

# Trabajo Final - Operations Research

Rodrigo Sastré 158406

ITAM, Primavera 2020

## Ejercicio 1

Para este trabajo consideraremos la siguiente conceptualización del modelo SEIR. Sea  $S$  el *stock* de individuos susceptibles,  $E$  el numero de individuos latentes o potencialmente infecciosos,  $I$  la cantidad de individuos infectados,  $R$  el numero de individuos recuperados y  $M$  el *stock* de muertos, el modelo esta caracterizado en su totalidad por el siguiende sistema de ecuaciones diferenciables

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial t} &= -\lambda S, \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= \lambda S - \delta E, \\ \frac{\partial I}{\partial t} &= \delta E - \frac{I}{D} - \mu I, \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= \frac{I}{D}, \\ \frac{\partial M}{\partial t} &= \mu I.\end{aligned}$$

Donde  $N = S + E + I + R$  representa a la población total (es una variable dinámica),  $\beta = \frac{C_E}{N}$  es la tasa de contacto entre individuos per cápita por día,  $\lambda = \beta I$  es la tasa de conversion de susceptibles a latentes,  $\delta$  es la tasa de conversión de latentes a infecciosos *i.e.* el inverso del periodo de incubación para volverse transmisor ( $= \frac{1}{f}$  del modelo visto en clase) y  $\mu$  la tasa de mortalidad de la enfermedad.

Con esto en mente, haciendo unas ligeras modificaciones al diagrama visto en clase para el modelo población - trabajadores de salud - sistema hospitalario, presentamos el siguiente diagrama elaborado en la plataforma de Anylogic, mismo donde se efectuó la simulación.

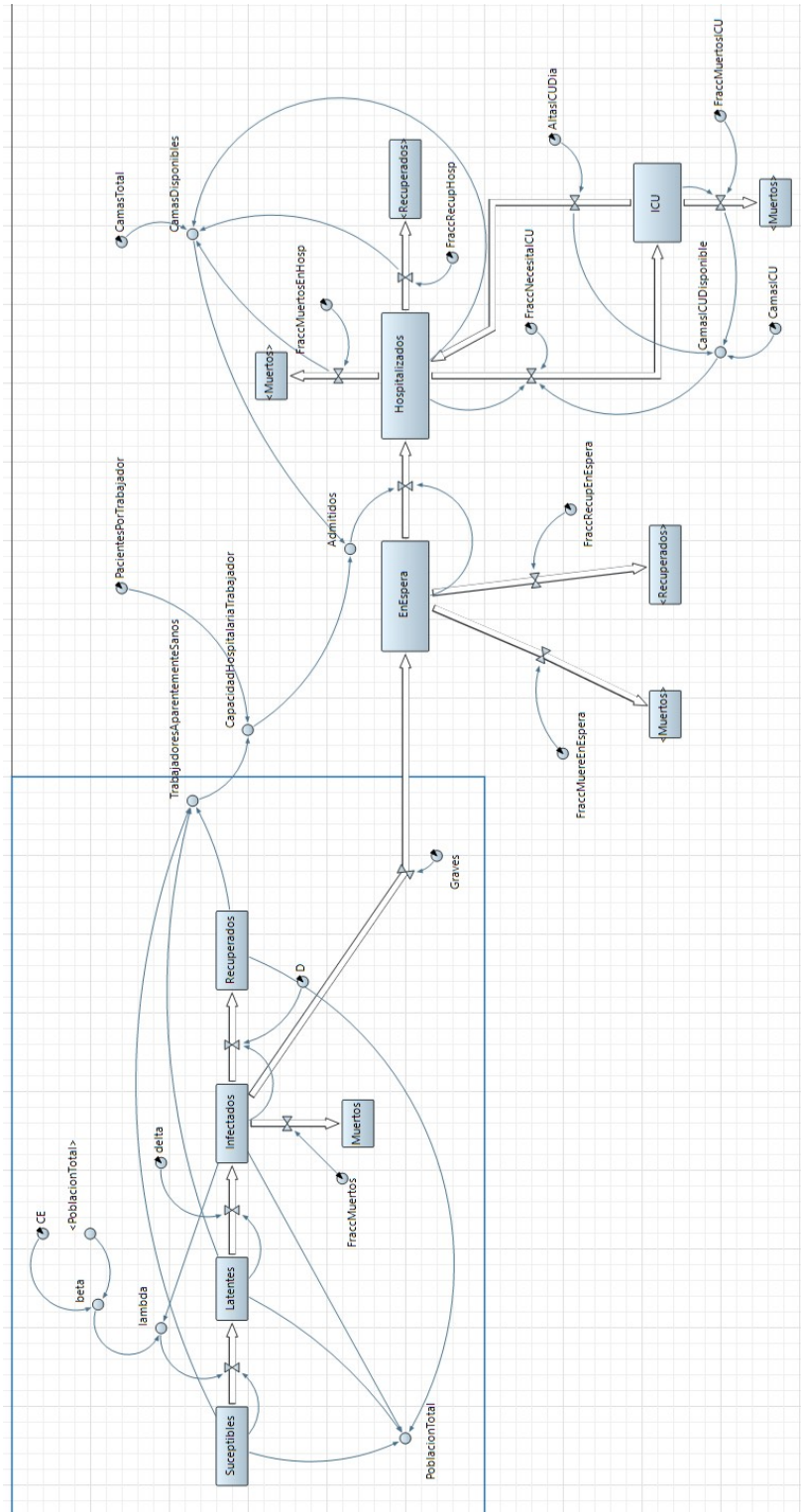


Figura 1: Diagrama de *stocks and flows* para el modelo población - trabajadores de salud - sector hospitalario

Tratando de emular en la mayor medida posible el comportamiento del COVID 19 en la Ciudad de México se tomaron los siguientes valores iniciales para los parámetros del modelo<sup>1</sup>. Como contactos efectivos por día se tomó  $C_E = 6$ . Considerando un periodo de incubación de 5.2 días se calculó  $\delta = 0.192$ , asumiendo un periodo de recuperación de al menos dos semanas ( $D = 15$ ) y tomando una tasa de mortalidad del 3 % ( $\mu = 0.03$ ). Por otro lado, para el sector hospitalario supusimos que solo el 20 % de los infectados estan en condiciones graves y requieren atención médica. Además, una vez que el tiempo de recuperación promedio del UCI es de 7 días y el tiempo de recuperación promedio en el hospital es de 12 días se calcularon las tasas de recuperación respectivas como el inverso de las anteriores. Finalmente consideramos una tasa de defunción en UCI del 89 % y una tasa de recuperación de los infectados fuera de los casos ya mencionados al 5 %.

Por otro lado, nos pareció congruente que el 10 % de la población aparentemente sana conformara a la población de trabajadores del sector salud. Del mismo modo, nos pareció pertinente que cada trabajador del sector hospitalario pudiera hacerse cargo de 3 pacientes y que el número total de camas fuera suficiente para tratar únicamente a 10 % de la población con 12 de esas 100 camas pertenecientes a UCI. El número de admisiones al hospital se determinó como el mínimo entre camas disponibles y capacidad hospitalaria por trabajador. Para la simulaciones presentadas en las siguientes figuras se tomó una población inicial de 999 individuos susceptibles y 1 individuo infectado.

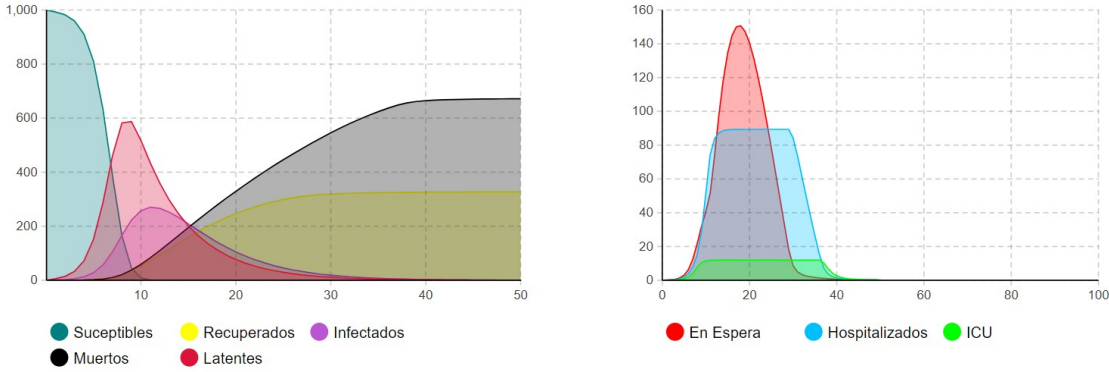


Figura 2: Simulación de 50 días para  $C_E = 6$  y Camas Totales = 100 (Camas ICU = 12)

<sup>1</sup>La mayoría de los valores iniciales para los parámetros se obtuvieron del modelo epidemiológico COVID19 del gobierno de la Ciudad de México

En la figura 2 podemos observar que el número máximo de infectados se alcanza entre los días 10 y 15 mientras que la capacidad del sistema hospitalario se ve rebazada durante los días 5 a 25. Es importante señalar que la alta mortalidad de esta simulación se le atribuye a la tasa de muerte del 89 % en UCI.

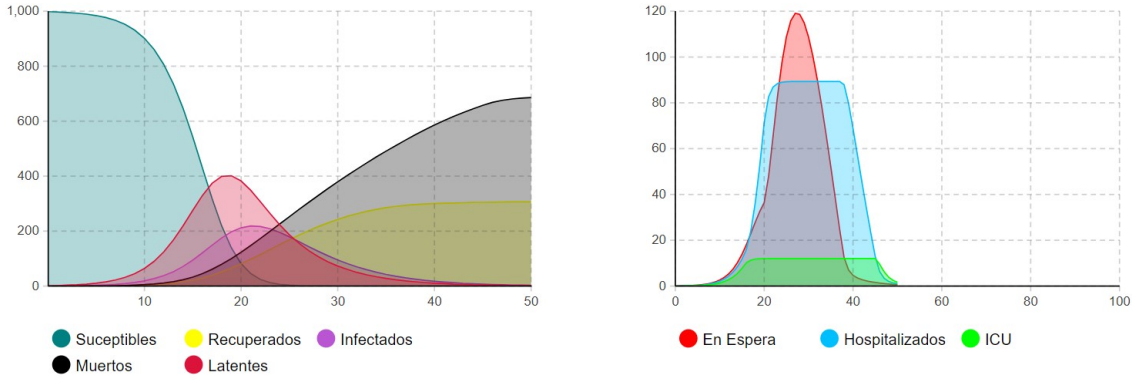


Figura 3: Simulación de 50 días para  $C_E = 2$  y Camas Totales = 100 (Camas ICU = 12)

Si disminuimos el número de contagios efectivos de 6 personas a 2 personas por día podemos observar el efecto de 'aplanar la curva' en donde el número máximo de contagios ocurre entre los días 15-20 y se redujo el número de casi 300 a 200 infectados. Al mismo tiempo, podemos observar que el sistema de salud se vió rebazado por menos tiempo ésta vez entre los días 22 al 30 y por lo tanto se le proporcionó atención médica a más personas.

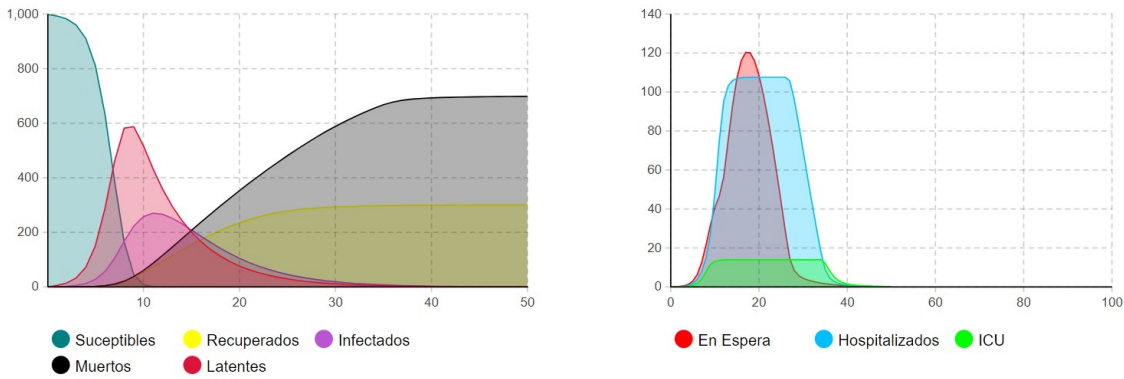


Figura 4: Simulación de 50 días para  $C_E = 6$  y Camas Totales = 120 (Camas ICU = 14)

Por último, si aumentamos el número de camas disponibles en el sector hospitalario

en un 20 % *i.e.* 120 camas en vez de 100 con 14 en vez de 12 camas en UCI podemos observar que no cambia la curva de infectados, sin embargo, la capacidad del sistema hospitalario se ve mucho menos rebazada que en los casos anteriores.

## Ejercicio 2

Para esta sección utilizaremos únicamente el modelo MSEIR, sin la extensión del sector hospitalario implementada en el apartado anterior. A continuación, se presenta nuestro modelo inicial con los siguientes valores iniciales:

Cuadro 1: Valores iniciales

$N_0$	$S_0$	$E_0$	$I_0$	$M_0$	CE	D	$\delta$	$\mu$	$t_s$
100,000	$N - I_0$	0	1	0	4	14	0.19	0.03	60

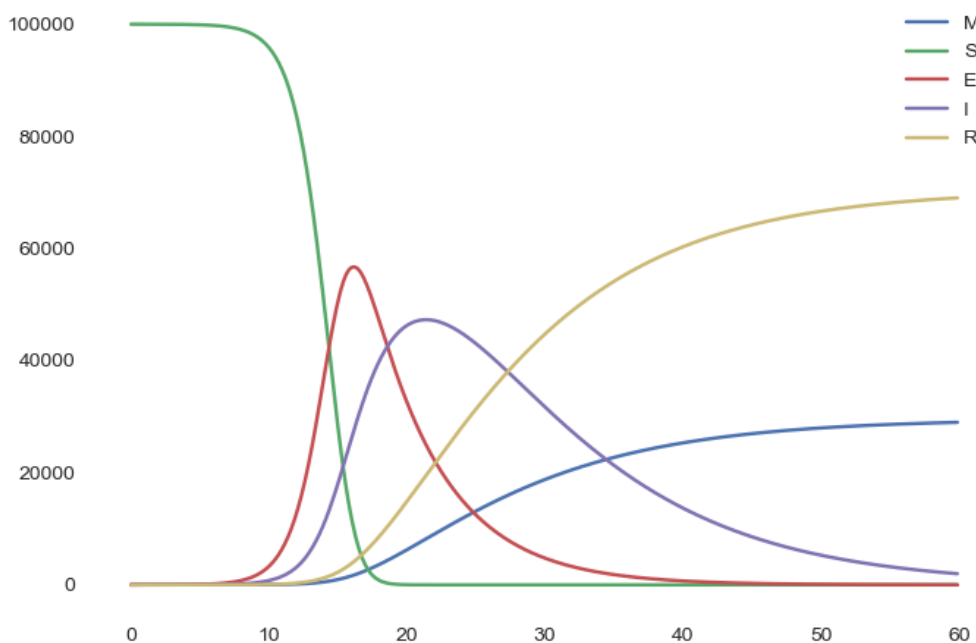


Figura 5: Modelo MSEIR inicial

## Análisis de sensibilidad

Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad primero estableceremos el rango de incertidumbre para cada una de los parametros relevantes del modelo. En primera instancia, nos pareció pertinente suponer que el número de contactos efectivos varíe de 1 a 15 personas por día. En segundo lugar, se asemeja más a la realidad actual (del COVID19) suponer que el tiempo de recuperación de la enfermedad se encuentre entre 5 y 25 días. En tercer lugar, el supuesto del 'paciente cero' es bastante fuerte por lo que a nosotros no interesa ver que sucede si la población inicial de infectados fluctua entre 1 y 25 individuos. Por otro lado, también resulta interesante dejar que la tasa de conversión de latentes a infectados pueda llegar a ser del 100 %, y, finalmente, nos interesa ver como el incremento de la tasa de mortalidad de hasta el 50 % puede afectar el modelo.

Con esto en mente, se llevaron a cabo 500 simulaciones utilizando el método de *Latin Hypercube Sampling* para los rangos arriba establecidos. A continuación, se presentan las gráficas con los resultados obtenidos.

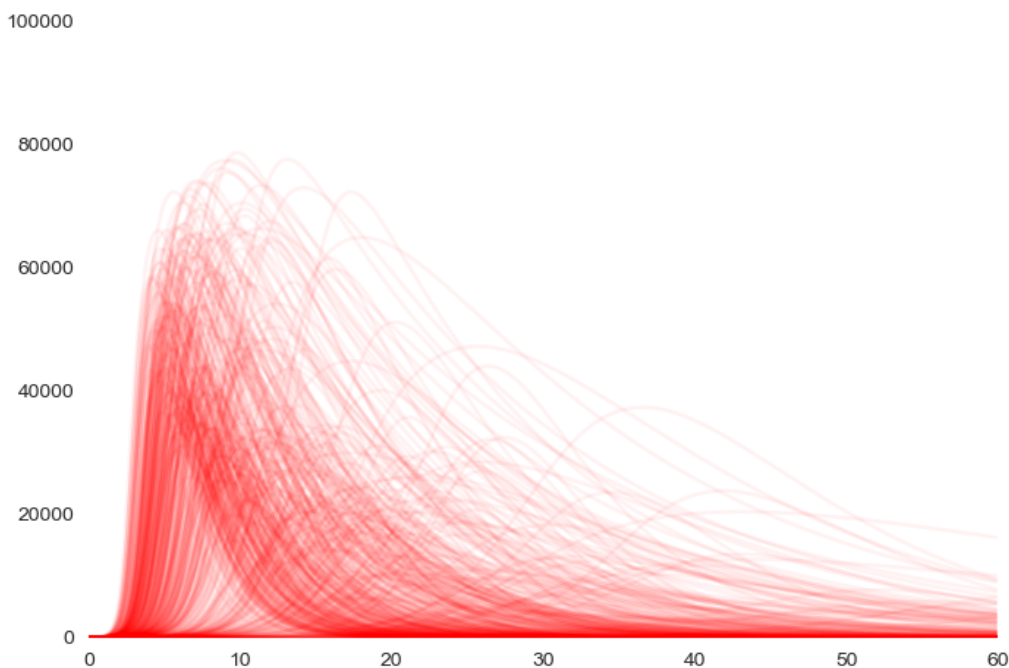


Figura 6: Simulaciones para la población de infectados

En la figura7 podemos observar que para el 50 % de las simulaciones el máximo número de infectados se alcanza entre los días 5 y 15. Por otro lado, también podemos

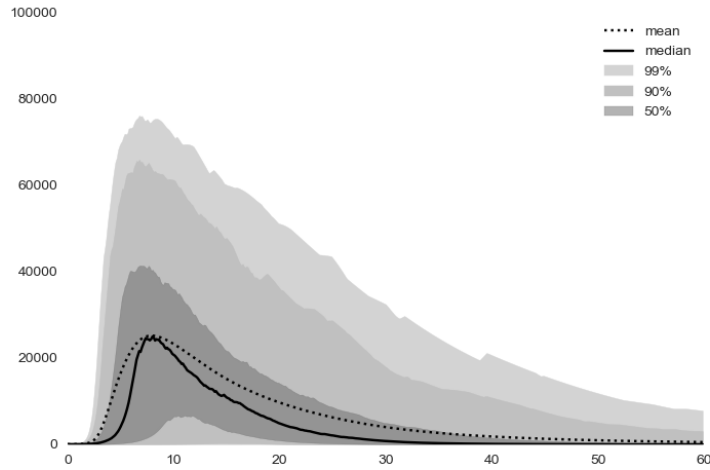


Figura 7: Gráfica por percentil de la población de infectados

observar que el máximo numero de infectados es de casi 80,000 individuos, es decir, del 80 % de la población.

### *Statistical Screening*

Una vez realizada la simulación procederemos a calcular los coeficientes de correlación entre los parámetros exógenos y la población total de infectados.

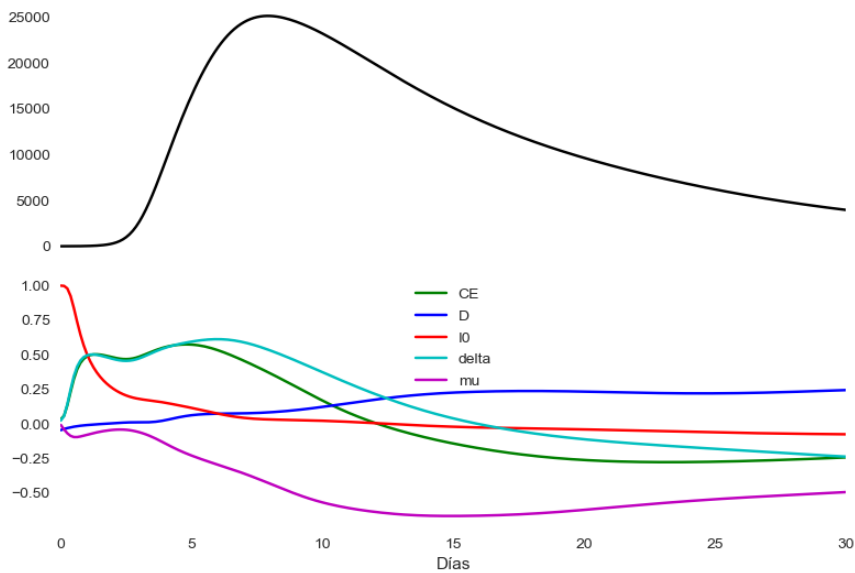


Figura 8: Correlación entre los parámetros exógenos y la población total de infectados

En la figura 8 podemos observar dos gráficas. En la parte superior se tiene como variable dependiente a la población total de infectados y podemos observar que nuevamente el máximo se alcanza entre los días 5 y 15. En la gráfica inferior podemos observar como cambian los coeficientes de correlación entre los parámetros exógenos del modelo y la población de infectados.

Se puede ver que para los primeros días el número de infectados iniciales es el parámetro que más afecta el modelo. Sin embargo, llegado el día 2, son el contacto efectivo y la tasa de conversión de latentes a infectados los parámetros que más afectan el modelo. Notese que los signos de las correlaciones son congruentes con la especificación del modelo. La tasa de mortalidad es el único parámetro que tiene una relación inversa con respecto al crecimiento de la población de infectados y esto tiene sentido, ya que mientras más rápido fallezca la gente infectada, menor será su población total.

Finalmente, para discernir con mayor claridad cuales son los parámetros con coeficientes de correlación más grandes (antes del día 15), presentamos el siguiente *box-plot* para los parámetros establecidos.

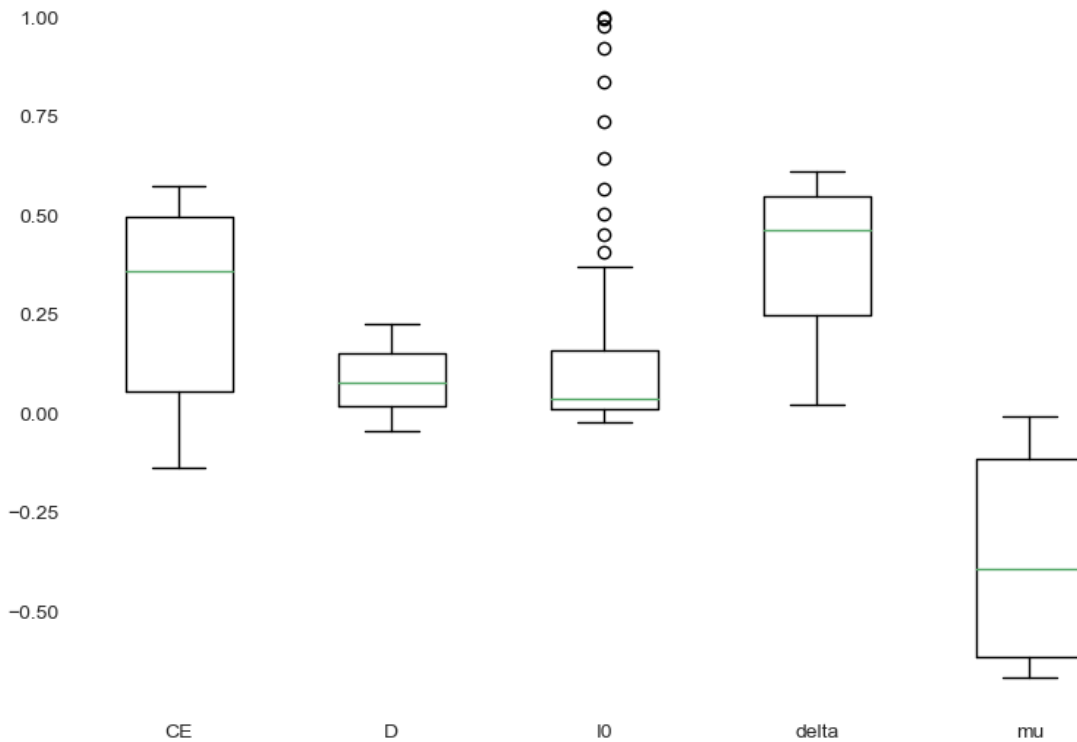


Figura 9: *Box-plot* coeficientes de correlación por parámetro

En la figura superior podemos observar que el parámetro más influyente en la población total de infectados es en primer lugar,  $\delta$ , ya que el 50 % de sus correlaciones



se encuentra por encima de todas las demas con un promedio de aproximadamente 0.55. En segundo lugar, podemos observar que el número de contactos efectivos por día es el parámetro que más afecta el modelo con una correlación promedio de alrededor del 0.4.

Por otro lado, resulta complicado efectuar un juicio de valor con respecto a los efectos de la población inicial de infectados dada a la gran cantidad de datos atípicos que encontramos. Del mismo modo, podemos ver que la tasa de mortalidad tiene en promedio una correlación del -0.3, bastante significativa, sin embargo, en la realidad no es un parámetro cuyos valores fluctuen a tal magnitud.

Con esto en mente, con la intención de asesorar de la mejor manera posible a cualquier persona interesada en disminuir el número de infectados por día se recomienda implementar políticas públicas que disminuyan en lo mayor posible tanto el  $\delta$  como del  $C_E$ . Desafortunadamente, la tasa de fluctuación entre latentes e infectados  $\delta$  (como la definimos para este modelo) es una característica que depende únicamente de la enfermedad y por lo tanto no puede ser alterada. Sin embargo, si se conceptualiza a los latentes como personas expuestas, entonces el uso de cubrebocas puede ser una política que disminuya su tasa de cambio. Así pues, concluimos que la política pública óptima es aquella que disminuye el contacto efectivo por día entre personas tal como lo es la política de 'Susana distancia'.

### Ejercicio 3 (Opcional)

En esta sección se presenta el modelo de *stocks and flows* para el modelo epidemiológico del COVID19 desarrollado por el gobierno de la Ciudad de México.

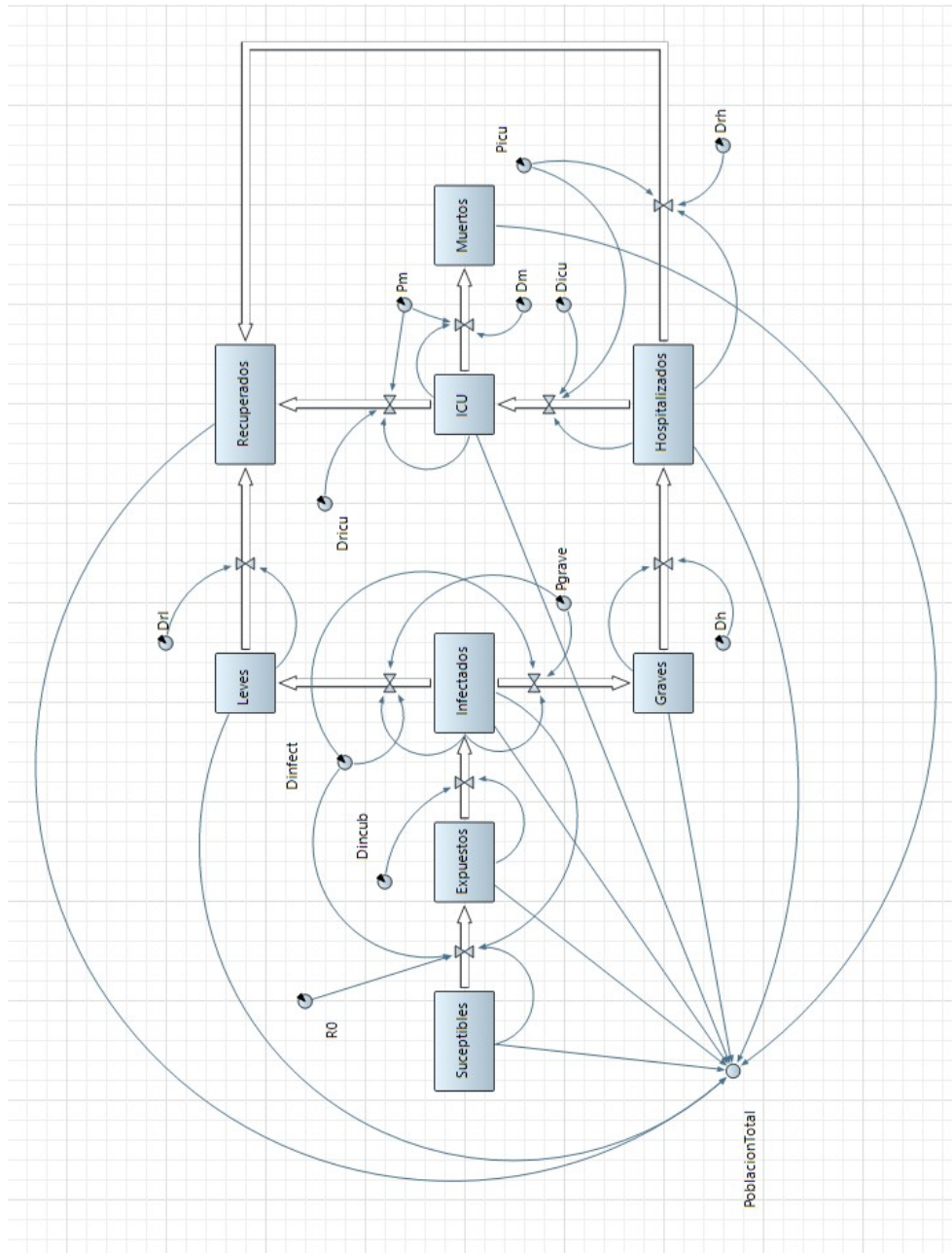


Figura 10: Diagrama de *stocks and flows* para el modelo COVID19 del gobierno de la CDMX

Al correr el modelo con los parámetros de la pagina web del gobierno obtuvimos los siguientes resultados.

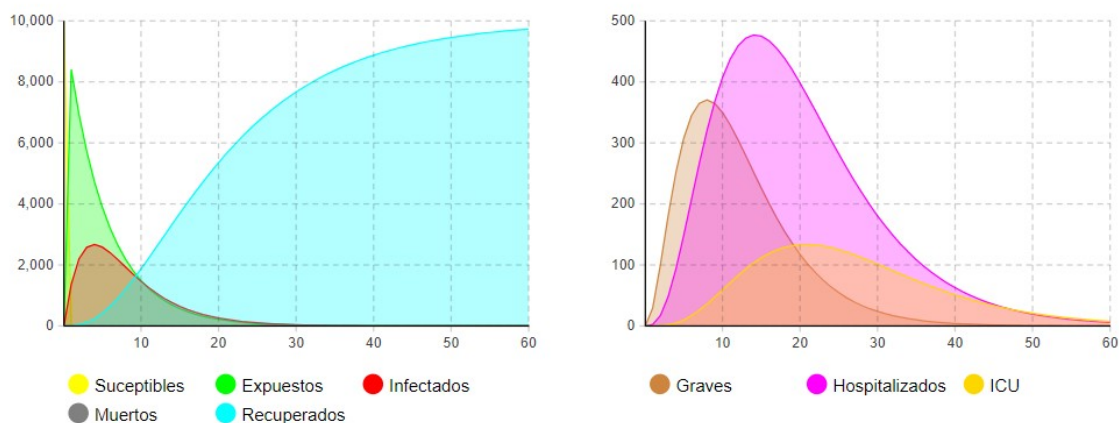


Figura 11: Simulación del modelo COVID19 con  $N_0 = 9999, I_0 = 1$

Es importante notar que a primera vista no aparece la curva de los muertos, cosa que nos pareció bastante desapegada e incongruente con nuestra realidad actual. Esto nos llevó a concluir que o los parámetros del modelo estan mal estimados o nuestra adecuación fue incorrecta.

## Apéndice: programas implementados

El trabajo también incluye los códigos de replicación de los resultados aquí presentados. Se presentan tres códigos diferentes:

- El archivo *SEIR\_sistema\_hospitalario.alp* un programa de Anylogic que contiene el diagrama de *stocks and flows* del modelo presentado en la primera sección así como también las simulaciones pertinentes.
- El archivo *ModeloMSEIR.py* un script de python que contiene los códigos e instrucciones para obtener los resultados descritos en el ejercicio 2.
- El archivo *COVID19.alp* es el programa en Anylogic que contiene nuestro diagrama para el ejercicio 3 junto con la simulación correspondiente.