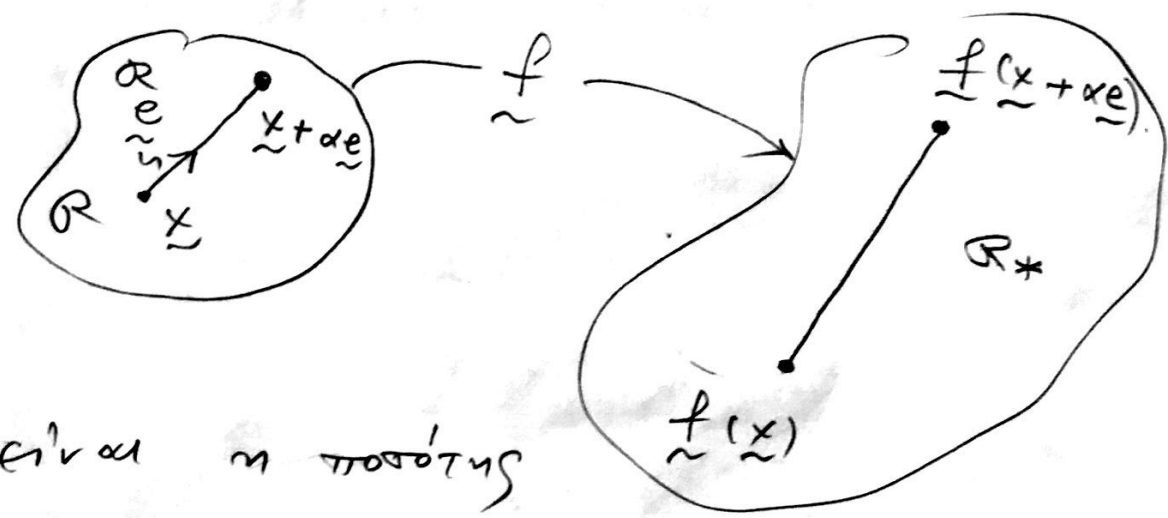


Εκταση
Ενταση, Διάτμηση

Ερώτηση. Έστω ομοιογενής
παραμόρφωση $\underline{f}(\underline{x}) = \underline{F}\underline{x} + \underline{d} \quad \forall \underline{x} \in \mathbb{R}$,
 $\underline{F} = \text{σταθ.} \in \text{Lin}_+$, $\underline{d} = \text{σταθ} \in \mathbb{E}$.

Πώς μεταβάλλονται τα μήκη
νյικών ινών και οι γωνίες
μεταξύ νյικών ινών απ' αυτή;

Εκταση στην κατεύθυνση \underline{e} (μοναδιαίο)



είναι η ποσότητα

$$\lambda(\underline{e}) = \frac{|\underline{f}(\underline{x} + \alpha \underline{e}) - \underline{f}(\underline{x})|}{\underbrace{|\alpha \underline{e}|}_{\underline{x} + \alpha \underline{e} - \underline{x}}}$$

Εξάμε

$$f(\underline{x} + \alpha \underline{e}) - f(\underline{x}) = \alpha \underline{F} \underline{e} \quad \text{οπότε}$$

$$\lambda(\underline{e}) = \frac{|\underline{F} \underline{e}|}{|\underline{e}|} = |\underline{F} \underline{e}|$$

ανεξάρτητη τῆς α !

Πολική Παράγοντοποίηση

$$\underline{F} = \underline{R} \underline{U}, \quad \begin{array}{l} \underline{R} \in \text{Orth} + \\ \underline{U} \in \text{Sym} + \end{array}$$

$\underline{U} \dots$ δεξιάς ταυτομένης έκτασης.

αρε

$$\lambda(\underline{e}) = |\underline{F} \underline{e}| = |\underline{R} \underline{U} \underline{e}| = |\underline{U} \underline{e}|$$

Επίσης

$$|\underline{F} \underline{e}| = \sqrt{(\underline{F} \underline{e}) \cdot (\underline{F} \underline{e})} = \sqrt{\underline{e} \cdot \underline{F}^T \underline{F} \underline{e}}$$

Δεξιάς Ταυτομένης Cauchy - Green

είναι

$$\underline{C} = \underline{F}^T \underline{F} \in \text{Sym} +$$

$$\underline{C} = \underline{U}^L, \quad \underline{U} = \underline{C}^{1/2}$$

Εκταση

$$\lambda(\underline{e}) = |\underline{U}\underline{e}| = \sqrt{\underline{e} \cdot \underline{C}\underline{e}}$$

Σημ. Αν

$$\underline{U} = \sum_i \lambda_i' \underline{m}_i' \otimes \underline{m}_i'$$

όπου $\lambda_i' > 0 \dots$ κύριες εκτάσεις

$\underline{m}_i' \dots$ κύριες καταστάσεις έκτασης

τότε έχουμε

$$\underline{C} = \sum_i \lambda_i'^2 \underline{m}_i' \otimes \underline{m}_i'$$

Άρα $\underline{U} \underline{m}_i' = \lambda_i' \underline{m}_i', \quad \underline{C} \underline{m}_i' = \lambda_i'^2 \underline{m}_i'$
χωρίς αθροίσμα

συνεπώς

$$\lambda(\underline{e}_i) = \lambda_i'$$

Σχόλια: Η έκταση στην κατεύθυνση

$\lambda(\underline{e})$ είναι ο λόγος μικτών παραμορφωμένης ή παραμορφωτικής υλικής ίνας με κατεύθυνση αναφοράς \underline{e} .

Η έκταση σε μια από τις αναφορικές κύριες κατευθύνσεις έκτασης \underline{m}_i ισχύει με την αντίστοιχη κύρια έκταση λ_i .

Ένταση (Strain) στην κατεύθυνση \underline{e} είναι η ποσότητα.

$$\varepsilon(\underline{e}) = \frac{\|\underline{f}(\underline{x} + \alpha \underline{e}) - \underline{f}(\underline{x})\|^2 - \|\alpha \underline{e}\|^2}{\|\alpha \underline{e}\|^2}$$

Αρχ. εκοίτα = βγαίνα δε

$$\varepsilon(\underline{e}) = \lambda^2(\underline{e}) - 1 = \underline{e} \cdot \underline{C} \underline{e} - 1$$

Tauvotns των Green - St. Venant 77
Tauvotns Έντασης κατά Lagrange
 είναι • ταυvotns

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{1}})$$

Άρα έχουμε

$$\varepsilon(\underline{\underline{e}}) = 2 \underline{\underline{e}} \cdot \underline{\underline{E}} \underline{\underline{e}}$$

Σχόλια 1) Η ένταση είναι διαττάρα
 (σύγκριση) τετραγώνων παραμορφ.
 και απαραμορφ. μήκων ανά
 μονάδα απαραμ. μήκω. (ακυστήν)

2) Η ακυστήν διαφορά μήκων
 (όχι τετραγώνων) δέν μπορεί
 να φράσει στη μορφή

$\underline{\underline{e}} \cdot \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{e}}$ για κάποιο ταυvotns

$\underline{\underline{\Phi}}$ εξαρτάμενο μόνο
 από την $\underline{\underline{F}}$.

3) Ο παραγών $1/2$ στον ορισμό της $\underline{\underline{E}}$
 έχει λόγω υπαρξής.