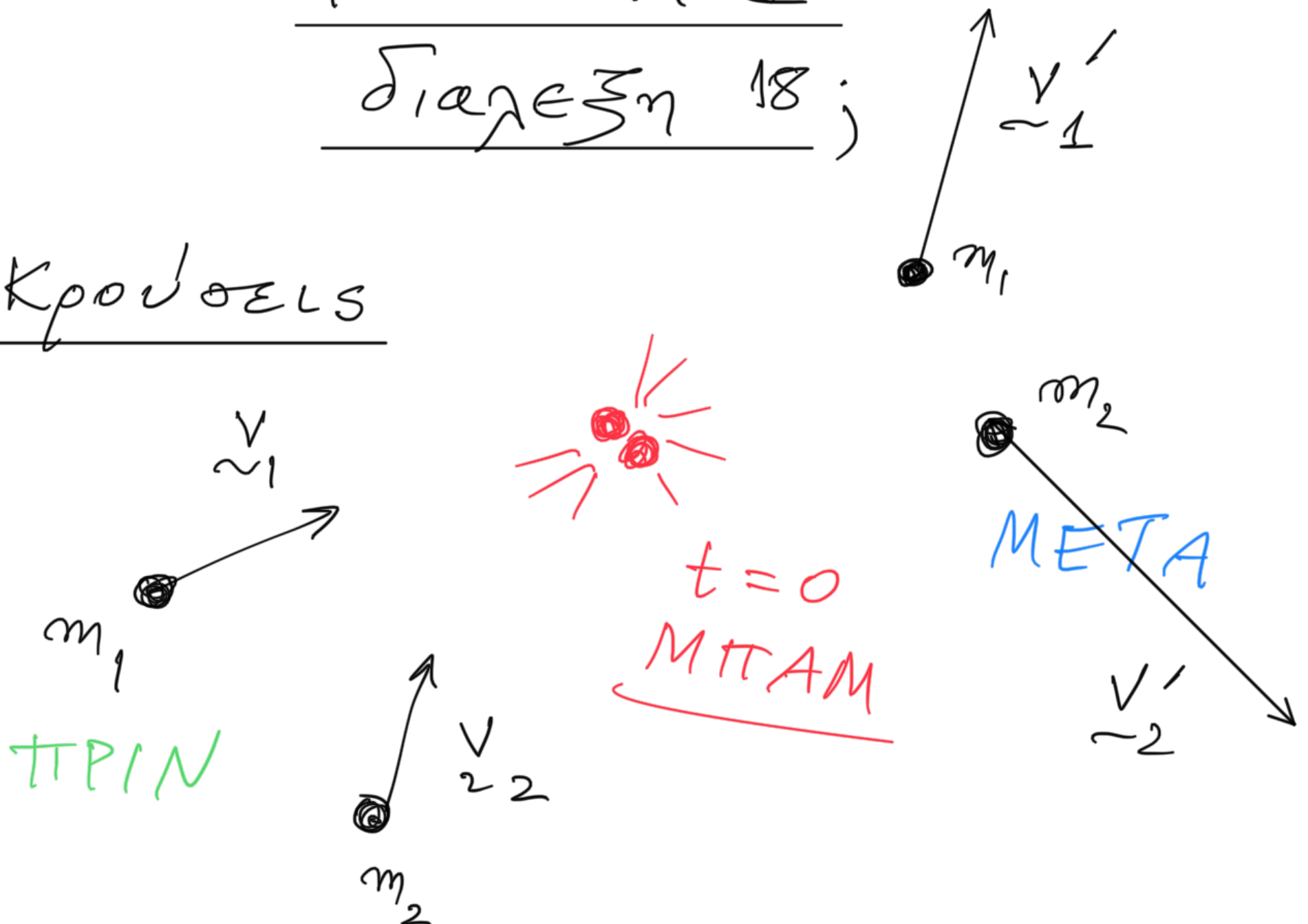


# ΦΥΣΙΚΗ 1

## Διαλέξη 18;

### Κρούσεις



2 ΥΣ στο διάστημα  
με μάζες  $m_1, m_2$

ταχ.  $\underline{v}_1, \underline{v}_2$   
συγκρούονται στο  
 $t=0$

Δεν ασκούνται δυνάμεις στα  
ΥΣ ούτε πριν ούτε μετά αλλα  
μόνο κατά τη διάρκεια της κρούσης  
(στιγμιαία κατά προσέγγιση).

Αν θεωρήσω τα 2 ΥΣ σαν 1  
σύστημα, δεν ασκούνται

Εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα  
α'ρα ο Νόμος της Ν στα συστήματα  
συμμετρικών  $\Rightarrow$  συνολική ορμή  
συστήματος

$$\frac{d}{dt} p = F_{\sim \text{εξωτ.}} = 0$$

$$\Rightarrow p_{\sim} = \text{σταθ.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_{\sim \text{πριν}} = p_{\sim \text{μετα}}$$

Σχόλιο Αυτό ισχύει π.χ. αν  
υπάρχουν και εξωτ. δυνάμεις)  
οπω) βαρύνεται αν το «πριν»  
και το «μετα» σημαίνουν  
αμέσως πριν και αμέσως μετά  
την κρίση.

Ερώτηση: Τι άλλο διατηρείται  
εκτός από την ορμή;

α') μάζα πριν = μάζα μετά

β') Η ενέργεια δεν διατηρείται

πάντοτε.

Ελαστική Κρούση Ενέργεια  
(κινητική) διατηρείται.

$$K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετα}}$$

Πλαστική Κρούση τα  $\gamma\sigma$   
«κολλάνε» και γίνονται ένα  
 $\gamma\sigma$  με μάζα  $m_1 + m_2$  μετα  
την κρούση, δηλ. οι ταχύτητες  
μετά:

$$v_1' = v_2'$$

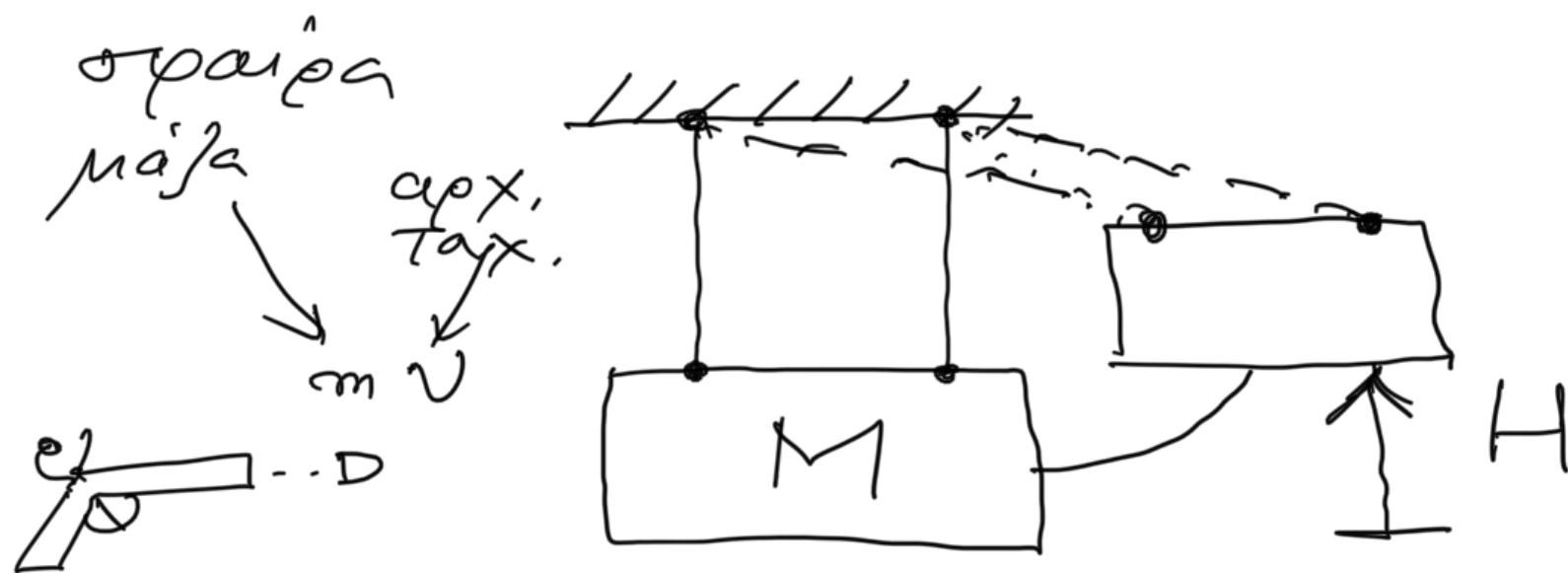
Κινητική  
Ενέργεια  
ΧΑΝΕΤΑΙ

Σχόλιο. Αυτά είναι ειδικές  
περιπτώσεις.

Βαχιστικό Έκκρεμες

Πως μετρούσαν την αρχική  
ταχύτητα μιας σφαίρας όπλου  
το 1900;

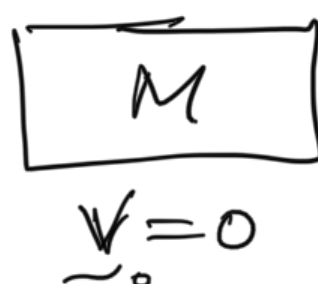
Χρησιμοποίησαν πλαστική  
κρούση και μετρά διατήρηση  
μηχανικής ενέργειας.



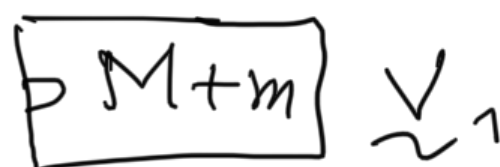
3 καταστάσεις.

① Αρχική

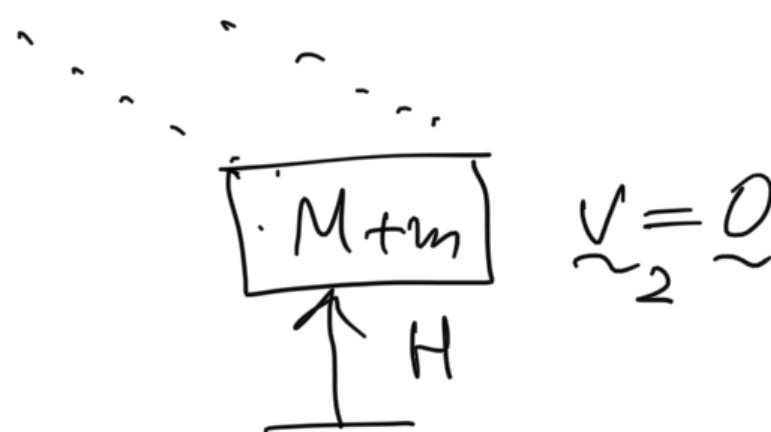
$m$   $v$   
 $D$



② Ενδιάμεση



③ Τελική



Ξέρω τις μάζες  $M, m$ , μετρώ το τελικό ύψος  $H$ . Θέλω την αρχική ταχύτητα  $v$  της σφαίρας.

Από ① μέχρι ② διατηρείται η ορμή

$$mv = (M+m)v_1 \quad (1)$$

αλλά όχι η ενέργεια δυνάμει έχω  
πρασκή κρούση.

Από (1) μέχρι (2) η αρχική

κινητική  $\frac{(M+m)}{2} v_1^2$

θα γίνει δυναμική

$$(M+m)gH$$

Αρα

$$\frac{M+m}{2} v_1^2 = (M+m)gH \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = H \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{2gH}.$$

Αντικαθ. στην (1) και λύνω  
για  $v$

$$v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gH}$$



αρχική ταχύτητα σφαίρας.

Ελαστικές Κρούσεις



Διατηρούνται η ορμή και  
η κινητική ενέργεια

Διατήρηση Ορμης

$$\underbrace{m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2}_{P_{\text{πριν}}} = \underbrace{m_1 \underline{v}_1' + m_2 \underline{v}_2'}_{P_{\text{μετ}}}$$

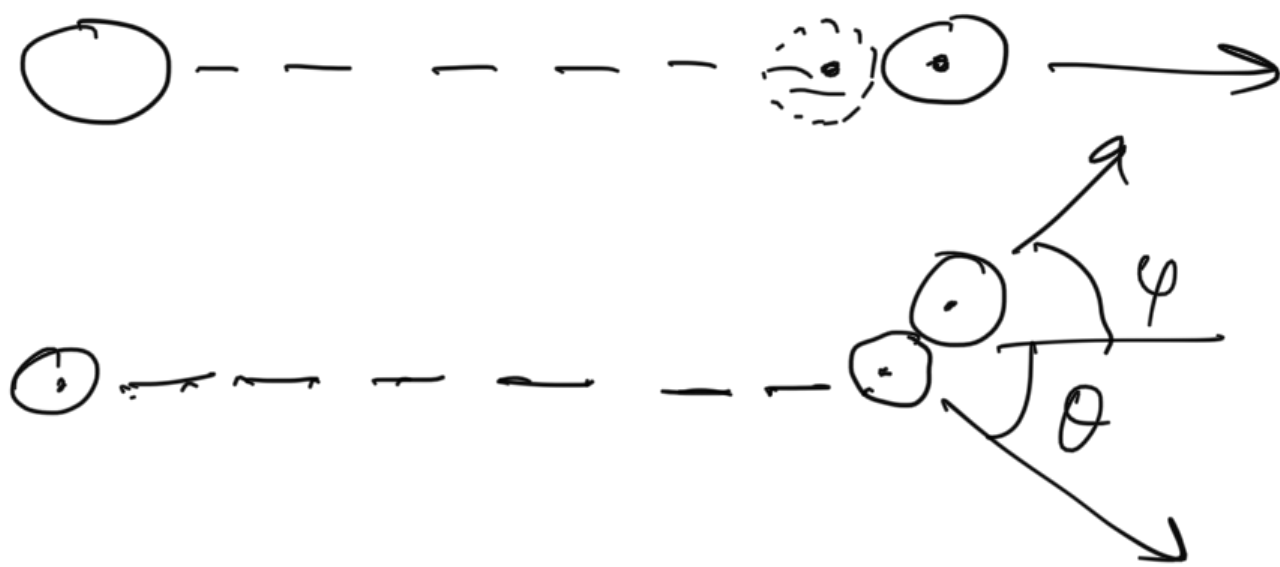
Διατήρηση Κ.Ε.

$$\underbrace{\frac{m_1}{2} |\underline{v}_1|^2 + \frac{m_2}{2} |\underline{v}_2|^2}_{KE_{\text{πριν}}} = \underbrace{\frac{m_1}{2} |\underline{v}_1'|^2 + \frac{m_2}{2} |\underline{v}_2'|^2}_{KE_{\text{μετ}}}$$

Προσοχή: είναι τρεις βαθμωτές  
εξισώσεις για πέντε άγνωστες

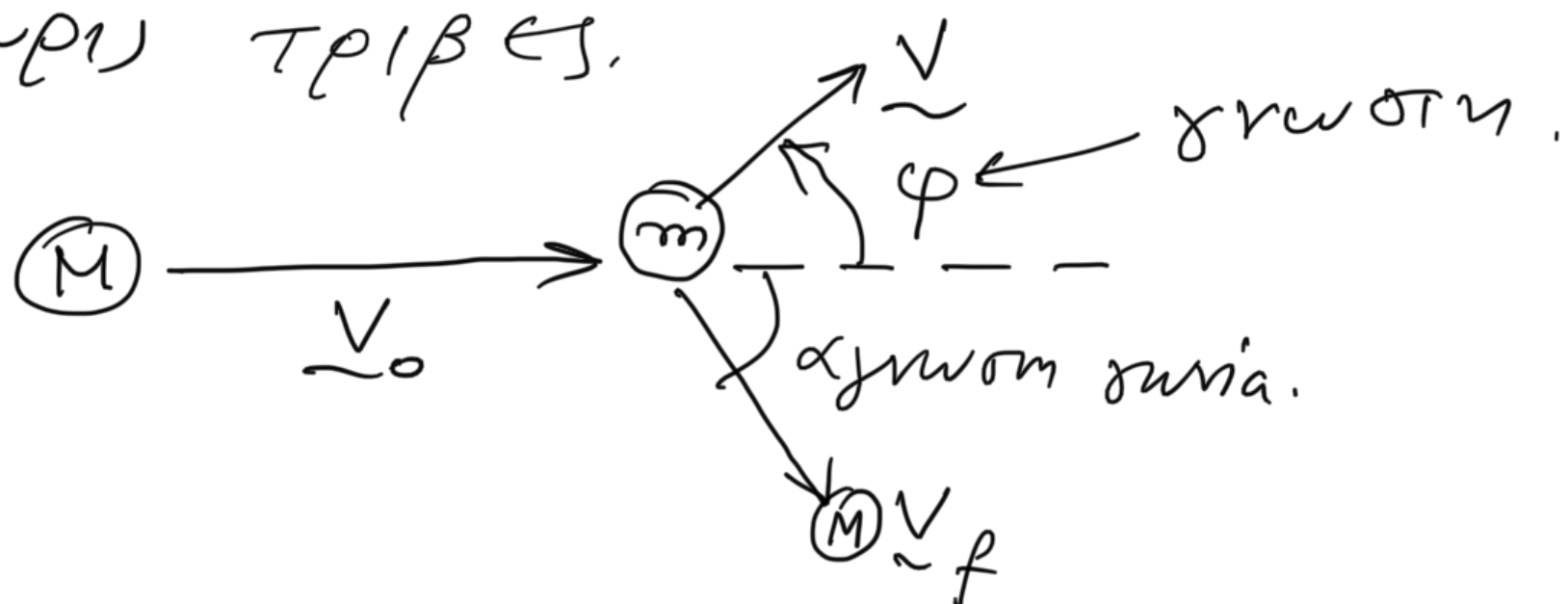
$v_{1x}', v_{1y}', v_{2x}', v_{2y}'$  (η ορμή είναι  
διαν. εξίσωση  $\Rightarrow$  2 βαθμ. εξισώσεις  
ως προς  $x, y$ ).

Έχασα! Δεν προβλέπω κατεύθυνση  
μετά την κρούση  $\Rightarrow$  δύο θεωρώ



21) μπαίνει σαν υγική σημεία

Πρόβλημα. Μπαράδο σε τραπεζί, χωρίς τριβές.



Ξέρω αρχικές  $M, v_0, m$  και γωνία  $\varphi$  της 2ης μπαράς. Δεν ξέρω  $v, v_f$  αλτ ξέρω της  $\varphi$ .

$$\underline{v}_0 = v_0 \underline{i}$$

$$\underline{v} = v \cos \varphi \underline{i} + v \sin \varphi \underline{j}$$

$v, \dots$  αγνωστή,  $\varphi$  γνωστή.

$$\underline{v}_f = v_1 \underline{i} + v_2 \underline{j}, \quad v_1, v_2 \text{ αγνώστες.}$$

Αγνώστες  $v, v_1, v_2$ .

## Διατήρηση Ορμης (Διασυντηρητική)

$$M \underline{v}_0 = m \underline{v} + M \underline{v}_f \quad (3)$$

Διατήρηση Κ.Ε.

$$\frac{1}{2} M |\underline{v}_0|^2 = \frac{m}{2} |\underline{v}|^2 + \frac{M}{2} |\underline{v}_f|^2 \quad (4)$$

Συνιστώσες ως προς  $x, y$  συν (3)

$$x: M v_0 = m v \cos \varphi + M v_1 \quad (5)$$

$$y: 0 = m v \sin \varphi + M v_2 \quad (6)$$

Κ.Ε.

$$\frac{M v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{M}{2} (v_1^2 + v_2^2) \quad (7)$$

Το σύστημα (5), (6), (7) είναι  
3 βαθμωτές εξισώσεις για τις  
 $v, v_1, v_2$ . (Γα  $M, m, v_0$  γνωστά.)

Λύνω (5), (6) για  $v_1, v_2$ , αντίκαθ.  
συν (7)  $\Rightarrow$  εξίσωση για  $v$ .

Τη λύνω και βρίσκω  $v_1, v_2$   
από τις (5), (6). Εύκολο.



