

ΦΥΣΙΚΗ 1

Διάλεξη 23

Αξίωμα Ισοζυγίου Στροφορμής:
Εφαρμογές σε Προβλήματα.

$$\tau_{/O} = \dot{L}_{/O}$$

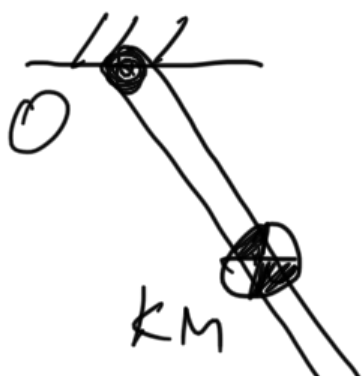
η (συνολική) ροπή που ασκείται σε $\Sigma \Sigma$ (περι σημείο O) ισούται με το ρυθμό αλλαγής της στροφορμής περι το O .

Σε 2Δ αν σωμα περιστρέφεται με συν. ταχ. ω

$$L_{/O} = I_{/O} \omega$$

ροπή αδράνειας περι το O .

Συνήθως υπολογίζουμε I περι το CM . αλλα πολλές φορές δεν είναι η καλύτερη επιλογή, π.χ. αν ομοιογενής ράβδος μάζας M , μήκους L περιστρέφεται περι το



ακρο της O

Τότε παίρνουμε ισόζυγο στροφορμής
περί το O και όχι το CM .

Θυμάμαι

$$L_O = L_{CM} + L'_{/CM}$$

οπότε $L_{CM} = r_{CM/O} \times M v_{CM}$

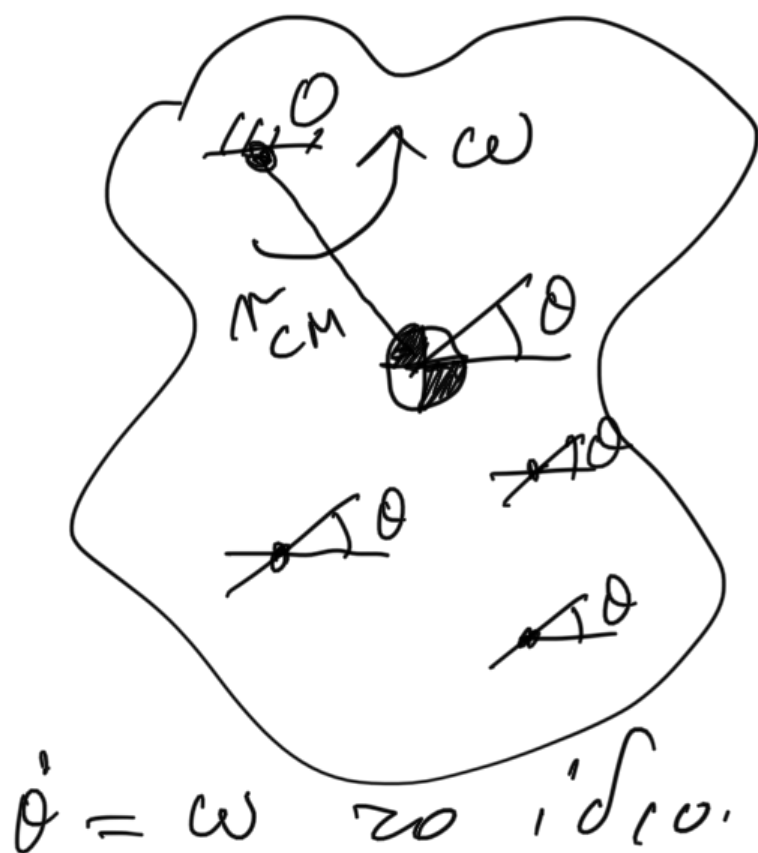
Εάν να ήταν το σύμα ένα ΥΣ
στο CM με μαζί τη συνοχική
και ταχ συντη των CM .

και

$L'_{/CM}$ = στροφορμή λόγω
περιστροφής γύρω από CM

Εστω ότι $\Sigma\Sigma$ κάνει κυκλική
κίνηση περί το O .

$$L_{CM} = M r_{CM}^2 \omega$$



$$L'_{/CM} = I_{/CM} \omega$$

$$\begin{aligned} L_o &= L_{cm} + L'_{cm} = \\ &= (Mr_{cm}^2 + I_{cm}) \omega_k \end{aligned}$$

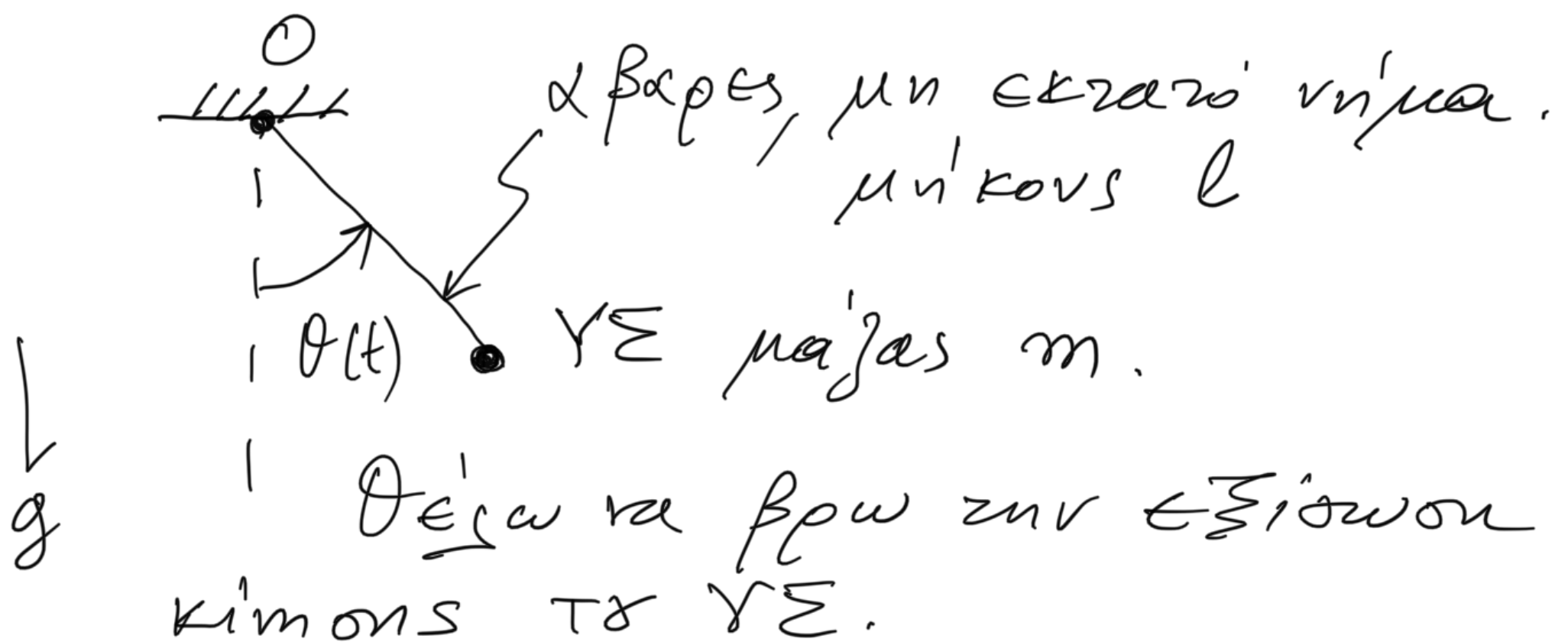
Ομω, $L_o = I_o \omega_k$

Θεώρημα Παράλληλων Αξόνων

$$I_o = Mr_{cm}^2 + I_{cm}$$

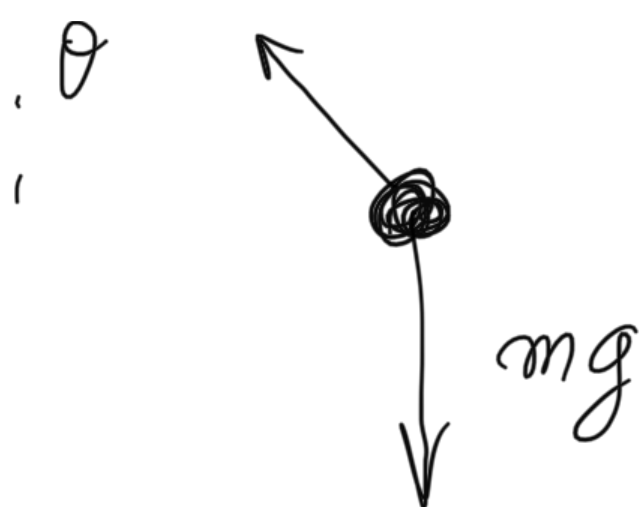
Εκκρεμη Διαφόρων Ειδών.

Σημειακό Εκκρεμες.

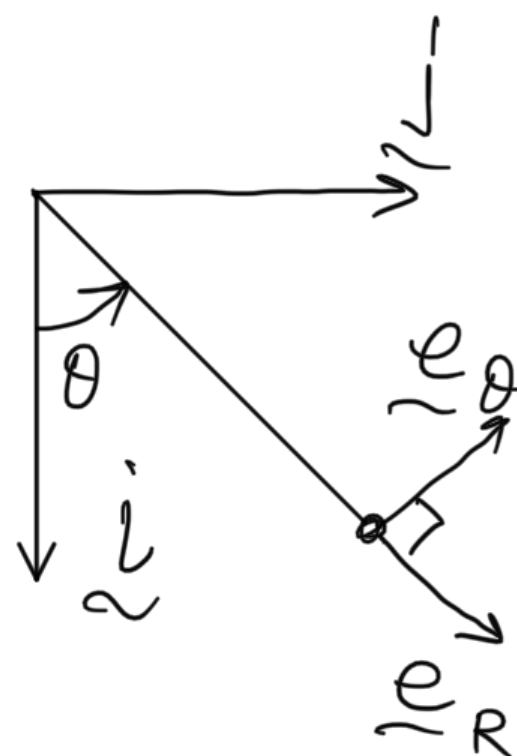
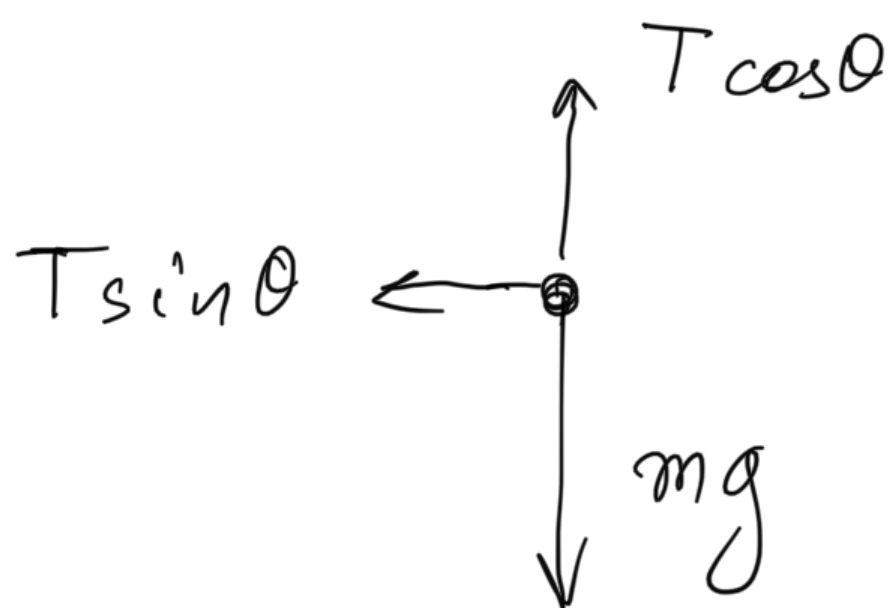


Διάγραμμα Δυνάμεων Σώματος.





Μπορεί να λυθεί με 2^ο Ν.μ.



$$\sum F_y = -T \sin \theta = m a_y \quad (1)$$

$$\sum F_x = -T \cos \theta + mg = m a_x \quad (2)$$

Πόσο είναι τα a_x, a_y ;
 Κάθε κυκλική με $\omega = \dot{\theta}$, $\alpha = \ddot{\theta}$

$$\underline{\underline{a}} = \underbrace{-l \dot{\theta}^2 \underline{\underline{e}}_R}_{\text{κεντρομόλος}} + \underbrace{l \ddot{\theta} \underline{\underline{e}}_\theta}_{\text{γωνιακή}}$$

πόσο είναι a_x, a_y

$$\underline{\underline{e}}_R = \cos \theta \underline{\underline{i}} + \sin \theta \underline{\underline{j}}$$

$$\underline{\underline{e}}_\theta = -\sin \theta \underline{\underline{i}} + \cos \theta \underline{\underline{j}}$$

$$a_x = -l \dot{\theta}^2 \cos \theta - l \ddot{\theta} \sin \theta \quad (3)$$

$$a_y = -l\dot{\theta}^2 \sin\theta + l\ddot{\theta} \cos\theta \quad (4)$$

Αντικαθ. τις (3), (4) στην (1), (2) και ξεφορτώνωμαι την T.

δηλ. λύνω για την T από την (1) και αντικαθ. για την T στη (2).

Στο τέλος μένω από σιαστικές πράξεις με αρκετή πιθανότητα λαθών, αφού απλοποιήσω βρίσκω

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0 \quad (*)$$

Διαφορική εξίσωση 2^{ης} τάξης για $m \theta(t)$, άρα που η ακριβής συνάρτηση είναι μέσα στο ημίτονο άρα (*) είναι μη γραμμική!!



θ μικρό

Μικρές Ταλαντώσεις,

η γραμμικοποίηση (προσεγγίση) θα φαντα

$$\sin\theta \approx \theta$$

για $\theta \ll 1$

Γραμμικοποιούμεν $\Sigma \Delta E$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0.$$

Δίνεται εύκολα.

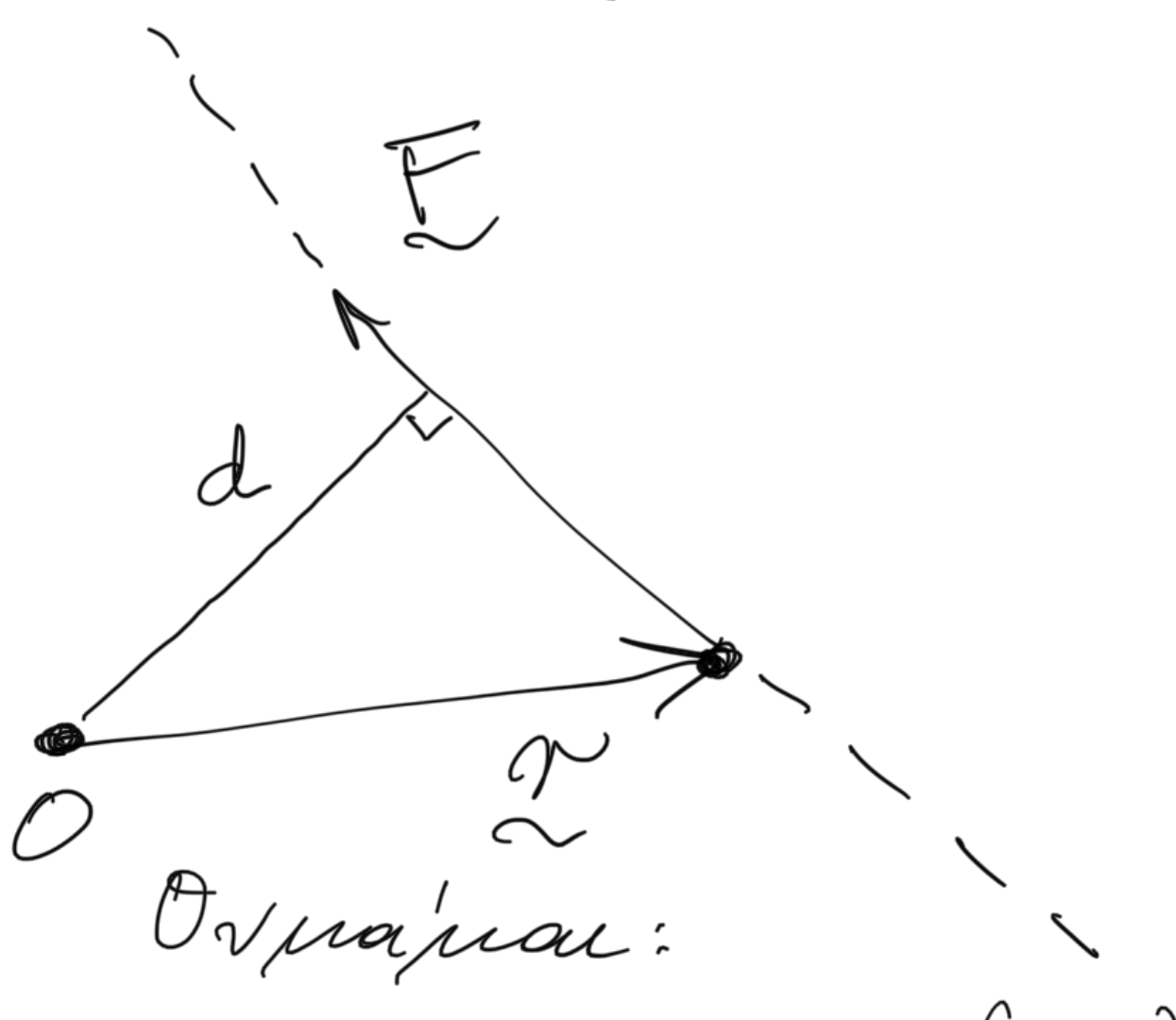
Ερώτηση Αμάν! Γιατί είναι
τόσο δύσκολο να φράσουμε
στην (*)!;

Εύκολος Τρόπος.

Σχόλιο Πως υπολογίζω

$a \times b$ σε 2Δ ;

π.χ. $\tau = r \times F$

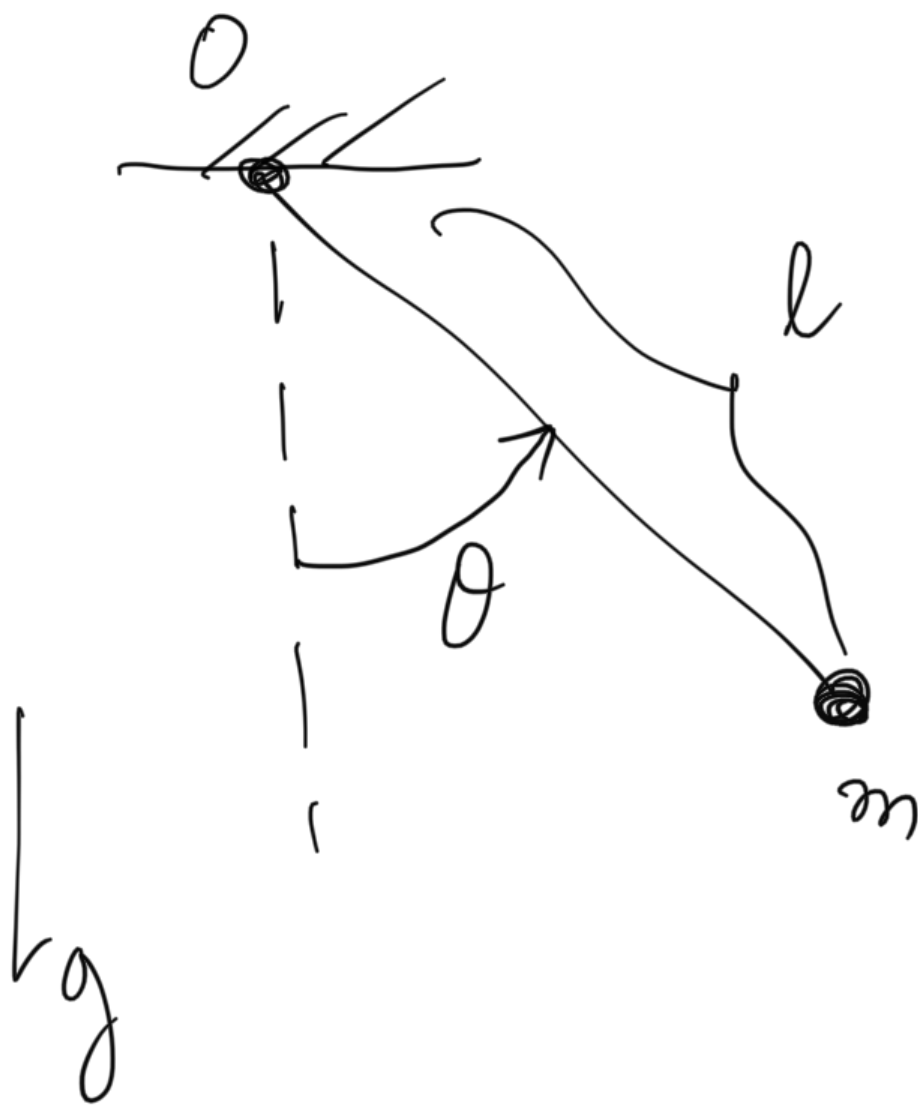


$$\tau = |\underline{r}| |\underline{F}| \sin \theta \left(\pm \frac{k}{r} \right)$$

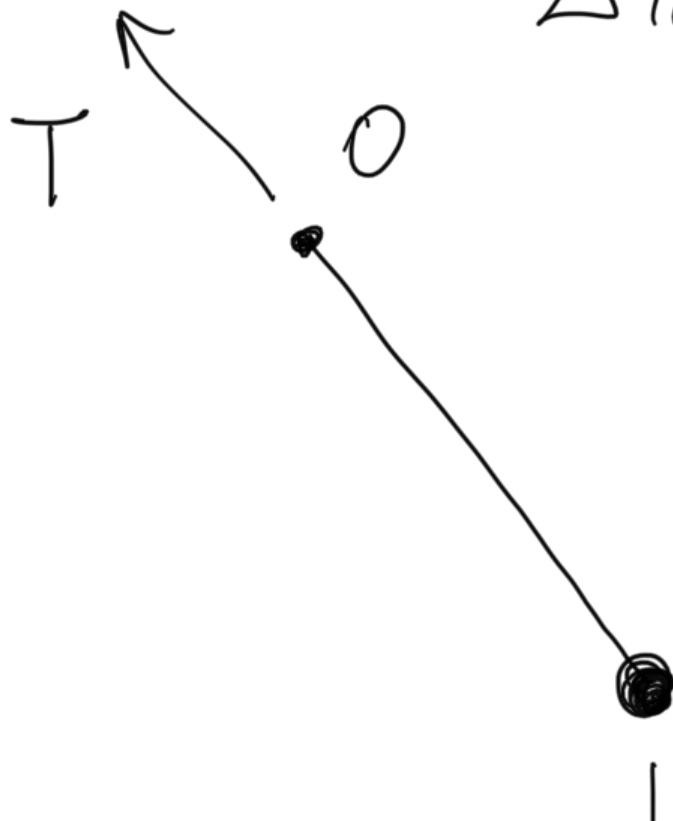
Εξαρτάται από τον
καρνα δέξιόν χείριον

$$\tau = d F \left(\pm \frac{k}{r} \right)$$

καθετη αποσταση της ενδειάς
που βρίσκεται με το \underline{F} και $F = |\underline{F}|$



Διαγραμμα Δυνάμεων
Σώματος



$\downarrow mg$

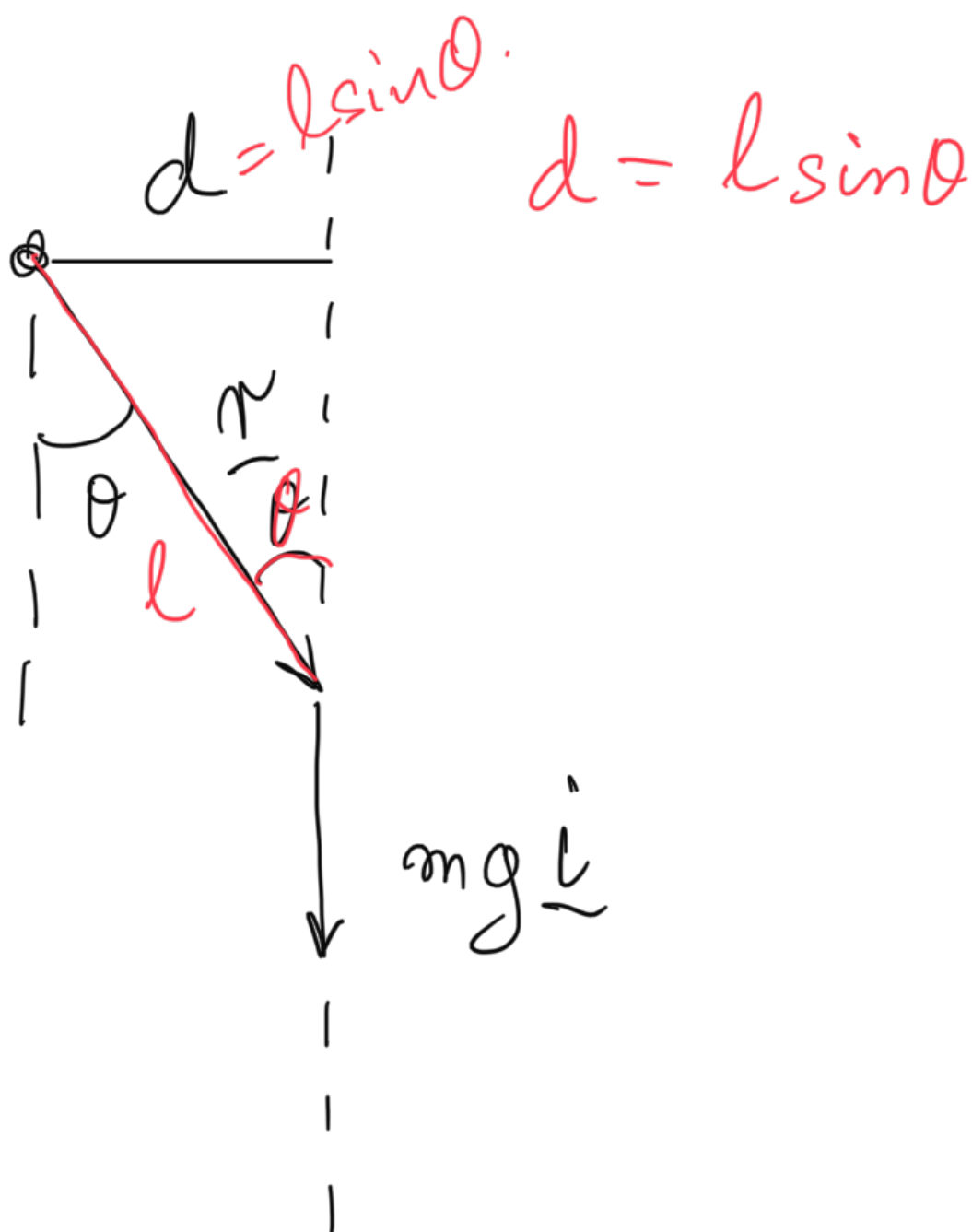
Ισχύουσα Σ τροχονομίες περί το 0.

$$\tau_z = I_o \dot{\omega} \quad \text{από εζ. (4)}$$

$\int \alpha' \in \mathbb{R}^n \quad 22$

$$\dot{\omega} = \ddot{\theta}, \quad I_o = ml^2$$

$$\tau_z = -dmg = -l \sin \theta mg$$



Ισχύουσα Σ τροχονομίες

$$-l \sin \theta mg = ml \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (*)$$

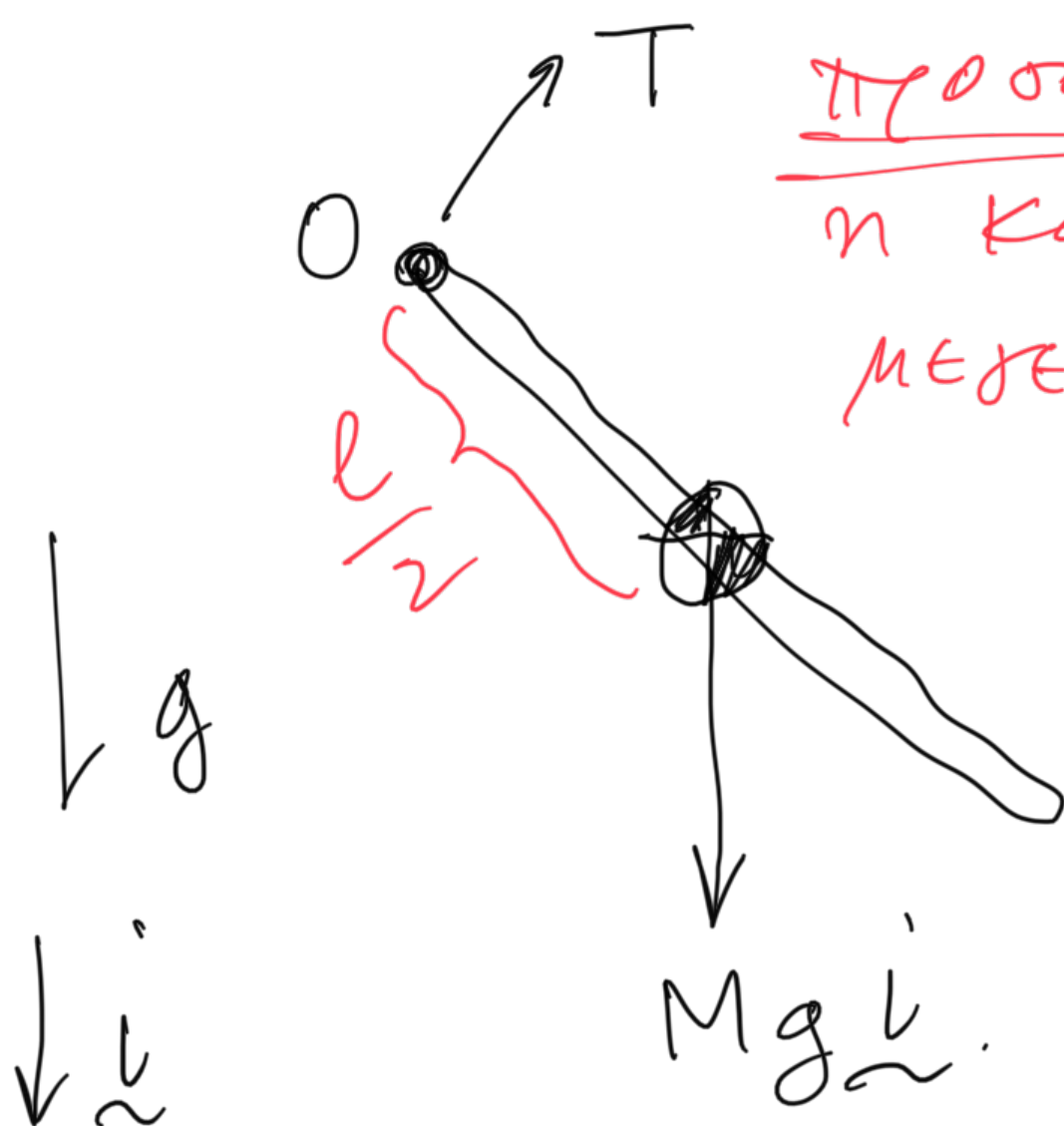
Παραδίδεται Εγκρεμής-Σκοντόξυλο



Ομοιογενής ράβδος
μάζας M , μήκους l
κρέμεται από την
ακρότητά της και το
παίγεται εγκρεμής.

Βρείτε εξίσωση κίνησης.

$\Delta \Delta \Sigma$



προσοχή! Αγνωστή
η κατεύθυνση (και
μέγεθος) της T

δεν πειραίνεται
ομως διοτι
θα παρω

Ισοδύναμο Στροφορμής
περι το O .

$$\tau_z = I_O \ddot{\theta}$$

$$-\frac{\cancel{l} \sin \theta Mg}{2} = \cancel{\frac{M \cancel{l}^2}{12}} \ddot{\theta} \quad \times$$

Προσοχή. $\frac{Ml^2}{12} = I_{cm}$

Εδώ όμως παίρνουμε το I στο
περί το O !!!

Πρέπει ανη να $Ml^2/12$
να βρω το I_o στο άκρο.

$$I_o = I_{cm} + M\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

από ΘΜ ΠΑΡΑΜΗΛΩΝ $A \equiv O \ N \ O \ N$

$$I_o = \frac{Ml^2}{12} + \frac{Ml^2}{4} = \frac{Ml^2}{3}$$

οπότε

$$-\cancel{\frac{l}{2}} \sin \theta \cancel{M} g = \frac{\cancel{M} \cancel{l}^2}{3} \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3g}{2l} \sin \theta = 0$$

Συγκρίνω με σημειακό εκκρεμές.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

Σχόλιο



Ετσι μπορω να
βρω την εξίσωση
κίνησης για
εκκρεμές που
απολεγείται απο
τυχαίο ΣΣ.

ΤΕΤΑΡΤΗ

23-11-2020

13:00 - 15:00

(13:15 - 15:00)

ΚΑΙ ΑΥΡΙΟ Η ΣΥΝΕΧΕΙΑ

ΤΟΥ ΦΥΛΛΑΔΙΣ 8

