<u>Διάτμηση</u>.

Έστωσαν $\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{y}, \underset{\sim}{z} \in \mathcal{R}$

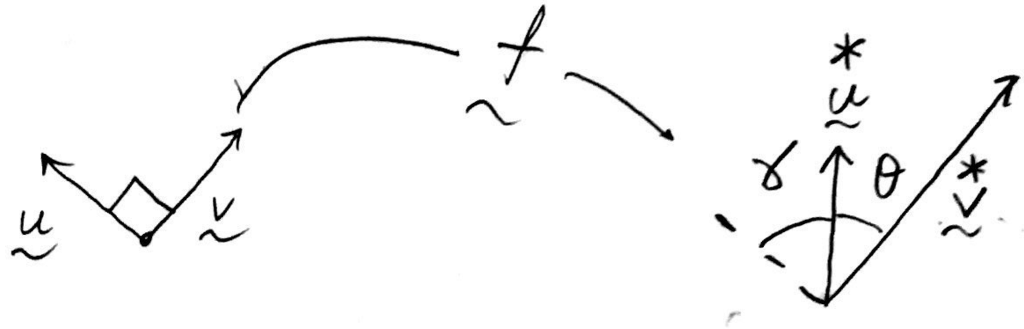
με $\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{z} - \underset{\sim}{x}$ και $\underset{\sim}{v} = \underset{\sim}{y} - \underset{\sim}{x}$

<u>κάθετα</u> μεταξύ τους. δηλ. $\underset{\sim}{u} \cdot \underset{\sim}{v} = 0$.

Έστω $\overset{*}{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{z}) - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x})$ και

$$\overset{*}{\underset{\sim}{v}} = \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{y}) - \underset{\sim}{f}(\underset{\sim}{x}).$$

Γενικά η γωνία θ μεταξύ $\overset{*}{\underset{\sim}{u}}$ και $\overset{*}{\underset{\sim}{v}}$ δεν είναι ορθή.



Γωνία μεταξύ των παραμορφ. ινών $\overset{*}{\underset{\sim}{u}}, \overset{*}{\underset{\sim}{v}}$ ικανοποιεί

$$\cos\theta = \frac{\overset{*}{\underset{\sim}{u}} \cdot \overset{*}{\underset{\sim}{v}}}{|\overset{*}{\underset{\sim}{u}}|\,|\overset{*}{\underset{\sim}{v}}|}$$

<u>Γωνία Διατήρησης</u> μεταξύ των υλικών ινών $\underset{\sim}{u}, \underset{\sim}{v}$ (καθέτων) είναι η

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta. \quad \text{άρα}$$

$$\sin\gamma = \cos\theta = \frac{\overset{*}{\underset{\sim}{u}} \cdot \overset{*}{\underset{\sim}{v}}}{|\overset{*}{\underset{\sim}{u}}|\,|\overset{*}{\underset{\sim}{v}}|}$$

Εχουμε $\overset{*}{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{u}, \quad \overset{*}{\underset{\sim}{v}} = \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{v}$

άρα

$$\sin\gamma = \frac{\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{u} \cdot \underset{\sim}{F}\underset{\sim}{v}}{|\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{u}|\,|\underset{\sim}{F}\underset{\sim}{v}|}$$

Αν τώρα $\underline{m} = \underline{u}/|\underline{u}|$, $\underline{n} = \underline{v}/|\underline{v}|$

Η **Γωνία Διατήρησης** μεταξύ των υλικών ινών με κάθετες αναφορικές διευθύνσεις $\underline{m}, \underline{n}$ (οκ).

$\gamma(\underline{m}, \underline{n})$ ικανοποιεί:

$$\sin\gamma(\underline{m}, \underline{n}) = \frac{\underline{F}\underline{u} \cdot \underline{F}\underline{v}}{|\underline{F}\underline{u}|\,|\underline{F}\underline{v}|}$$

και αν $\underline{u} = \alpha\underline{m}$, $\underline{v} = \beta\underline{n}$

$$\sin\gamma(\underline{m}, \underline{n}) = \frac{\underline{F}\underline{m} \cdot \underline{F}\underline{n}}{|\underline{F}\underline{m}|\,|\underline{F}\underline{n}|} =$$

ανεξάρτητη των α, β.

$$\sin\gamma(\underline{m}, \underline{n}) = \frac{\underline{m} \cdot \underline{C}\underline{n}}{\lambda(\underline{m})\,\lambda(\underline{n})} = \frac{\underline{m} \cdot \underline{C}\underline{n}}{\sqrt{\underline{m} \cdot \underline{C}\underline{m}}\,\sqrt{\underline{n} \cdot \underline{C}\underline{n}}}$$

Παρατηρούμε ότι $\underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{n} = 0$

$\Rightarrow \quad \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{n} = 2 \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{n}$,

επίσης $\quad \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{m} = 1 + 2 \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{m}$

(διότι $\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{1} + 2 \underset{\sim}{E}$)

Άρα η γωνία διατήρησης ικανοποιεί

$$\sin\gamma = \frac{2 \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{n}}{\sqrt{1 + 2 \underset{\sim}{m} \cdot \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{m}} \sqrt{1 + 2 \underset{\sim}{n} \cdot \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{n}}}.$$

<u>Ερμηνεία των Συνιστωσών Τανυστή</u> Cauchy – Green.

Έστω ΟΚ βάση $\underset{\sim}{e}_i$.

και $\quad C_{ij} = \underset{\sim}{e}_i \cdot \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{e}_j$.

Για $i=j$,

$$C_{ii} = \underset{\sim}{e}_i \cdot \underset{\sim}{C}\, \underset{\sim}{e}_i = \lambda^2(\underset{\sim}{e}_i)$$

χωρίς άθροισμα

Για $i \neq j$

$$C_{ij} = \underset{\sim}{e}_i \cdot \underset{\sim}{C}\, \underset{\sim}{e}_j =$$

$$= \sin\gamma(\underset{\sim}{e}_i, \underset{\sim}{e}_j)\, \lambda(\underset{\sim}{e}_i)\lambda(\underset{\sim}{e}_j)$$

χωρίς άθροισμα.

<u>Συμπέρασμα</u>

Οι διαγώνιες συνιστώσες C_{ii} (χ.α.) είναι τετράγωνα των εκτάσεων των διανυσμάτων βάσης $\underset{\sim}{e}_i$

Οι εκτός διαγωνίου συνιστώσες C_{ij} $(i \neq j)$ είναι ημίτονα γωνίας διάτμησης των $\underset{\sim}{e}_i$, $\underset{\sim}{e}_j$ (πολλαπλασιασμένες με τις εκτάσεις τους)