

# >> Nombres en écriture fractionnaire

N2

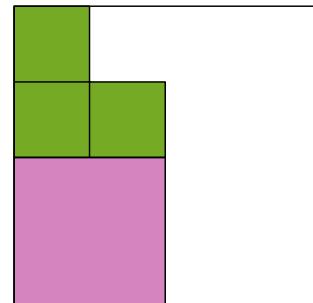


## Activité 1 : Trop sucré ?

- Après un bel été bien ensoleillé, Émilie souhaite faire de la confiture.
  - 1.** En regardant sur Internet, elle trouve trois recettes.
- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>Confiture de fraises</b> | « 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »   |
| <b>Confiture d'abricots</b> | « 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »  |
| <b>Confiture de cerises</b> | « 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. » |
- a.** Pour chaque recette, exprime la proportion de sucre ajouté dans la confiture sous forme de fraction.
  - b.** Simplifie le plus possible les fractions obtenues à la question précédente.
  - c.** Que signifie une proportion de sucre ajouté supérieure à  $\frac{1}{2}$  ?
  - 2.** Émilie cherche à savoir quelle est la recette avec le moins de sucre ajouté. Elle fait le raisonnement suivant : « C'est dans la confiture de fraises qu'on retrouve la masse de sucre ajouté la moins importante (450 g), c'est donc dans la confiture de fraises qu'il y a le moins de sucre ajouté. ». Que penses-tu de son raisonnement ?
  - 3. La moins sucrée**
    - a.** Pour chaque fruit, indique le poids de sucre ajouté nécessaire pour réaliser un kilogramme de confiture.
    - b.** Pour chaque confiture, écris la proportion de sucre ajouté sous forme d'une fraction de dénominateur 1 000.
    - c.** Quelle est la confiture qui contient le moins de sucre ajouté en proportion ?
  - 4.** En reprenant les fractions obtenues à la question **1. b.**, trouve le plus petit dénominateur commun permettant de comparer les trois fractions.

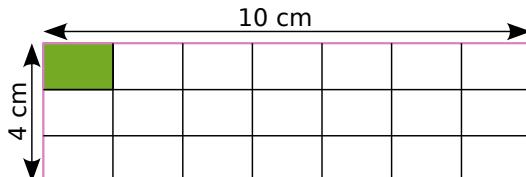
## Activité 2 : Additions et soustractions

- 1.** Recopie puis complète les phrases suivantes.
  - L'aire de la région verte représente  $\frac{3}{\dots}$  de l'aire totale.
  - L'aire de la région rose représente  $\frac{1}{\dots}$  de l'aire totale.
- 2.** Écris le calcul à effectuer pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.
- 3.** Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire des deux régions verte et rose par rapport à l'aire totale.
- 4.** Complète l'égalité suivante :  $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \dots$ .
- 5.** Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?
- 6.** Énonce une règle qui permet d'additionner des fractions de dénominateurs différents.
- 7.** Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant :  $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$ .



## Activité 3 : Multiplication de deux fractions

- On considère la figure ci-dessous. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin d'en déduire une règle sur la multiplication de deux fractions.



### 1<sup>re</sup> méthode

- Que représente pour le rectangle vert :
  - la fraction  $\frac{10}{7}$  ?
  - la fraction  $\frac{4}{3}$  ?

- Écris l'opération qui permet de calculer l'aire du rectangle vert.

### 2<sup>e</sup> méthode

- Que représente pour le rectangle rose :
  - le produit  $10 \times 4$  ?
  - le produit  $7 \times 3$  ?
  - le quotient  $\frac{10 \times 4}{7 \times 3}$  ?

### Bilan

- À partir des deux méthodes, quelle égalité peut-on écrire ?
- Selon toi, quelle règle de calcul permet de multiplier deux fractions entre elles ?

## Activité 4 : Multiplier signifie-t-il augmenter ?

- 1<sup>er</sup> cas** : Multiplier par un nombre supérieur à 1, par exemple :  $\frac{5}{4}$ .

À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres  $\frac{1}{6}$  et  $\frac{11}{9}$  par  $\frac{5}{4}$ .

Voici les résultats ci-contre.

- Compare les fractions :     •  $\frac{5}{24}$  et  $\frac{1}{6}$      •  $\frac{55}{36}$  et  $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	$5/4$
2	$1/6$	$5/24$
3	$11/9$	$55/36$

- Complète : « Le produit d'un nombre par  $\frac{5}{4}$  est ... à ce nombre. ».

- Dans une feuille de calcul, remplace  $\frac{5}{4}$  par d'autres fractions supérieures à 1. La conjecture établie à la question 2. est-elle toujours valable ?

- 2<sup>e</sup> cas** : Multiplier par un nombre inférieur à 1, par exemple :  $\frac{1}{3}$ .

À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres  $\frac{1}{6}$  et  $\frac{11}{9}$  par  $\frac{1}{3}$ .

Voici les résultats ci-contre.

- Compare les fractions :     •  $\frac{1}{18}$  et  $\frac{1}{6}$      •  $\frac{11}{27}$  et  $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	$1/3$
2	$1/6$	$1/18$
3	$11/9$	$11/27$

- Complète : « Le produit d'un nombre par  $\frac{1}{3}$  est ... à ce nombre. ».

- Dans une feuille de calcul, remplace  $\frac{1}{3}$  par d'autres fractions inférieures à 1. La conjecture établie à la question 5. est-elle toujours valable ?

- Que penses-tu du titre de l'activité ? Explique ta réponse.

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 1 : Comparer

### À connaître

Pour **comparer des nombres en écriture fractionnaire**, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leur numérateur.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors **il est supérieur à 1**.

Si son numérateur est inférieur à son dénominateur alors **il est inférieur à 1**.

**Exemple :** Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$ .

$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$  → On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20.

$6 > 5,7$  → On compare les numérateurs.

d'où  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$  → On range les fractions dans le même ordre que leur numérateur.

Donc  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$  → On conclut.

### À toi de jouer

1 Range dans l'ordre croissant les nombres :  $\frac{21}{18}, \frac{5}{4}, \frac{43}{36}$ .

2 Range dans l'ordre décroissant les nombres :  $\frac{6}{13}, \frac{9}{7}, \frac{2}{13}, \frac{11}{13}, \frac{17}{7}$ .

## Méthode 2 : Additionner ou soustraire

### À connaître

**Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire :**

- on écrit les nombres avec le même dénominateur ;
- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

**Exemple :** Calcule l'expression :  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$ .

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{17}{6}$$

→ On écrit les fractions avec le même dénominateur 12.

→ On additionne les numérateurs.

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

### À toi de jouer

3 Calcule chacune des expressions :  $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$  et  $C = \frac{67}{11} - 5$ .

# Méthodes et notions essentielles

## Méthode 3 : Multiplier

### À connaître

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

**Remarque :** Il est parfois judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir une fraction irréductible.

**Exemple 1 :** Calcule l'expression :  $D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$ .

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{40}{21}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ On effectue les calculs.

**Exemple 2 :** Calcule puis simplifie le résultat :  $E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ .

$$E = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$$

$$E = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 \times 5}$$

$$E = \frac{3}{10}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

→ On simplifie la fraction lorsque c'est possible.

→ On donne le résultat sous forme d'une fraction simplifiée.

**Exemple 3 :** En commençant par simplifier, calcule l'expression  $F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$ .

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$$

$$F = \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{12}$$

→ On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

On remarque que 16 est un multiple de 4 et que 25 et 15 sont des multiples de 5. On décompose 16 ; 25 et 15 en produits de facteurs.

→ On simplifie par les facteurs 4 et 5.

→ On effectue les calculs restants.

### À toi de jouer

**4** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8}$$

$$H = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7}$$

$$I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$$

**5** Raphaël a lu les  $\frac{2}{5}$  du quart d'un livre et Benoist a lu le quart des  $\frac{2}{5}$  du même livre.

a. Quelle fraction du livre chacun a-t-il lu ?

b. Que remarques-tu ?

## S'entraîner au calcul mental pour le chapitre

**1** Recopie et complète.

- |                          |                          |                              |
|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a. $36 = 9 \times \dots$ | c. $8 \times \dots = 72$ | e. $\dots \times \dots = 49$ |
| b. $36 = 6 \times \dots$ | d. $9 \times \dots = 63$ | f. $94 = 2 \times \dots$     |

**2** *Décompositions (2 facteurs)*

Voici deux décompositions possibles pour le nombre 18, avec chacune deux facteurs entiers différents de  $1 : 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$ .

Propose de la même façon deux décompositions possibles pour chacun des nombres suivants.

- a. 48      b. 40      c. 42      d. 44

**3** *Décompositions (3 facteurs)*

Pour chacun des nombres suivants, propose une décomposition en trois facteurs entiers différents de 1 (les facteurs pouvant être égaux).

- a. 36      b. 24      c. 27      d. 60

**4** Existe-t-il au moins un nombre entier inférieur à 100 et s'écrivant comme le produit de six facteurs entiers différents de 1 ?

## Utiliser des écritures fractionnaires égales

**5** *Fractions égales*

a. Écris les fractions ci-dessous en regroupant celles qui sont égales.

$$\frac{7}{8}, \frac{5}{2}, \frac{8}{6}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{21}{24}, \frac{30}{12}, \frac{12}{9}, \frac{25}{10}.$$

b. Écris cinq fractions égales à  $\frac{7}{4}$ .

**6** Recopie et complète.

- |                          |                           |                            |
|--------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a. $\frac{1}{3} = \dots$ | d. $\frac{3}{7} = \dots$  | g. $\frac{9}{7} = \dots$   |
| b. $\frac{2}{5} = \dots$ | e. $\frac{2}{4} = \dots$  | h. $\frac{2}{2,5} = \dots$ |
| c. $\frac{2}{5} = \dots$ | f. $\frac{2}{12} = \dots$ | i. $\frac{3}{6} = \dots$   |

## Utiliser des fractions pour exprimer des proportions

**7** Actuellement, 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable et 2,6 milliards n'ont pas droit à un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts, ...).

Si l'on considère que la planète compte 6,6 milliards d'individus, donne :

- a. La proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ;
  - b. La proportion d'êtres humains qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement.
- (Tu écriras chaque proportion à l'aide d'une fraction la plus simple possible.)

**8** *Proportions et fractions*

a. Invente une phrase de ton choix énonçant une proportion correspondant à  $\frac{3}{7}$ .



b. Invente une phrase de ton choix énonçant une proportion correspondant à  $\frac{10}{13}$ . Ta phrase devra comporter le nombre 10 mais pas le nombre 13.

**9** Lors d'une élection avec 5 autres candidats, Michel a obtenu 35 % des voix, tandis qu'Irina a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

**10** Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement : 40 % des voix exprimées pour Aziz et 20 voix pour Bertrand. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

**11** *Pomme unité*

a. Si je mange une pomme et la moitié d'une pomme, quelle fraction de pomme ai-je mangé au total ?

b. Si je mange  $\frac{9}{7}$  de pomme, ai-je mangé plus ou moins qu'une pomme entière ? Même question avec  $\frac{15}{16}$ .

# Exercices d'entraînement



## 12 Comparer des fractions à des entiers

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1.

$$\frac{7}{8} ; \frac{9}{4} ; \frac{12}{5} ; \frac{634}{628} ; \frac{9}{10} ; \frac{18}{8} ; \frac{182}{196} ; \frac{4}{23}$$

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche.

$$\frac{64}{21} ; \frac{35}{18} ; \frac{41}{18} ; \frac{12}{25} ; \frac{14}{30} ; \frac{169}{83} ; \frac{1}{2} ; \frac{12}{25}$$

## 13 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{3} \dots 3$	c. $0 \dots \frac{1}{1\,000}$	e. $\frac{12}{15} \dots \frac{36}{30}$
b. $\frac{7}{13} \dots \frac{13}{7}$	d. $4 \dots \frac{9}{10}$	f. $\frac{999}{1\,000} \dots \frac{3}{2}$

## 14 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{4}{5} \dots \frac{7}{5}$	c. $\frac{19}{23} \dots \frac{31}{23}$	e. $0 \dots \frac{0,15}{0,001}$
b. $\frac{2}{13} \dots \frac{1}{13}$	d. $\frac{7,1}{6} \dots \frac{7}{6}$	f. $\frac{1,3}{3} \dots \frac{1,15}{3}$

15 Au cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont cinq fauves.

a. Exprime ces proportions sous forme de fractions.

b. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?



## 16 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$	c. $\frac{41}{51} \dots \frac{41}{49}$	e. $\frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$
b. $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{6}$	d. $\frac{62}{41} \dots \frac{62}{35}$	f. $5 \dots \frac{5}{2}$

17 Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées.

Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés.

a. Traduis cet énoncé à l'aide de deux fractions puis compare-les.

b. Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

## 18 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{9}$	c. $\frac{3}{4} \dots \frac{7}{8}$	e. $\frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$
b. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$	d. $\frac{12}{15} \dots \frac{4}{3}$	f. $\frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$

## 19 Comparer

a. Compare  $\frac{7}{5}$  et  $\frac{22}{15}$ .

b. Compare  $\frac{13}{9}$  et  $\frac{4}{3}$ .

c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions puis compare tes réponses.

## 20 Recopie et complète les pointillés par les symboles <, > ou =.

a. $\frac{4}{7} \dots \frac{7}{14}$	d. $\frac{12}{15} \dots \frac{12}{14}$	g. $\frac{7}{84} \dots \frac{1}{12}$
b. $\frac{7}{8} \dots \frac{16}{15}$	e. $\frac{9}{18} \dots \frac{3}{6}$	h. $\frac{6}{5} \dots \frac{6}{4}$
c. $\frac{13}{4} \dots \frac{27}{8}$	f. $\frac{24}{10} \dots \frac{10}{5}$	i. $\frac{7}{4} \dots 2$

## 21 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions.

a. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai déjà 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Est-ce qu'on peut dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

b. J'ai eu deux notes en maths, pour l'instant : trois sur cinq et onze sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux notes ?

c. Parmi les joueurs, il y a 3 filles dans une équipe de basket et 7 filles dans une équipe de rugby. Dans quelle équipe la proportion de filles est-elle la plus importante ?

**22** Range les écritures fractionnaires suivantes dans l'ordre croissant.

$$\frac{2}{3}; \frac{5}{0,3}; \frac{1}{30}; \frac{77}{30}; \frac{4}{3}; \frac{7,5}{0,3}; \frac{5}{3}$$

### 23 Avec un axe

a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant.

$$\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{1}{6}; \frac{7}{12}; \frac{4}{3}; \frac{13}{6}; \frac{5}{3}$$

b. Trace un axe gradué d'unité six carreaux puis places-y les fractions précédentes.

c. Vérifie ton classement de la question a..

### Diviser deux nombres décimaux

**24** Recopie et complète.

a. $19 \times 100 = \dots$	e. $\dots \times 12,04 = 1\,204$
b. $5,12 \times 1\,000 = \dots$	f. $5,7 \times \dots = 5\,700$
c. $100 \times 0,54 = \dots$	g. $59 = 0,059 \times \dots$
d. $0,6 \times 10 = \dots$	h. $100 = 0,01 \times \dots$

**25** Transforme les expressions fractionnaires suivantes en fractions.

a. $\frac{25}{3,8} = \dots$	e. $\frac{5}{36,2} = \dots$
b. $\frac{3,7}{14} = \dots$	f. $\frac{23,75}{134,21} = \dots$
c. $\frac{7,3}{4,9} = \dots$	g. $\frac{8,865}{98} = \dots$
d. $\frac{6,34}{9} = \dots$	h. $\frac{5,03}{12,076} = \dots$

**26** Pour chacune des divisions suivantes, exprime le résultat sous forme d'une expression fractionnaire puis transforme-la en fraction.

a. $23,7 : 5,83$	c. $3 : 3,765$
b. $0,85 : 12$	d. $0,054 : 0,45$

**27** Transforme les divisions décimales suivantes en quotients de deux entiers puis pose-les pour trouver le résultat.

a. $23,8 : 0,5$	b. $7,2 : 0,04$
-----------------	-----------------

**28** Calcule de tête  $6,5 : 0,65$  et  $48 : 0,24$ .

### Additionner ou soustraire des écritures fractionnaires

#### 29 Somme de fractions

a. L'égalité  $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$  est illustrée par la figure ci-contre. Explique pourquoi.

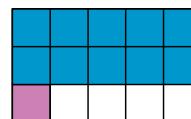


b. En t'inspirant de la question a., écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes.

Figure 1

Figure 2

Figure 3



**30** Effectue les opérations suivantes et donne le résultat sous forme simplifiée.

a. $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$	c. $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$	e. $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$
b. $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$	d. $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$	f. $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

**31** Ajoute ou soustrais les écritures fractionnaires.

a. $\frac{7,3}{7} + \frac{2,7}{7}$	d. $\frac{8,1}{22} - \frac{2,1}{22}$
b. $\frac{12}{4,1} + \frac{6}{4,1}$	e. $\frac{19}{0,8} - \frac{12}{0,8}$
c. $\frac{8,1}{3,05} + \frac{1}{3,05}$	f. $\frac{7,3}{5,5} - \frac{0,3}{5,5}$

**32** Jimmy a mangé  $\frac{1}{4}$  d'un gâteau.

Élise a mangé  $\frac{3}{8}$  du même gâteau.



a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

# Exercices d'entraînement



**33** Effectue les opérations suivantes.

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	c. $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$	e. $\frac{6}{7} + \frac{2}{35}$
b. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$	d. $\frac{3}{4} + \frac{5}{24}$	f. $\frac{11}{81} + \frac{1}{9}$

**34** Effectue les opérations suivantes.

a. $\frac{12}{13} - \frac{7}{13}$	c. $\frac{9}{4} - \frac{5}{12}$	e. $\frac{9}{7} - \frac{64}{63}$
b. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$	d. $\frac{5}{6} - \frac{3}{48}$	f. $\frac{19}{99} - \frac{1}{11}$

**35** Je pars de 14 h à 17 h pour faire du sport. Mais j'ai  $\frac{3}{4}$  d'heure de transport et  $\frac{1}{2}$  heure pour me changer dans les vestiaires. Combien de temps me restera-t-il pour le sport ?

**36** Effectue les opérations suivantes.

a. $4 - \frac{3}{2}$	d. $7 + \frac{1}{4}$	g. $6 - \frac{5}{3} - \frac{5}{6}$
b. $2 - \frac{1}{3}$	e. $\frac{16}{3} - 3$	h. $2 + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}$
c. $\frac{9}{4} - 1$	f. $4 + \frac{5}{7}$	i. $7 - \frac{9}{5} - \frac{13}{25}$

**37** Recopie et complète.

a. $\frac{9}{7} + \dots = \frac{17}{7}$	d. $\frac{9}{7} - \dots = \frac{1}{7}$
b. $\dots + \frac{3}{5} = \frac{23}{15}$	e. $\frac{5}{8} - \dots = \frac{3}{40}$
c. $\frac{3}{4} + \dots = \frac{23}{24}$	f. $\frac{14}{4} - \frac{5}{2} = 1$

**38** Dans chacun des cas suivants, calcule la valeur de  $r + s - t$ .

a.  $r = \frac{1}{2}; s = \frac{3}{4}; t = \frac{1}{4}$ .

b.  $r = \frac{7}{6}; s = \frac{10}{3}; t = \frac{5}{6}$ .

c.  $r = \frac{1}{3}; s = \frac{1}{9}; t = \frac{1}{27}$ .

d.  $r = \frac{2}{5}; s = \frac{13}{15}; t = \frac{2}{5}$ .

e.  $r = \frac{13}{18}; s = \frac{19}{6}; t = \frac{4}{3}$ .

**39** Étonnant !

a. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ .    b. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ .

c. Calcule :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ .

d. Sans calculer, essaie de deviner la valeur de  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$  puis vérifie.

**40** Jeu vidéo

Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier possède les  $\frac{3}{5}$  du prix de ce jeu vidéo, le deuxième en possède les  $\frac{4}{15}$  et le troisième  $\frac{1}{3}$ . Ils souhaitent l'acheter ensemble.

- a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?
- b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

**41** Histoire d'heures

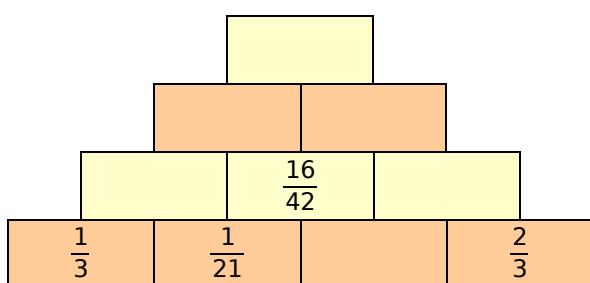
a. Exprime la durée 43 min sous forme d'une fraction d'heure avec 60 pour dénominateur.

b. Procède de la même façon pour 1 h 12 min et 2 h 05 min.

c. Additionne les trois fractions ainsi obtenues.

**42** « Pyramide »

Recopie puis complète la pyramide suivante sachant que le nombre contenu dans une case est la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.



## Multiplier des écritures fractionnaires

**44** Calcule et donne le résultat sous forme fractionnaire en simplifiant si c'est possible.

$$\begin{array}{lll} A = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} & D = 5 \times \frac{7}{2} & G = \frac{1,7}{0,5} \times \frac{1,3}{2,5} \\ B = \frac{4}{3} \times \frac{7}{4} & E = \frac{3}{8} \times 32 & H = \frac{1,4}{3} \times \frac{0,9}{28} \\ C = \frac{1}{5} \times \frac{8}{7} & F = \frac{0,7}{6} \times \frac{1}{4} & I = \frac{2,8}{7} \times 21 \end{array}$$

**45** Simplifie puis calcule les produits.

$$\begin{array}{lll} \text{a. } \frac{45}{14} \times \frac{49}{60} & \text{d. } 2 \times \frac{9}{6} & \text{g. } \frac{2,5}{3} \times \frac{3}{0,5} \\ \text{b. } \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} & \text{e. } \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} & \text{h. } 5,6 \times \frac{9}{0,7} \\ \text{c. } \frac{45}{26} \times \frac{65}{72} & \text{f. } \frac{12,4}{6} \times 8 & \text{i. } 0,55 \times \frac{2}{11} \end{array}$$

**46** Simplifie lorsque c'est possible puis calcule les produits.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11} & \text{f. } 6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12} \\ \text{b. } \frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2} & \text{g. } \frac{5,5}{3} \times \frac{9}{7,7} \\ \text{c. } \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11} & \text{h. } 6 \times \frac{2,8}{3} \times \frac{5}{0,7} \\ \text{d. } \frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3} & \text{i. } 0,6 \times \frac{2}{3,6} \\ \text{e. } \frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7} & \text{j. } \frac{17}{12,5} \times \frac{2,5}{1,7} \end{array}$$

**47** Recopie et complète les égalités.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{7}{3} \times \dots = \frac{28}{15} & \text{c. } \frac{7}{2} \times \dots = \frac{3}{10} \\ \text{b. } \frac{11}{17} \times \dots = 1 & \text{d. } \frac{1,5}{2} \times \dots = \frac{9}{20} \end{array}$$

**48** Traduis chaque phrase par une expression mathématique puis calcule-la :

- a. la moitié d'un tiers ;
- b. le triple d'un tiers ;
- c. le tiers de la moitié ;
- d. le dixième d'un demi ;
- e. le quart du quart du quart.

**49** Traduis puis calcule les expressions suivantes :

- a. la moitié du tiers d'un gâteau de 600 g ;
- b. le dixième des trois quarts de 940 km ;
- c. le cinquième de la moitié de 60 min ;
- d. la moitié des deux tiers de 27 élèves.

### **50** Surface d'un champ

Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? (Attention à l'unité !)

### **51** Fléchettes harmoniques

Une cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis, après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1 <sup>er</sup> jet	2 <sup>e</sup> jet	3 <sup>e</sup> jet
Gagnante (G)	× 2	× 3	× 4
Perdante (P)	× 1/2	× 1/3	× 1/4

Paul et Mattéo ont effectué trois jets chacun : G, P, P pour Paul et P, G, G pour Mattéo.

- a. Calcule le score de chacun.
- b. Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?
- c. Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?



### **52** Dilution

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ? Exprime celle-ci en fraction de litre.

# Exercices d'entraînement



## 53 Au vert

Un primeur a vendu les  $\frac{2}{3}$  de ses salades le matin et les  $\frac{7}{8}$  du reste l'après-midi.

- Quelle fraction de ses salades lui reste-t-il à midi ?
- Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

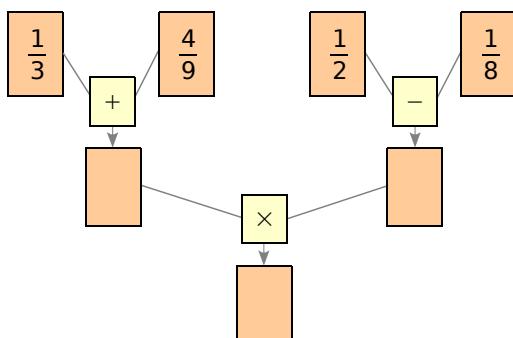
## Respecter les priorités opératoires

**54** Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$\begin{array}{ll} A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3} & D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14} \\ B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} & E = \left( \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{3}{10} \right) \times \frac{15}{4} \\ C = \left( \frac{5}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{3}{5} & F = \frac{8+2}{7+2} \times \frac{3 \times 6}{5 \times 3} \end{array}$$

## 55 Calculs en série

- a. Recopie et complète le diagramme suivant.



- b. Écris, sur une seule ligne, l'expression mathématique correspondant à ce calcul.

## 56 Le fleuriste

Un fleuriste a vendu les  $\frac{3}{5}$  de ses bouquets le matin et les  $\frac{3}{10}$  du reste l'après-midi.

- Quelle fraction des bouquets lui reste-t-il en fin de journée ?
- Sachant qu'il lui reste 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

**57** On donne  $a = \frac{1}{6}$ ,  $b = \frac{4}{9}$  et  $c = \frac{5}{3}$ .

- Calcule  $a \times b + a \times c$ .
- Calcule  $a \times (b + c)$ .
- Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

## 58 Effectue les calculs suivants.

- La somme de  $\frac{1}{10}$  et du produit de  $\frac{1}{2}$  par  $\frac{2}{5}$ .
- Le produit de  $\frac{1}{3}$  par la somme de  $\frac{2}{5}$  et  $\frac{3}{10}$ .
- La différence de  $\frac{41}{12}$  et du produit de  $\frac{5}{2}$  par la somme de  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{5}{6}$ .

## 59 J'avais soif

Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau d'un demi litre. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de  $\frac{3}{4}$  L. Quelle quantité d'eau ai-je buée en tout ?



## 60 Invente ton énoncé !

Invente un problème où, pour trouver la solution, on doit effectuer le calcul suivant :

$$\frac{5}{3} - \left( \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right).$$

## 61 Voici un programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Multiplie-le par  $\frac{3}{4}$ .
- Ajoute  $\frac{5}{8}$  au résultat obtenu.

Quel nombre obtient-on en prenant :

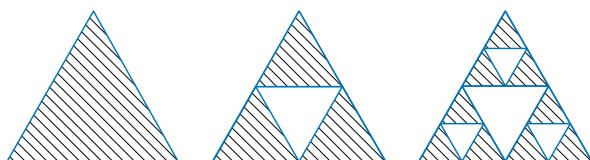
- 5 comme nombre de départ ?
- $\frac{7}{8}$  comme nombre de départ ?

# Exercices d'approfondissement

## 63 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- **Étape 1** : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- **Étape 2** : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- **Étape 3** : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- **Étapes suivantes** : On répète le processus.



- Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
- Quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
- Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.
- Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.
- Et pour l'étape 8 ?

## 64 Farandole de fractions

On considère les fractions suivantes :

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$$

- Complète cette suite logique par les trois fractions suivantes.
- Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.
- À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

On considère maintenant les fractions :

$$\frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \frac{6}{5}; \dots$$

- Réponds aux questions **a.**, **b.** et **c.** pour cette nouvelle suite.
- En écrivant les fractions de ces deux suites sous forme décimale, que remarques-tu (on arrondira au centième quand c'est nécessaire) ?

## 65 En comparant 2 à 2

- Compare  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{5}{9}$ .
- Compare  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{5}{12}$ .
- Compare  $\frac{5}{9}$  et  $\frac{5}{12}$ .
- En utilisant les trois questions précédentes, compare  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ .

## 66 Addition de deux fractions

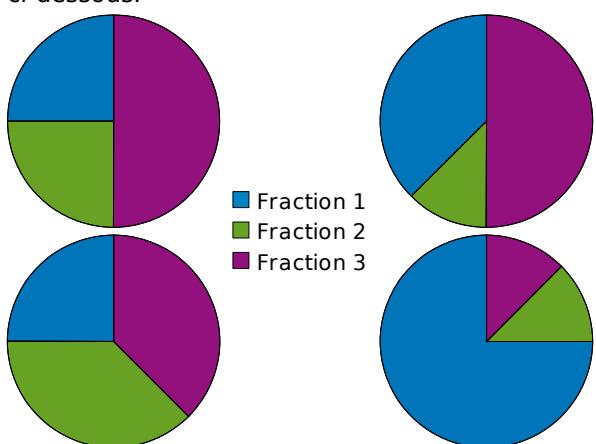
- Complète :  $\frac{5}{6} = \dots$  et  $\frac{3}{4} = \dots$
- À l'aide de la question **a.**, calcule :  $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$ .

## 67 Avec le tableur

- Dans un tableur, reproduis la feuille de tableur ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Fraction 1	Fraction 2	Fraction 3	Total
2	1/3	1/3	1/3	

- Avant de les remplir, sélectionne les cellules A2, B2 et C2, puis effectue un clic droit. Dans « Formater les cellules », choisis « Nombres » puis « Fraction ».
- Dans la cellule D2, programme une formule permettant de calculer la somme des nombres en A2, B2 et C2.
- Sélectionne l'ensemble des cellules A1, B1, C1, A2, B2, C2. Dans Insertion, choisis Diagramme puis Secteur.
- Écris de nouvelles fractions dans les cellules A2, B2 et C2 de sorte que leur somme soit égale à 1 et qu'elles correspondent aux diagrammes ci-dessous.



# Séries math Exercices d'approfondissement



## 1 Construction d'un QCM

QCM signifie « Questionnaire à Choix Multiples ». Parmi les réponses proposées pour chaque question, on doit cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s).

### 1<sup>re</sup> partie : Un exemple de QCM

a. À la question : « Quel est le résultat du calcul  $3 + 4 \times 6 ?$  », voici quatre propositions de réponses :

**A** : 42    **B** : 72    **C** : 27    **D** : 13

Quelle est la bonne réponse ?

b. En général, dans un QCM, les réponses proposées correspondent à des erreurs possibles sauf la (ou les) bonne(s) réponse(s) évidemment. À quelles erreurs correspondent les mauvaises réponses de la question a. ?

### 2<sup>e</sup> partie : Construction d'un QCM

Vous allez construire un QCM que vous soumettrez par la suite à un autre groupe. Ce QCM comportera cinq questions. Suivez attentivement les consignes de construction.

c. Pour chaque question, vous proposerez quatre réponses dont une seule sera exacte. Vous pouvez choisir la difficulté et la formulation de chaque question (on peut s'aider pour cela des exercices du manuel) mais chaque question doit porter sur un domaine bien précis comme indiqué dans le tableau ci-dessous.

Q1	Comparaison de fractions
Q2	Addition ou soustraction de fractions
Q3	Multiplication de fractions
Q4	Calcul de fractions avec des priorités
Q5	Petit problème avec les fractions

Vérifiez bien qu'une des solutions proposées est la bonne puis échangez votre QCM avec un autre groupe.

### 3<sup>e</sup> partie : Calcul des points

d. Une fois terminé, récupérez votre QCM complété et comptabilisez le nombre de réponses justes.

e. Pour pénaliser les réponses « au hasard », on applique souvent un décompte particulier pour les QCM. En voici un exemple :

- on part de 15 ;
- on ajoute 1 point pour chaque bonne réponse ;
- on enlève 1 point pour chaque question sans réponse ;
- on enlève 3 points pour chaque mauvaise réponse.

Appliquez cette règle.

## 2 Dans l'Ancienne Égypte

Dans l'Ancienne Égypte, l'œil du pharaon était utilisé pour signifier « 1 sur ».

$\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$  et  $\frac{1}{2}$  avaient leur propre signe :

$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	
---------------	--	---------------	--	---------------	--

a. Recopiez puis complétez le tableau suivant.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$

b. Calculez les sommes suivantes puis donnez leur écriture égyptienne :

$$\bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \quad \bullet \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$$

c. Pour écrire une fraction, les Égyptiens la décomposaient en une somme de fractions de numérateur 1.

#### Par exemple :

$\frac{3}{8}$  s'écrivait comme la somme de  $\frac{1}{4}$  et  $\frac{1}{8}$ , soit

Vérifiez en faisant le calcul.

d. À quel nombre correspond chaque écriture ?

et

e. Inversement, pouvez-vous proposer une écriture égyptienne pour les fractions ?

$$\bullet \frac{5}{12} \quad \bullet \frac{3}{14} \quad \bullet \frac{7}{12} \quad \bullet \frac{3}{5}$$

La décomposition est-elle toujours unique ?

f. Plus difficile !

Pour  $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ , effectuer le calcul ne permettait pas au scribe d'écrire ce résultat. Pourquoi ?

Le scribe transformait successivement cette somme en  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  puis en  $1 + \frac{1}{6}$ , ce qu'il pouvait alors écrire :

g. Faites comme lui pour les sommes :

$$\bullet \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \quad \bullet \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \quad \bullet \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\bullet \left( \text{indication : } \frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{30} \right)$$

## Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	On réduit et $\frac{2}{3}$ au même dénominateur ...	pour les additionner	pour les soustraire	pour les multiplier	pour les comparer
2	Quel(s) est (sont) le (les) nombre(s) inférieur(s) à 1 ?	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{1,02}{0,95}$	$\frac{171}{172}$
3	Quelles sont les inégalités vraies ?	$\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$	$\frac{19}{2} < \frac{19}{5}$	$\frac{3}{7} > \frac{1}{3,5}$	$3 < \frac{7}{3}$
4	est supérieur à ...	$\frac{5}{3}$	$\frac{18}{5}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{2}$
5	+ = ...	$\frac{8}{7}$	$1 + \frac{1}{7}$	$\frac{10}{7} - \frac{2}{7}$	$\frac{8}{14}$
6	est le résultat de ...	$22 - \frac{7}{8}$	$1 + \frac{7}{8}$	$2 - \frac{1}{8}$	$10 + \frac{5}{8}$
7	+ = ...	$\frac{8}{20}$	$\frac{19}{9}$	$\frac{17}{32}$	$\frac{17}{16}$
8	c'est aussi ...	$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$ de $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{2}$
9	$\frac{7}{9} \times \frac{9}{5} = \dots$	$\frac{81}{35}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{63}{14}$	$\frac{9}{9}$
10	$\frac{5}{11}$ est ...	la moitié de $\frac{10}{11}$	le double de $\frac{5}{22}$	la moitié de $\frac{10}{22}$	le double de $\frac{2,5}{5,5}$
11	Quel(s) nombre(s) rend(ent) vraie l'égalité suivante ? $\times \dots = \frac{10}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{10}{6}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{60}{49}$
12	- $\times$ = ...	$\frac{8}{15}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{12}$



### Récréation mathématique

#### Bio, mais pas vert !

Pour son devoir d'arts plastiques, Rose doit créer une couleur personnalisée.

Elle dispose des trois couleurs primaires (rouge, bleu et jaune) et de deux couleurs secondaires : l'orange, constitué à parts égales de rouge et de jaune, et le violet, constitué pour moitié de rouge et pour moitié de bleu. Enfin, elle a aussi un tube d'indigo, une couleur tertiaire constituée à parts égales de bleu et de violet. Elle crée alors la couleur BIO, composée d'un tiers de bleu, d'un tiers d'indigo et d'un tiers d'orange.

Quelles sont les proportions de rouge, de bleu et de jaune dans cette nouvelle couleur ?

