

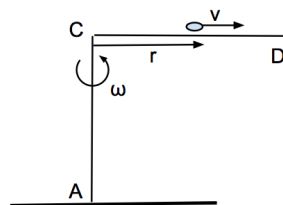
Κεφάλαιο 5

Περιστροφική κίνηση

5.1 Στροφορμή και ροπή

Φροντιστηρίου

Άσκηση 5.1.1. Στη συσκευή του σχήματος το στέλεχος AC περιστρέφεται (στηριζόμενο στο έδαφος) χωρίς τριβές με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 . Ένα έντομο μάζας m βρίσκεται στο οριζόντιο στέλεχος CD (το οποίο είναι αβαρές) αρχικά σε απόσταση r_0 από το C . Το έντομο αρχίζει να κινείται στην κατεύθυνση CD με σταθερή ταχύτητα v_0 . (α) Πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα με τον χρόνο, $\omega = \omega(t)$; (β) Ποιο είναι το παραγόμενο έργο ως συνάρτηση του χρόνου, $W = W(t)$;



Σειράς ασκήσεων

Συμπληρωματικές

Άσκηση 5.1.2. Δύναμη $\vec{F} = (2\hat{i} - 3\hat{k})\text{N}$ δρα σε σωματίο στο σημείο M με διάνυσμα θέσης $\vec{OM} = (0.5\hat{j} - 2\hat{k})\text{m}$. Να βρεθεί η ροπή της δύναμης (α) ως προς την αρχή των αξόνων $O(0, 0, 0)$, (β) ως προς σημείο $O'(2, 0, -3)$.

Άσκηση 5.1.3. Σωματίο μάζας m κινείται, υπό την επίδραση δύναμης, στο επίπεδο xy και η τροχιά του δίνεται από

$$x = \lambda t, \quad y = \mu t^2, \quad \lambda, \mu : \text{σταθερές},$$

και t είναι ο χρόνος. Βρείτε (α) τη στροφορμή του σωματίου και (β) τη ροπή δυνάμεως που του ασκείται.

5.2 Περιστροφή στερεού σώματος

Φροντιστηρίου

Άσκηση 5.2.1. Έστω συρμάτινο πλαίσιο σχήματος ρομβικού στο επίπεδο xz , με κορυφές στα σημεία $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$, το οποίο έχει γραμμική πυκνότητα λ . Το πλαίσιο περιστρέφεται περί τον σταθερό άξονα z με γωνιακή ταχύτητα ω . Να βρεθεί η στροφορμή του L_z κατά τον άξονα z .

Άσκηση 5.2.2. Έστω ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R ο οποίος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που είναι παράλληλος στον άξονα συμμετρίας του και εφάπτεται στην παράπλευρη επιφάνειά του. Ποια είναι η κινητική ενέργεια περιστροφής.

Σειράς ασκήσεων

Άσκηση 5.2.3. Το κάτω άκρο ομογενούς ράβδου μήκους 2α ακουμπά πάνω σε μη λεία επιφάνεια και η ράβδος ισορροπεί στην κατακόρυφη θέση. Διαταράσσουμε λίγο τη ράβδο από την κατακόρυφη θέση ισορροπίας οπότε αυτή αρχίζει να πέφτει. (α) Υποθέτοντας ότι το κάτω άκρο δεν ολισθαίνει, να αποδειχθεί ότι η γωνιακή απόκλιση $\theta(t)$ της ράβδου από την κατακόρυφο ικανοποιεί τη σχέση

$$2\alpha \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = 3g(1 - \cos \theta).$$

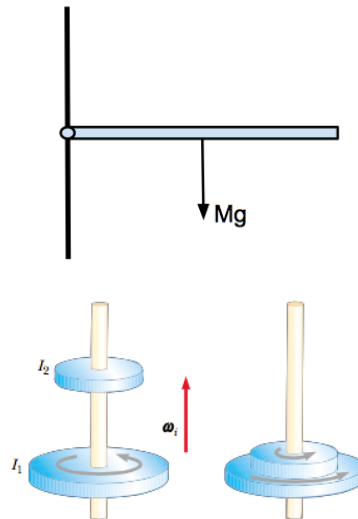
(β) Θεωρούμε τώρα ότι το πάνω τμήμα της ράβδου μήκους $2\gamma\alpha$ δέχεται από το υπόλοιπο αξονική δύναμη T , διατμητική δύναμη S και καμπτική ροπή K . Θεωρώντας ότι αυτό το τμήμα της ράβδου κινείται ως στερεό σώμα σε επίπεδη κίνηση στο κατακόρυφο επίπεδο, να υπολογίσετε τα S , K ως συναρτήσεις της γωνίας θ . Με βάση τον παραπάνω υπολογισμό, απαντήστε το ακόλουθο ερώτημα: Εάν μιά καμινάδα αρχίσει να πέφτει, σε ποιο σημείο της αναμένετε να σπάσει πρώτα;



Άσκηση 5.2.4. Ποια η ροπή αδράνειας I ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους L ως προς άξονα (κάθετο στη ράβδο) που διέρχεται από το άκρο της;

Άσκηση 5.2.5. Ομογενής ράβδος μήκους L και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα, χωρίς τριβή, γύρω από άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη, ενώ αρχικά ηρεμούσε σε οριζόντια θέση. (α) Ποια η αρχική γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου; (β) Ποια η αρχική γραμμική επιτάχυνση του ελεύθερου άκρου της; (γ) Ποια η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή κατά την οποία η θέση της γίνεται κατακόρυφη;

Άσκηση 5.2.6. Ένας κύλινδρος με ροπή αδράνειας I_1 περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_i = \omega_0$ γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα χωρίς τριβή. Ένας δεύτερος κύλινδρος με ροπή αδράνειας I_2 ο οποίος αρχικά δεν περιστρέφεται πέφτει πάνω στον πρώτο κύλινδρο (βλ. σχήμα). Επειδή οι επιφάνειες είναι τραχιές, οι δύο κύλινδροι αποκτούν τελικά την ίδια γωνιακή ταχύτητα $\omega_f = \omega$. (α) Υπολογίστε την ω . (β) Υπολογίστε το λόγο της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια.



Σχήμα 5.1: Πηγή: Serway I κεφ 11 ασκ 27.

Συμπληρωματικές

Άσκηση 5.2.7. Έστω επίπεδο σώμα σχήματος ρομβικού στο επίπεδο xz , με κορυφές στα σημεία $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$. Το σώμα είναι ομογενές με μάζα M και επιφανειακή πυκνότητα σ . Το σώμα περιστρέφεται περί τον σταθερό άξονα z με γωνιακή ταχύτητα ω . Να βρεθεί η στροφορμή του L_z κατά τον άξονα Oz .