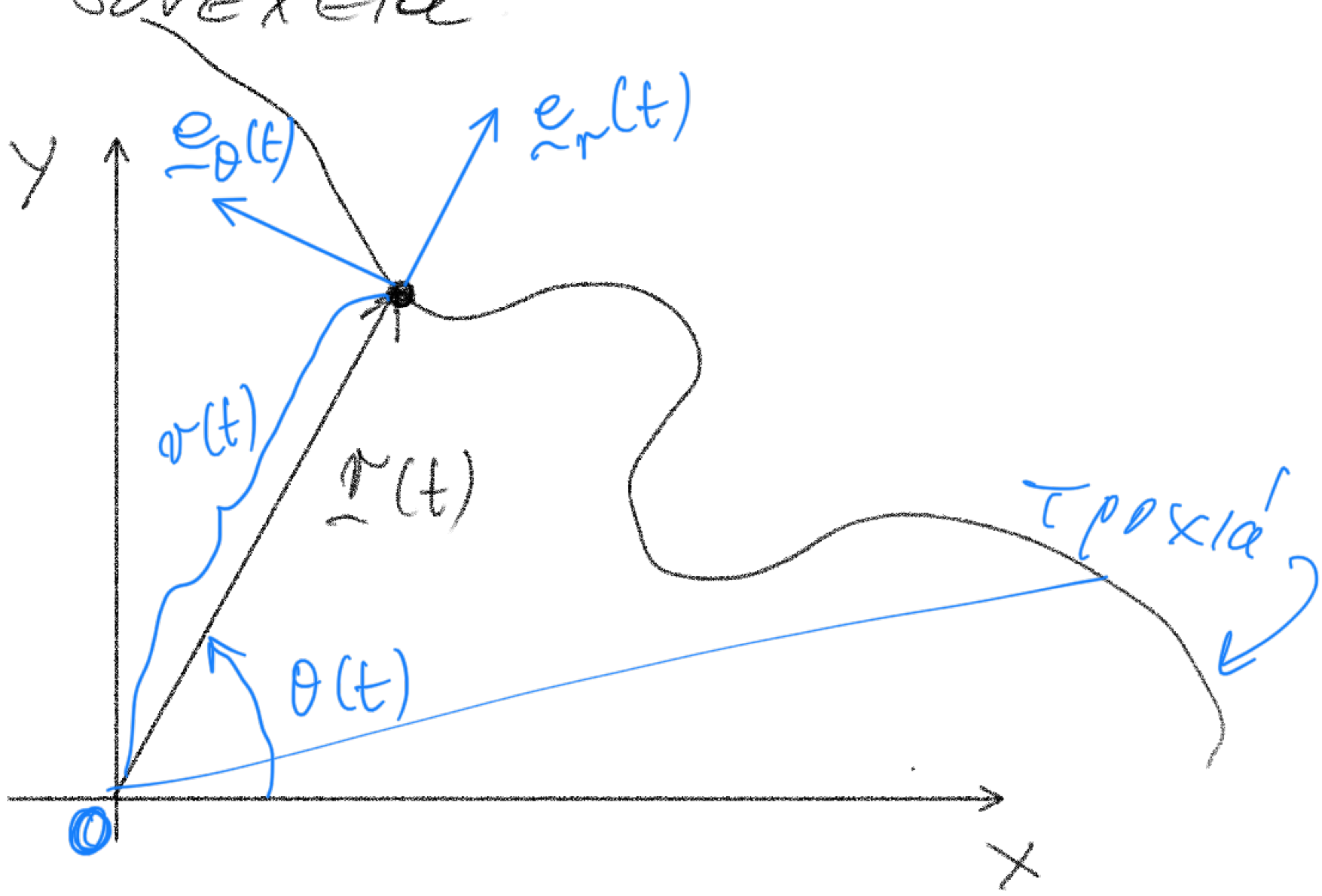
ΦΥΣΙΚΗ 1 ΜΕΜ109

διάλεξη 5

Πολικές Συντεταγμένες

συνέχεια



$r(t) = |\underset{\sim}{r}(t)|$

$\theta(t)$ γωνία μτξ. $\underset{\sim}{r}(t)$ και $\underset{\sim}{i}$ (άξονα των x).

Θέση

ακτιν. μοναδ. διαν.

$$\left.\begin{aligned} \underset{\sim}{r}(t) &= r(t)\,\underset{\sim}{e}_r(t) \\ \underset{\sim}{r} &= r\,\underset{\sim}{e}_r \end{aligned}\right\} (1)$$

Παραγωγίζω

$$\dot{\underset{\sim}{e}}_r = \dot{\theta}\,\underset{\sim}{e}_\theta , \quad \dot{\underset{\sim}{e}}_\theta = -\dot{\theta}\,\underset{\sim}{e}_r$$

<u>Ταχύτητα</u> παραγωγίζοντας την (1)

$$\boxed{\underset{\sim}{v} = \underbrace{\dot{r}}_{v_r}\,\underset{\sim}{e}_r + \underbrace{r\dot{\theta}}_{v_\theta}\,\underset{\sim}{e}_\theta \qquad (2)}$$

$\dot{r}$ <u>ακτινική</u> <u>βαθμωτή</u> <u>ταχύτητα</u>
(ρυθμός αλλαγής απόστασης από το 0)

$\dot{\theta} = \omega = \omega(t)$ <u>γωνιακή ταχύτητα</u>

Συνιστώσες (πολικές) Ταχύτητας:

$$v_r = \dot{r}$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = r\omega$$

$v_\theta = r\dot{\theta}$ Γωνιακή συνιστώσα ταχύτητας
$= r\omega$

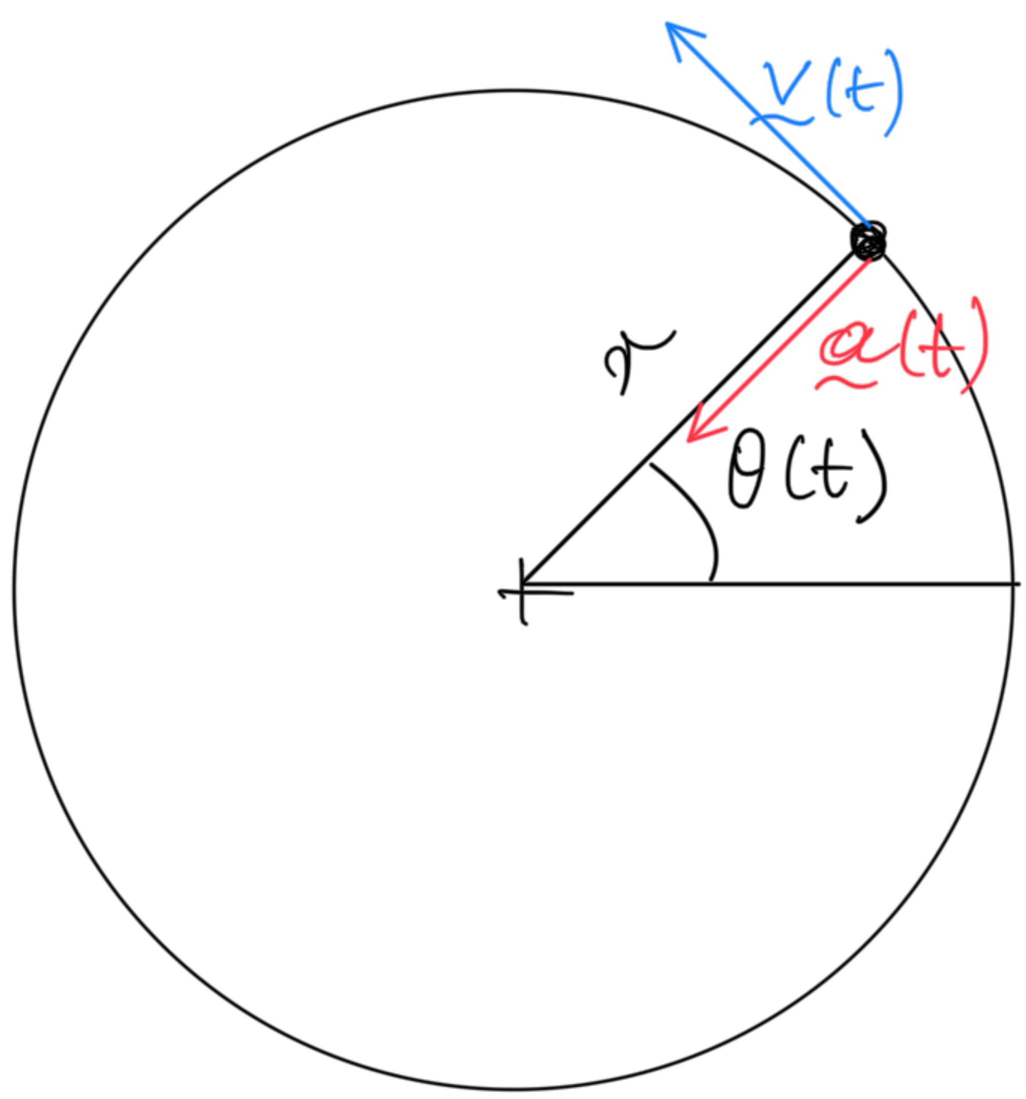
<u>Επιτάχυνση</u> παραγωγίζοντας τη (2)

$$\boxed{\underset{\sim}{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\underset{\sim}{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\,\underset{\sim}{e}_\theta \qquad (3)}$$

CORIOLIS

Ομαλή Κυκλική Κίνηση

$$\boxed{\begin{aligned} r &= \sigma\tau\alpha\theta. \\ & \qquad (4) \\ \dot{\theta}(t) &= \sigma\tau\alpha\theta. \end{aligned}} = \omega$$



Έχω

$$\theta(t) = \omega t$$

όπου $\omega = \sigma\tau\alpha\theta.$

Αντικαθ. (4) → (2)

<u>Ταχύτητα</u>

$$\boxed{\underset{\sim}{v} = r\omega\, \underset{\sim}{e}_\theta}$$

Προσοχή $|\underset{\sim}{v}(t)| = r\omega = \sigma\tau\alpha\theta.$

αλλά $\underset{\sim}{v}(t) = r\omega\, \underset{\sim}{e}_\theta(t) \neq \sigma\tau\alpha\theta.$

αλλάζει η φ διεύθυνση

Επιτάχυνση

Αντικαθ. (4) → (3)

ψοφάνε 3 οροι!!! μενει ένας

$$\boxed{\underset{\sim}{a} = -r\omega^2 \underset{\sim}{e}_r}$$

αν $V = r\omega = |\underset{\sim}{V}|$

τοτε έχω

$$\boxed{\underset{\sim}{a} = -\frac{V^2}{r} \underset{\sim}{e}_r}$$

ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΕΠΙΤΑΧ!!!

βγαίνει απο ΑΠ. ΛΟΓ.!!

δηλ κατευθ. $\underline{a}$ προς το κέντρο

$-\underset{\sim}{e}_r$

μέτρο V^2/r

«Ανώμαλη» κυκλική κίνηση

$r =$ σταθ. , $\dot{\theta}(t) \neq$ σταθ.

γενικα $\dot{\omega} \neq 0$

ΤΑΧ.

$$\underset{\sim}{v} = r\dot{\theta}\,\underset{\sim}{e}_{\theta}$$

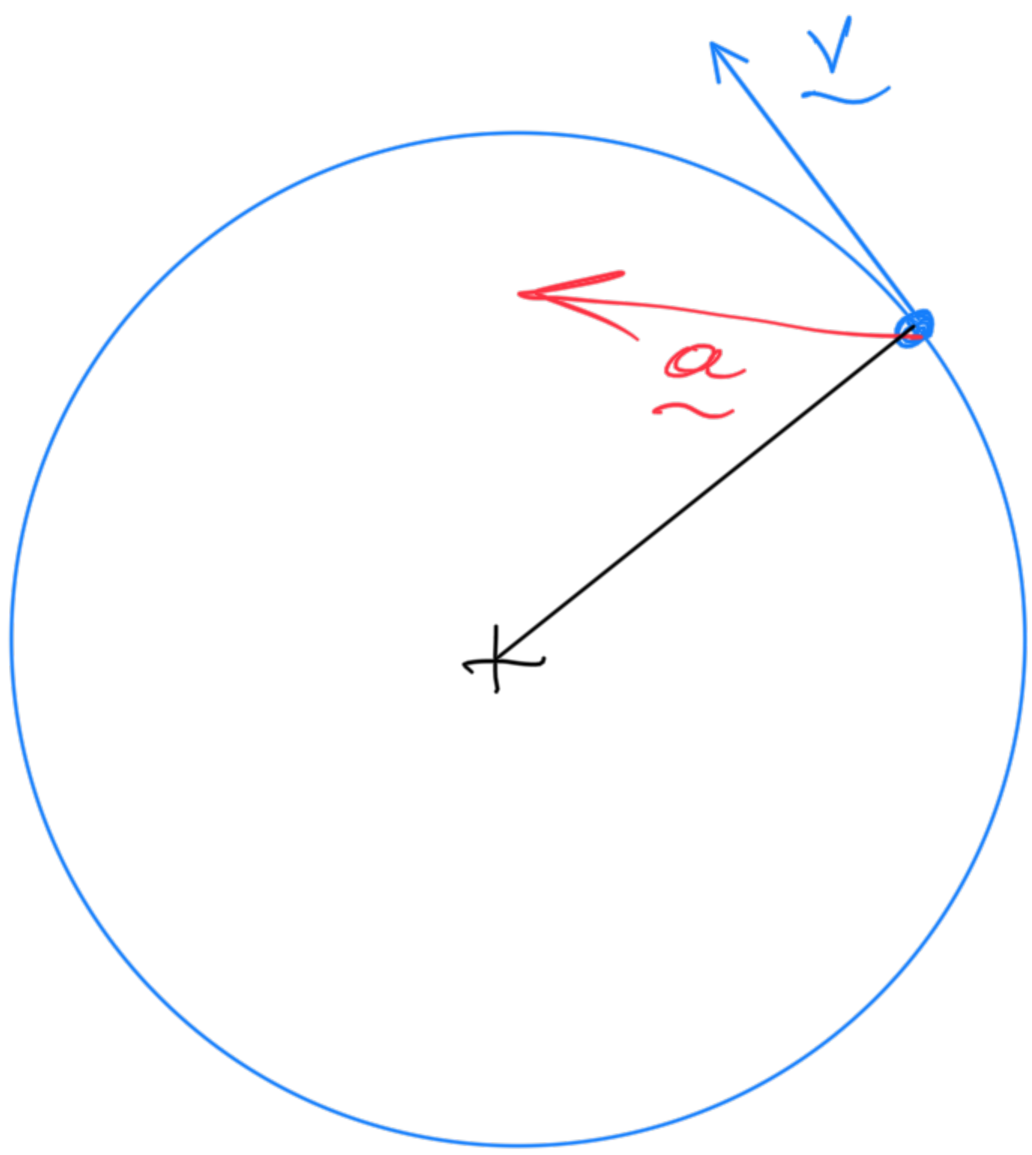
αλλα $|\underset{\sim}{v}| \neq$ σταθ.

Επιταχ.

(3) ⇒

$$\underset{\sim}{a} = \underbrace{-r\omega^{2}\,\underset{\sim}{e}_{r}}_{\text{ακτιν.}} + \underbrace{r\ddot{\theta}\,\underset{\sim}{e}_{\theta}}_{\text{γωνιακή}}$$

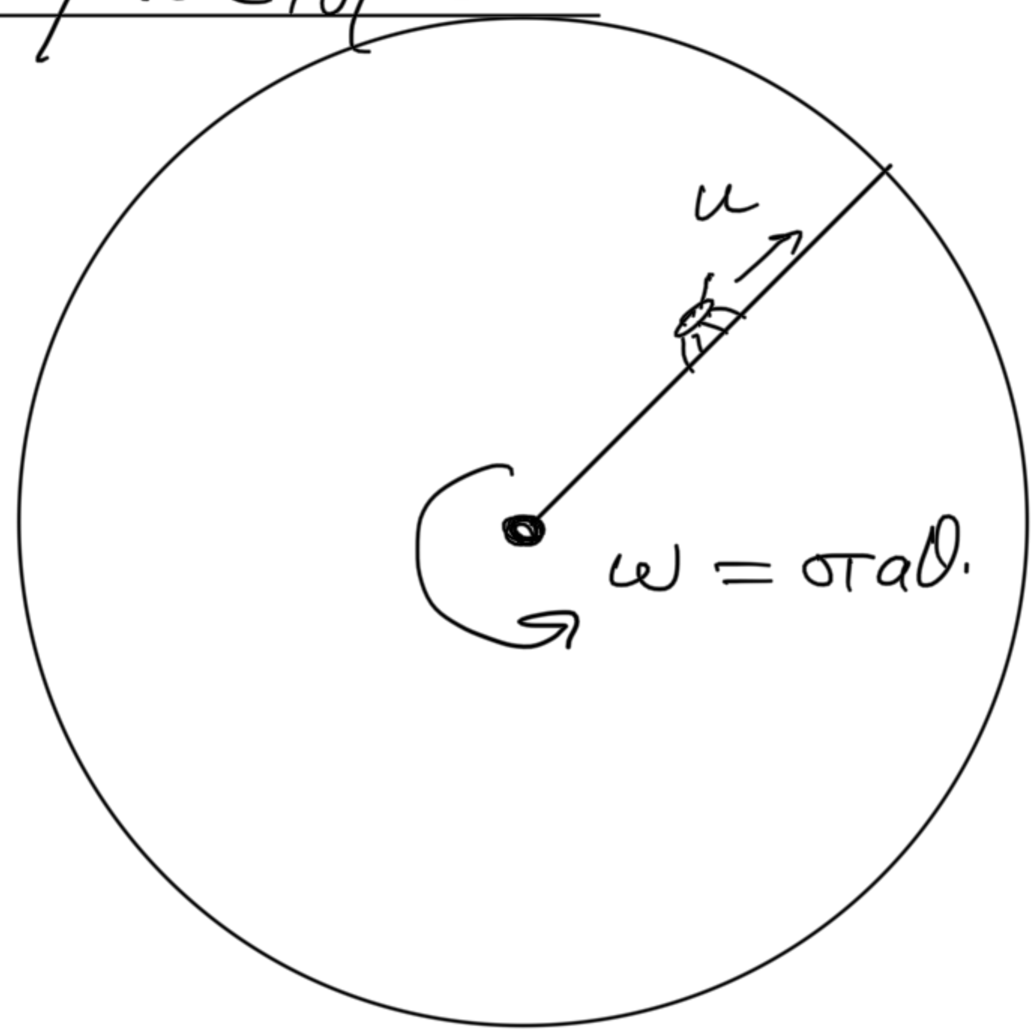
λόγω αλλαγής της γωνιακής ταχύτητας!



Η επιταχ. «δείχνει» κατά τη μέσα μεριά του κύκλου αλλα δεν είναι κεντρομόλος.

ΜΗ-ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Παράδειγμα



Δίσκος γυρνάει με σταθ. γων. ταχ. $\omega =$ σταθ. Ζουζούνι περπατάει με σταθ. βαθμ. ταχ. $u =$ σταθ. πάνω σε ακτινική γρατζουνιά του δίσκου.

Θέλω $\underset{\sim}{v}(t)$, $\underset{\sim}{a}(t)$ για το ζουζούνι.

Απαντ. Ερώτηση: τι μας λένε τα δεδομένα για τις r, θ του Ζουζ.;

$$\left.\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega = \text{σταθ.} \\ \dot{r} &= u = \text{σταθ.} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ω, u δεδομένα.

Αντικαθ.(5) στην (2).

ΤΑΧ

$$\underset{\sim}{v} = u\,\underset{\sim}{e}_r + \underbrace{r(t)}_{\text{πόσο είναι;}}\,\omega\,\underset{\sim}{e}_\theta$$ ← ΤΑΧ.

$\dot{r} = u$ υποθέτω ότι $r(0)=0$

$\Rightarrow r(t) = ut$

$$\Rightarrow \underset{\sim}{v} = u\,\underset{\sim}{e}_r + u\omega t\,\underset{\sim}{e}_\theta$$

ΕΠΙΤΑΧ.

Αντικαθ. την (5) στην (3)

$$\underset{\sim}{a} = -u\omega^2 t\,\underset{\sim}{e}_r + 2u\omega\,\underset{\sim}{e}_\theta$$

«κεντρομόλος» συνιστώσα αυξ. γραμμικά με το χρόνο.

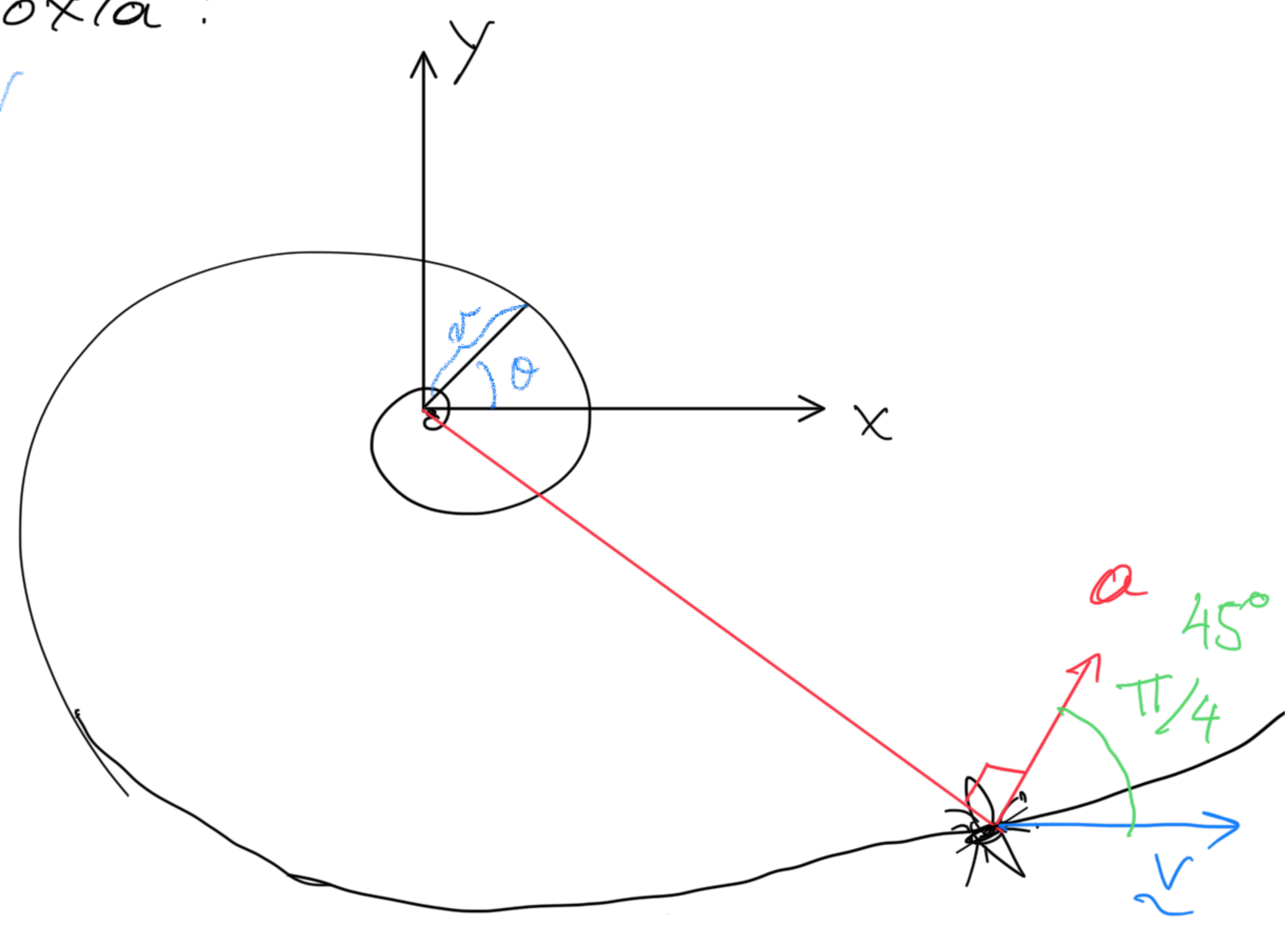
γωνιακή συνιστώσα της επιταχ. παρόλο που $\ddot{\theta} = 0$ (γωνιακή επιταχ $=0$).

CORIOLIS (σταθερή)

$\begin{cases} \text{αυξ. γων. συν. ταχύτητας} \\ \text{αλλαγή κατευθ. της ακτινικής ταχ.} \end{cases}$

Παράδειγμα 2

Ζουζούνι πετάει σε σπειροειδή τροχιά!



Δίνεται ότι

$$r(t) = b e^{\Omega t}, \quad b, \Omega > 0 \text{ σταθερές}$$

$$\theta(t) = \Omega t$$

α') Βρείτε $\underset{\sim}{v}(t)$, $\underset{\sim}{a}(t)$ και

β) Σχολιάστε την κατεύθυνση της $\underset{\sim}{a}$ ως προς την τροχιά.

$$(2) \Rightarrow \underset{\sim}{v} = \dot{r}\,\underset{\sim}{e}_r + r\dot{\theta}\,\underset{\sim}{e}_\theta =$$

$$= b\Omega e^{\Omega t}\,\underset{\sim}{e}_r + b\Omega e^{\Omega t}\,\underset{\sim}{e}_\theta$$

$$\boxed{\underset{\sim}{v}(t) = b\Omega e^{\Omega t}\left(\underset{\sim}{e}_r + \underset{\sim}{e}_\theta\right)}$$

$$\underset{\sim}{a}: \quad \ddot{r} = b\Omega^2 e^{\Omega t}, \quad \ddot{\theta} = 0$$

στην (3) $$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \cancel{b\Omega^2 e^{\Omega t} - b\Omega^2 e^{\Omega t}} = 0$$

$$\underset{\sim}{a} = 0\,\underset{\sim}{e}_r + \left(0 + 2b\Omega^2 e^{\Omega t}\right)\underset{\sim}{e}_\theta$$

$$\boxed{\underset{\sim}{a}(t) = 2b\Omega^2 e^{\omega t}\,\underset{\sim}{e}_\theta}$$

κατεύθυνση

στην ακτ. κατεύθυνση

η ταχ. έχει κατεύθυνση

$\underset{\sim}{e}_r + \underset{\sim}{e}_\theta$ άρα η γωνία

μτξ $\underset{\sim}{a}, \underset{\sim}{v}$ είναι $\pi/4$, 45°

σταθερή.