

3.4 Διατηρητικές δυνάμεις

Φροντιστηρίου

Άσκηση 3.4.1. Σωμάτιο μετακινείται στο επίπεδο xy από το σημείο $\vec{r}_1 = (\hat{i} + 2\hat{j})$ m μέχρι το σημείο $\vec{r}_2 = (2\hat{i} - 3\hat{j})$ m. Το σωμάτιο κινείται υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης $\vec{F} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ N. Υπολογίστε το έργο που εκτελείται από την \vec{F} .

Άσκηση 3.4.2. Σώμα κινείται στο επίπεδο xy υπό την επίδραση διατηρητικής δύναμης η οποία προέρχεται από δυναμική ενέργεια

$$U(x, y) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2).$$

Ποια η δύναμη που ασκείται στο σώμα;

Σειράς ασκήσεων

Άσκηση 3.4.3. Έστω το πεδίο δυνάμεων

$$\vec{F}(\vec{r}) = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r},$$

το οποίο περιγράφει την έλξη μεταξύ δύο μαζών, π.χ., του ήλιου με μάζα M και της Γης με μάζα m . Το G είναι η σταθερά της βαρύτητας και r είναι η απόσταση μεταξύ των μαζών. Η δύναμη έχει τη διεύθυνση του μοναδιαίου διανύσματος $\hat{r} = \vec{r}/r$ και το μείον πρόσημο σημαίνει ότι η φορά της δύναμης είναι από τη μία μάζα προς την άλλη (δηλαδή η δύναμη είναι ελκτική). (α) Είναι διατηρητική αυτή η δύναμη; (β) Βρείτε τη δυναμική ενέργεια η οποία δίνει αυτή την δύναμη.

Άσκηση 3.4.4. Σε σωμάτιο μάζας m δρα η δύναμη

$$\vec{F} = (2x - y)\hat{i} + (x + y)\hat{j}$$

Το σωμάτιο ξεκινά από το σημείο $(0, 0)$ και καταλήγει στο $(1, 1)$. Υπολογίστε το έργο της δύναμης στις δύο περιπτώσεις: (α) το σωμάτιο διατρέχει τον οριζόντιο άξονα με το x να μεταβάλλεται από 0 σε 1 και ακολούθως κινείται κάθετα μέχρι το τελικό σημείο $(1, 1)$, (β) το σωμάτιο διατρέχει τον κάθετο άξονα με το y να μεταβάλλεται από 0 σε 1 και ακολούθως κινείται κάθετα μέχρι το τελικό σημείο $(1, 1)$. (γ) Είναι η δύναμη διατηρητική;

Συμπληρωματικές

Άσκηση 3.4.5. Σε σωμάτιο μάζας m δρα η δύναμη

$$\vec{F} = \cos \frac{y}{x} \hat{i} + \sin y \hat{j}$$

η οποία μετατοπίζει το σωμάτιο κατά μήκος της καμπύλης $y = x^2$. Άρα, η θέση του σωματίου δίνεται από την παραμετρική εξίσωση

$$\vec{r}(t) = t\hat{i} + t^2\hat{j}.$$

Να υπολογισθεί το παραγόμενο έργο κατά τη μετατόπιση του σωματίου από το σημείο $A(1, 1)$ στο $B(2, 4)$.