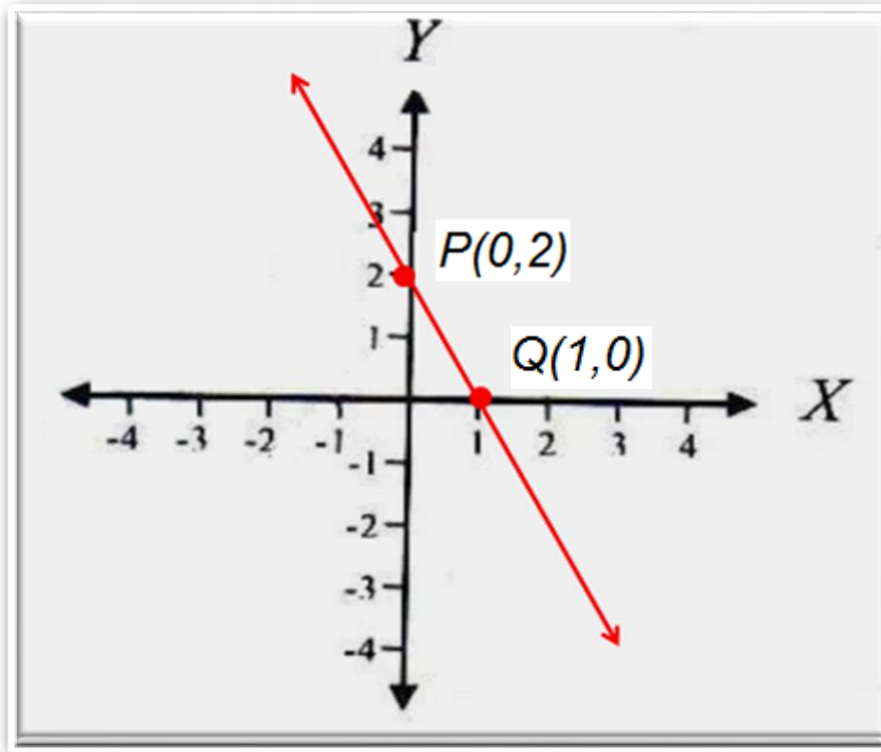
المعادلة  $2x + y - 2 = 0$  تمثل معادلة المستقيم الموضح بالشكل:

نلاحظ أن النقطة  $P(0,2)$  واقعة على  
المستقيم وتحقق المعادلة

$$2(0) + 2 - 2 = 0$$

وكذلك النقطة  $Q(1,0)$  تقع على المستقيم  
وتحقق المعادلة

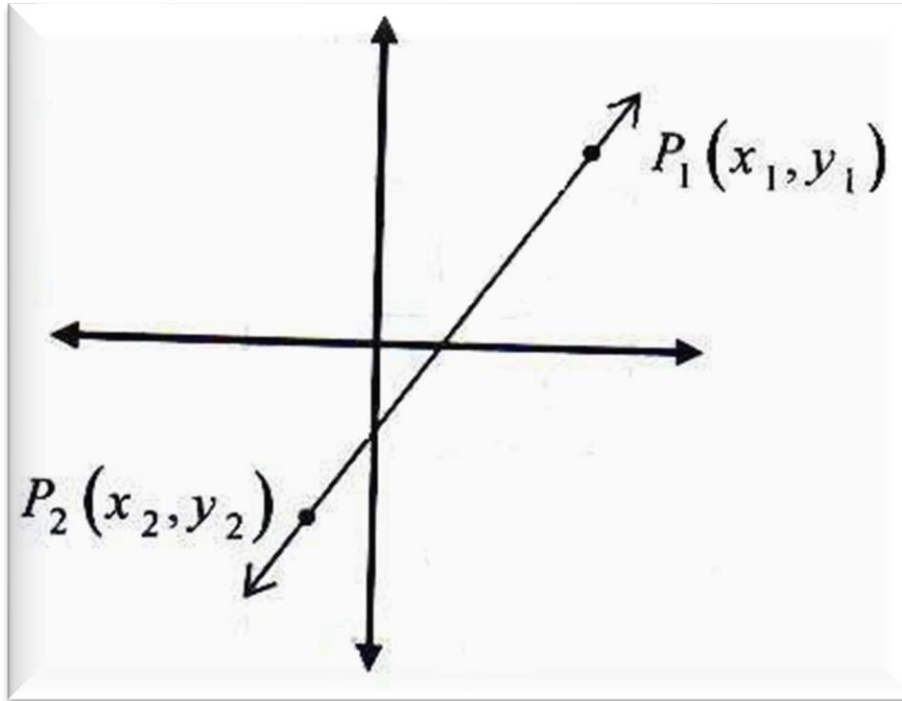
$$2(1) + 0 - 2 = 0$$





## تمثيل معادلة الخط المستقيم في المستوى الديكارتي

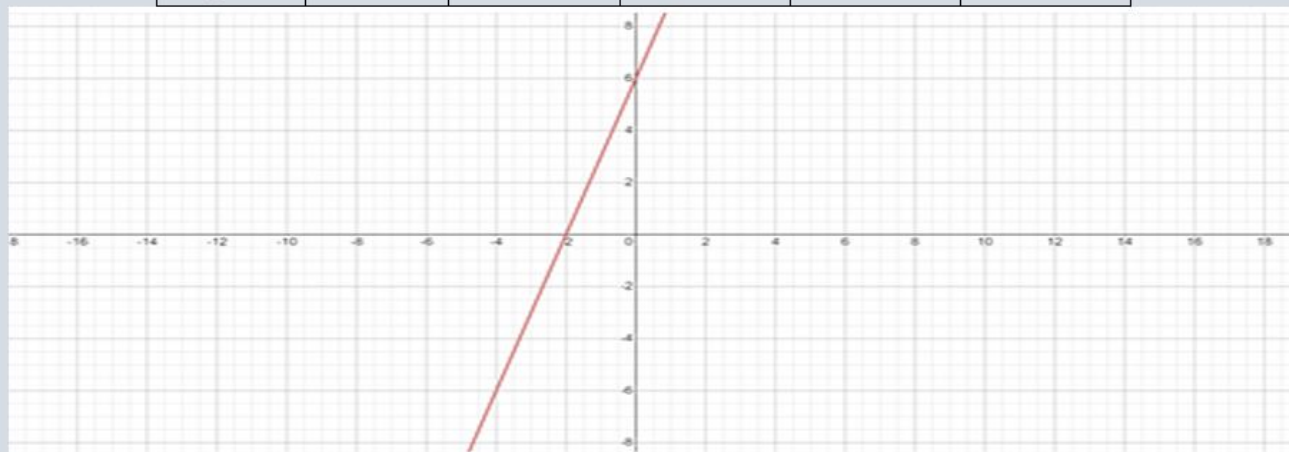
يمكن تمثيل معادلة الخط المستقيم عن طريق معرفة نقطتين تقعان عليه ومن ثم رسم خط مستقيم يصل بينهما كما في الشكل المجاور:



## مثال

مثل بيانياً الخط المستقيم الذي معادلته  $y - 3x = 6$   
الحل:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	0	3	6	9	12



مثال:

مثل المعادلات الخطية التالية بيانياً:

1.  $y = 2$

2.  $x = -1$

الحل (Solution):

1. عند تمثيل المعادلة الأولى  $y = 2$  أن قيمة

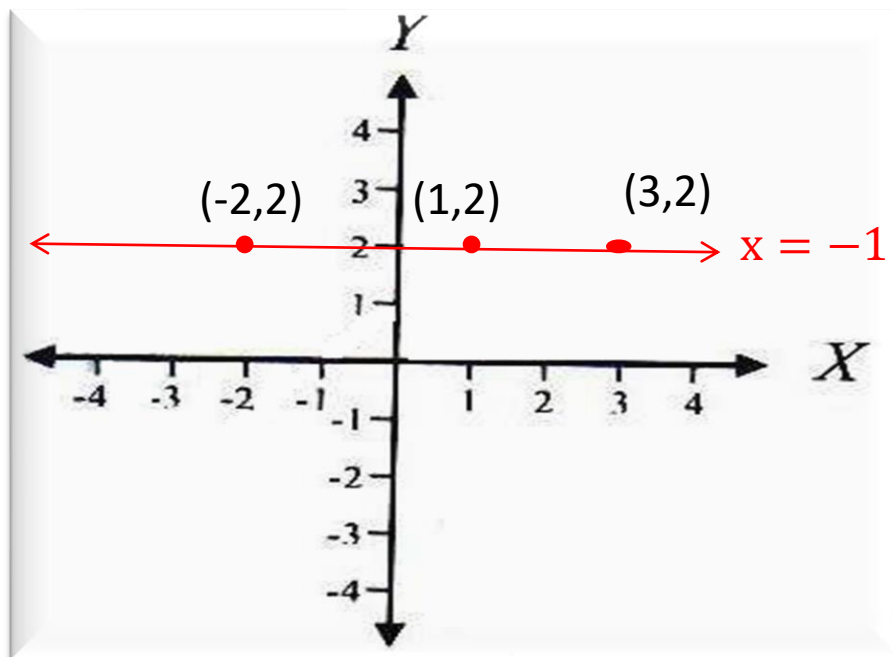
المتغير  $y$  ثابتة لجميع قيم المتغير  $x$

وبالتالي لو أخذنا قيم  $x = \{-2, 3, 1\}$

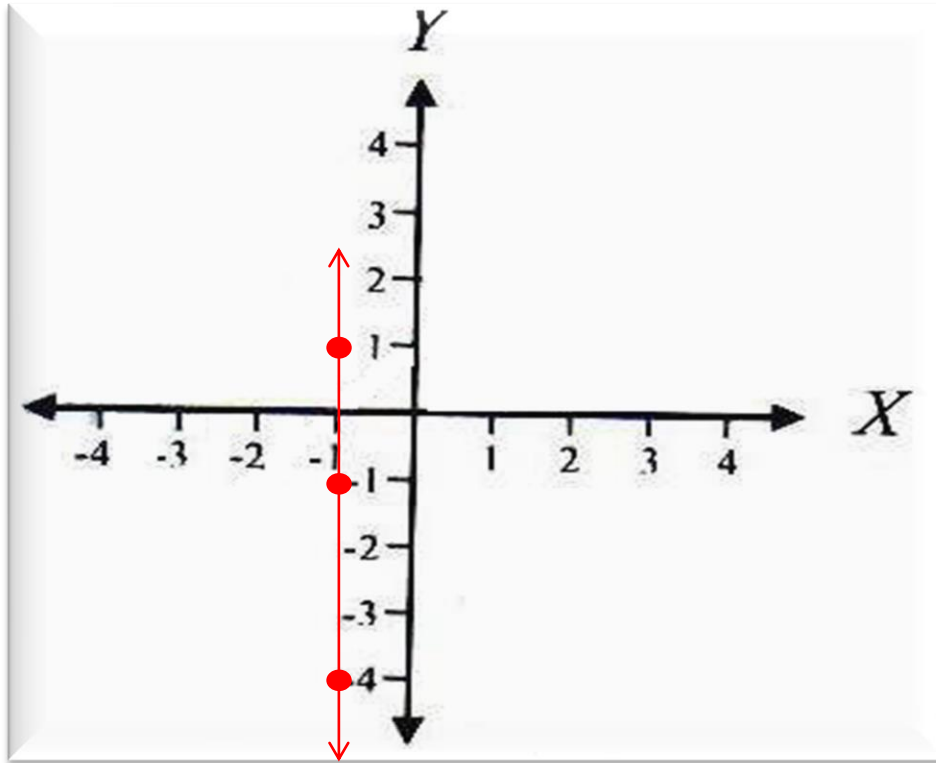
فإن قيمة  $y$  ثابتة وتساوي 2

والأزواج المرتبة الناتجة هي:

$(-2, 2), (3, 2), (1, 2)$



2. عند تمثيل المعادلة الأولى  $x = -1$  أن قيمة المتغير  $x$  ثابتة لجميع قيم المتغير  $y$  وبالتالي لو أخذنا قيم  $y = \{-2, 3, 1\}$  فإن قيمة  $x$  ثابتة وتساوي  $-1$  والأزواج المرتبة الناتجة هي:  
 $(-1, -2), (-1, 3), (-1, 1)$



## تمثيل المعادلة الخطية باستخدام المقاطع

✕ المقطع السيني: عبارة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور السينات.

✕ المقطع الصادي: عبارة عن الاحداثي الصادي لنقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات.

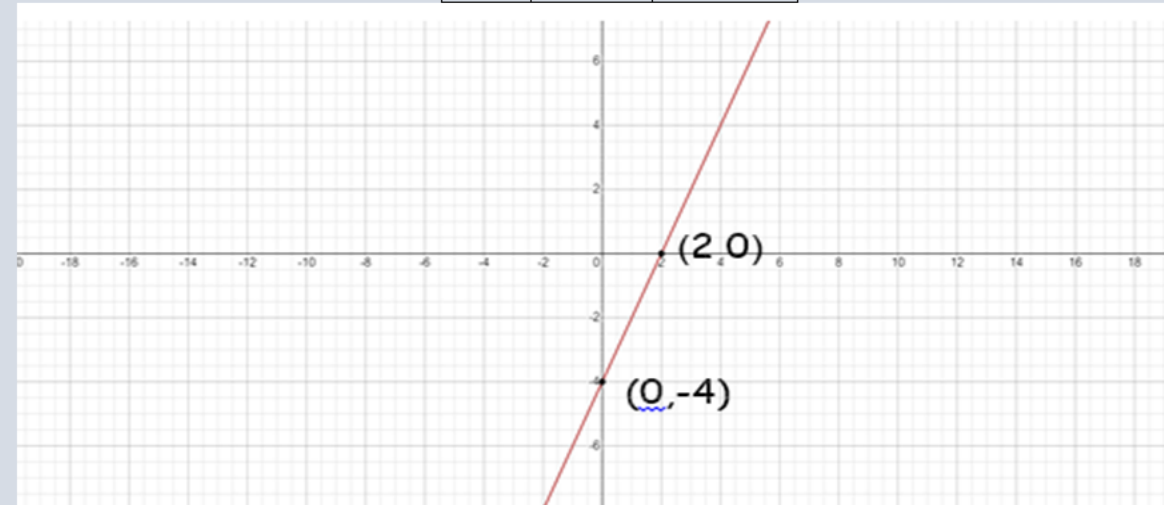
مثال

مثل بياناً معادلة الخط المستقيم باستخدام المقطع السيني والمقطع الصادي:

1)  $y = 2x - 4$

الحل: نجد المقطع السيني والمقطع الصادي

$x$	0	2
$y$	-4	0



# الميل وتطبيقاته

## ميل المستقيم المعلوم معادلته:

إذا كان لدينا مستقيم معادلته العامة هي  $ax + by + c = 0$  فإن :

١- ميل المستقيم معرف في حالة  $b \neq 0$  و يساوي  $-\frac{a}{b}$  و يرمز له بالرمز  $m$

$$m = -\frac{a}{b}$$

٢- في حالة  $b \neq 0$  فإن  $-\frac{c}{b}$  هو الاحداث الصادي لنقطة تقاطع المستقيم مع محور

الصادات و نرمز له بالرمز  $d$   $d = -\frac{c}{b}$  و تكون نقطة التقاطع هي  $(0, d)$  و تسمى المقطع الصادي.

٣- في حالة  $a \neq 0$  فإن نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هي  $(-\frac{c}{a}, 0)$  و تسمى المقطع السيني.

يمكن كتابة معادلة المستقيم بدلالة ميله  $m$  و نقطة التقاطع  $d$  مع محور الصادات على الصورة

$$y = mx + d$$

**مثال :** اذا كانت معادلة المستقيم هي :  $3x + 6y = 12$  اوجد :

- ١- ميل المستقيم.
- ٢- نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات  $Y$ .
- ٣- نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات  $X$ .
- ٤- اكتب معادلة المستقيم بدلالة الميل و نقطة التقاطع مع محور  $Y$ .

### الحل ( Solution ) :

١- الصورة العامة لمعادلة المستقيم هي  $3x + 6y - 12 = 0$  و بالتالي

$$a = 3 \quad \text{و} \quad b = 6 \quad \text{و} \quad c = -12$$

$$m = -\frac{a}{b} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \quad \text{ميل المستقيم هو}$$

٢- الاحداث الصادي لنقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات Y هو  $d = -\frac{c}{b} = -\frac{-12}{6} = 2$  اذا النقطة هي  $(0,2)$

٣- الاحداث السيني لنقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات X هو  $-\frac{c}{a} = -\frac{-12}{3} = 4$  اذا النقطة هي  $(4,0)$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \quad \leftarrow \quad y = mx + d \quad -٤$$



**مثال :** اكتب معادلة المستقيم لكل من الحالات التالية

١- ميله يساوي 4 و يقطع محور الصادات في 6

٢- ميله -3 و يقطع محور السينات في ٥

**الحل ( Solution ) :**

١- بما ان  $m = 4$  و  $d = 6$  فان معادلة المستقيم هي

$$y = mx + d \quad \longrightarrow \quad y = 4x + 6$$

٢- بما ان  $m = -3$  و الخط يقطع محور السينات في النقطة (5,0)

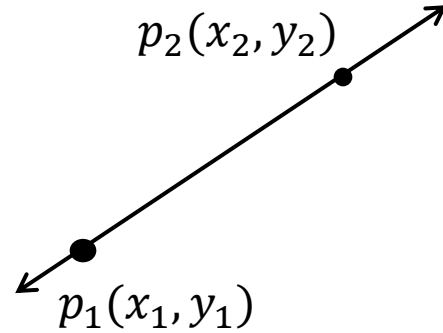
$$y = mx + d \quad \longrightarrow \quad y = -3x + d$$

نوجد قيمة  $d$  عن طريق تعويض قيمة  $x = 5$  و  $y = 0$  في المعادلة

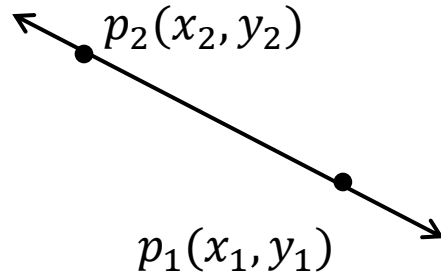
$$0 = -3(5) + d \quad \longrightarrow \quad d = 15$$

$$y = -3x + 15$$

## ملاحظات :

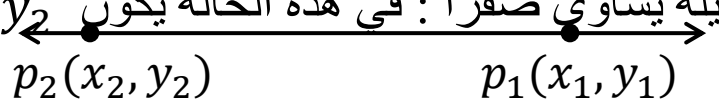


١- اذا كان المستقيم صاعدا من اليسار الى اليمين فان ميله يكون موجبا



٢- اذا كان المستقيم صاعدا من اليمين الى اليسار فان ميله يكون سالبا

٣- اذا كان المستقيم افقيا فان ميله يساوي صفرا : في هذه الحالة يكون  $y_1 = y_2$



٤- اذا كان المستقيم راسيا فان الميل غير معرف لأنه في هذه الحالة  $x_1 = x_2$

**مثال :** اكتب معادلة المستقيم  $5x + 4y - 8 = 0$  بدلالة الميل و نقطة تقاطعه مع محور الصادات Y :

**الحل ( Solution ) :** نقوم بحل المعادلة بالنسبة للمتغير  $y$

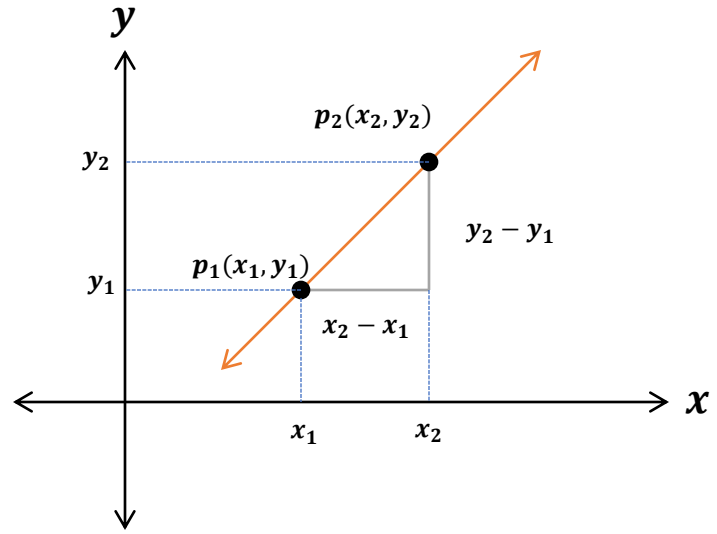
$$5x + 4y - 8 = 0 \quad \rightarrow \quad 4y = 8 - 5x$$

$$y = 2 - \frac{5}{4}x$$

ميل المستقيم بمعلومية نقطتين عليه:

إذا كانت  $p_1(x_1, y_1)$  و  $p_2(x_2, y_2)$  نقطتان تقعان على مستقيم فان ميله هو

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$



**مثال :** اوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين  $(-5,1)$  و  $(2, -4)$

**الحل ( Solution ) :** لنعتبر  $p_2 = (-5,1)$  و  $p_1 = (2, -4)$

$$(x_1, y_1) = (2, -4) \quad (x_2, y_2) = (-5,1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-4)}{-5 - 2} = \frac{5}{-7} = -\frac{5}{7}$$

# معادلة المستقيم بدلالة ميله و نقطة عليه

## معادلة المستقيم بمعلومية ميله و نقطه عليه

إذا كان لدينا الميل  $m$  لخط مستقيم و نقطه عليه  $p(x_1, y_1)$  فان معادلة هذا الخط هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال ( Example ) : اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله 5 و يمر بالنقطة (3,2)

الحل ( Solution ) :  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 2 = 5(x - 3) \quad \longrightarrow \quad y - 2 = 5x - 15$$

$$y = 5x - 13$$

**مثال :** اوجد معادلة المستقيم في كل مما يلي :

١- ميله يساوي  $-3$  و يقطع محور Y في 8

٢- يوازي محور X و يقطع محور Y في 4

٣- يوازي محور Y و يقطع محور X في  $-5$

**الحل ( Solution ) :**

١-  $m = -3$  و يقطع محور Y في 8 اي يمر بالنقطة  $(0,8)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \longrightarrow y - 8 = -3(x - 0) \longrightarrow y - 8 = -3x$$

$$y = -3x + 8$$

٢- بما ان المستقيم موازي لمحور X فان  $m = 0$  و بما انه يقطع محور Y في ٤ لذا فانه يمر بالنقطة (0,4)

$$y - y_1 = m(x - x_1) \longrightarrow y - 4 = 0(x - 0) \longrightarrow y - 4 = 0$$

$$y = 4$$

٣- بما انه المستقيم موازي لمحور Y لذا فانه ميله غير معرف و بما ان الخط يقطع محور X في -5 فانه يمر بالنقطة (-5,0) و معادلته هي :

$$x = -5$$

# معادلة المستقيم المار بنقطتين معلومتين

## معادلة المستقيم المار بنقطتين معلومتين :

معادلة المستقيم المار بالنقطتين  $p_1(x_1, y_1)$  و  $p_2(x_2, y_2)$  بحيث  $x_1 \neq x_2$  هي :

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{حيث} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} .$$

ملاحظة: اذا كان  $x_1 = x_2$  فان المستقيم موازي لمحور Y.

**ملخص :** لإيجاد معادلة خط مستقيم يمر بنقطتين نوجد الميل اولا ثم نستخدم العلاقة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



**مثال :** اوجد معادلة المستقيم في الحالات التالية :

١- يمر بالنقطتين  $p_1(2,9)$  و  $p_2(-1,4)$

٢- يمر بالنقطة  $p(1,3)$  و يقطع محور X في -7

**الحل ( Solution ) :**

١- ميل المستقيم بدلالة النقطتين الواقعتين عليه  $p_1(2,9)$  و  $p_2(-1,4)$  هو

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 9}{-1 - 2} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - 9 = \frac{5}{3}(x - 2) \quad y - 9 = \frac{5}{3}x - \frac{10}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{10}{3} + 9$$

$$y = \frac{5}{3}x + \frac{17}{3}$$

٢- النقطة الاولى هي (1,3) و بما ان المستقيم يقطع محور X في -7 فانه يمر بالنقطة (-7,0)

ميل المستقيم :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{-7 - 1} = \frac{-3}{-8} = \frac{3}{8}$$

معادلة المستقيم :

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - (0) = \frac{3}{8} (x - (-7)) \quad y = \frac{3}{8}(x + 7)$$

$$y = \frac{3}{8}x + \frac{21}{8}$$

\* لنا الحرية في اختيار النقطة التي نستخدمها في العلاقة  $y - y_1 = m(x - x_1)$  من بين النقطتين الواقعتين على المستقيم.

## المستقيمان المتوازيان والمستقيمان المتعامدان:

- المستقيمان المتوازيان لا يتقاطعان مهما امتدا، ويكون لهما نفس الميل.
- المستقيمان المتعامدان ينتج عن تقاطعهما زاوية قائمة، وحاصل ضرب ميلهما يساوي -1.

### مثال

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(4, -6)$  والعمودي على المستقيم

$$2x + 3y = 6$$

الحل: المستقيمان المتعامدان حاصل ضرب ميلهما -1

$$y = -\frac{2}{3}x + 2 \quad \text{لأن} \quad -\frac{2}{3}$$

ميل المستقيم المعطى يساوي ميل المستقيم العمودي عليه هو معكوس مقلوب المستقيم العمودي عليه ويساوي  $\frac{3}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{معادلة المستقيم العمودي}$$

$$y + 6 = \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$y + 6 = \frac{3}{2}x - 6$$

$$y = \frac{3}{2}x - 12$$

### مثال

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة  $(-3, 1)$  ، والموازي

$$y = 2x - 1 \quad \text{للمستقيم}$$

الحل: المستقيمان متوازيان لهما نفس الميل ويساوي 2 ؛ لأن ميل المستقيم المعطى يساوي 2

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{معادلة المستقيم}$$

$$y - 1 = 2(x + 3)$$

$$y - 1 = 2x + 6$$

$$y = 2x + 7$$

# اسئلة عامة و اجابات

- اسئلة
- تعليقات
- اهتمامات
- تمارين وتدريبات : من الكتاب (صفحة 132)