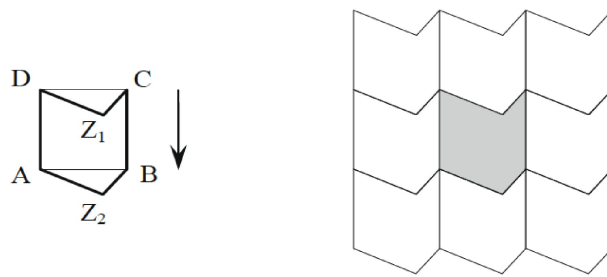


Tommaso Rosati

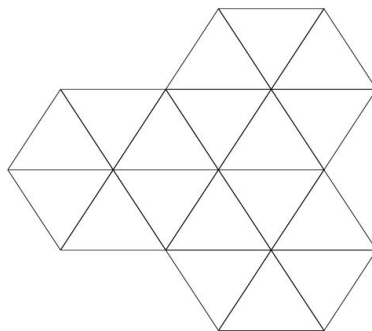
Probleme 27

1. Parkettierungen

Mit einer Parkettierung der Ebene meinen wir eine Aufteilung der Ebene in identischen Stücken, wie in der Figur unten (in der wir eine Form aus einem Viereck „herausgeknabbert“ haben):



- Zeige, dass sich durch „Herausknabbern“ einer anderen Form aus einem Vierecksparkett auch eine Parkettierung der Ebene mit Achtecken erzeugen lässt.
- Wie sieht es mit Zehneckern aus? Kannst du einen allgemeinen Satz formulieren?
- Finde eine Möglichkeit, die Ebene mit Fünfecken zu parkettieren. Vielleicht hilft dir dabei das Bild unten:



- Wie ist es mit Siebenecken? Kannst du wieder eine allgemeine Aussage formulieren?
- Lässt sich die Ebene mit beliebigen Dreiecken parkettieren?
- Fertige eine Tabelle an, aus der man die Größe der Innenwinkel von regelmäßigen n -Ecken für $n=3, 4, \dots, 12$ ablesen kann. Für welche n kann eine Parkettierung der Ebene mit regelmäßigen n -Ecken überhaupt gelingen?

2. Beweis oder nicht?

- Ein Forscher im Mittelalter beobachtete einen bislang wenig bekannten Planeten in den Jahren 1537, 1540, 1543 und 1546. Nun vermutete er, dass er ihn wohl auch im Jahre 1549 sehen müsste. Und er hatte Recht, 3 Jahre später erschien der Planet wieder am Himmel. Damit hatte er bewiesen, dass der Planet alle 3 Jahre am Himmel erscheint.
- Die Lehrerin behauptete, dass die Hälfte aller Autos rot sei. Peter und Ina glaubten ihr nicht. So setzten sie sich am Sonntag an eine Straße und notierten die Farben der vorüberfahrenden Autos. Als sie 1000 gezählt hatten, meinten sie: das reicht. Sie zählten die verschiedenen Farben aus, und tatsächlich: 500 Autos, also genau die Hälfte waren rot. Die Lehrerin hatte also recht und sie hatten es bewiesen.
- „Wenn ich 100m unter 10 Sekunden laufe“, sagte Hänschen, „werde ich zur Olympiade delegiert. Leider laufe ich aber die hundert Meter nicht unter 10 Sekunden, also wird das wohl nichts.“
- In Berlin gibt es keine Füchse. Ich wohne schon seit einigen Jahren in Berlin, und ich habe noch nie einen gesehen.
- Herrn Meiers Nachbar behauptete, in Brandenburg gäbe es Igel. „Das muss ich nachprüfen“, meinte Herr Meier und fuhr in die Uckermark. Kaum stellte er sein Auto an einem See ab, schon trottete frech ein Igel vorbei.

3. Was ist ein Beweis?

In einem Beweis gibt es eine **Voraussetzung** und eine **Behauptung**. Ein Beweis ist eine Folge **einfacher** logischer Schritte, die von der Voraussetzung zur Behauptung führen.

4. Beweise...

Die **Voraussetzung** dieser Aufgabe ist, dass für zwei Zahlen x, y , die Aussage „ x ist kleiner als y “ gilt (kurz $x < y$), wenn es eine positive Zahl (also eine Zahl ohne Minus als Vorzeichen) gibt, so dass

$$x + c = y.$$

Beweise, dass

- $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
- Wenn x eine positive Zahl ist, dann gilt

$$x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

- Wenn x, y zwei positive Zahlen sind, dann gilt

$$\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}.$$