

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

ELABORATO DI COSTRUZIONI AEROSPAZIALI



DIMENSIONAMENTO DI UN CASSONE ALARE PER UN BEECHCRAFT BONANZA G-36

Relatore
Prof. Ing. Fabrizio RICCI

Candidato
Rosario DONNARUMMA
N35/2830

Anno Accademico 2020–2021

Indice

1	Introduzione	1
2	Dati del velivolo	2
3	Diagramma di manovra e inviluppo di volo	5
3.1	Diagramma di manovra	5
3.2	Rette di raffica	7
4	Condizioni critiche	9
4.1	Condizioni critiche	9
4.1.1	Condizioni critiche a flessione	9
4.1.2	Condizioni critiche a torsione	10
4.2	Determinazione dei carichi aerodinamici	12
4.3	Determinazione dei carichi inerziali	16
4.4	Diagramma delle sollecitazioni	17
5	Dimensionamento del cassone alare	20
5.1	Dimensionamento del longherone	20
5.2	Dimensionamento delle solette	22
6	Verifica dei Longheroni	25
6.1	Verifica degli upright	26
6.2	Verifica dell'anima	27
6.3	Verifica della soletta	28
6.4	Verifica del Longherone Posteriore	28
7	Struttura agli elementi concentrati	29

Capitolo 1

Introduzione

La *Certification Specification* dell'EASA che identifica gli standard sull'aeronavigabilità dei velivoli appartenenti alle categorie *normal*, *utility*, *aerobatic* e *commuter* prende il nome di **CS - 23**. Questa normativa prevede tutte le procedure di certificazione di tutti gli aeroplani delle categorie sopracitate con un numero di posti pari o minore a 9, con un peso massimo al decollo di 5670 kg e con una velocità di stallo massima di 61 *kts*. Al fine di redigere questo elaborato è stato scelto come velivolo di riferimento il *Beechcraft Bonanza G-36* per il quale si analizzerà la procedura per il dimensionamento del cassone alare. Pertanto, l'intento è quello di individuare le condizioni critiche di flessione, torsione e taglio e determinare se il cassone alare ne supera la prova. L'analisi finale sarà quindi il risultato di una serie di step successivi. Il primo compito è quello di determinare l'involuppo di volo che è specifico per ogni velivolo. In seconda battuta, al fine di ottenere le sollecitazioni massime e critiche, sarà necessario specificare i carichi effettivi a cui l'ala risulta essere sottoposta. Sarà quindi possibile individuare i flussi di taglio e le sollecitazioni normali agenti sugli elementi del nostro cassone alare.



Figura 1.1: Beechcraft Bonanza G-36

Capitolo 2

Dati del velivolo

Dimensioni generali Al fine di poter effettuare l'analisi preposta c'è bisogno di una serie di dati che vengono forniti al lettore nella seguente forma tabellare:

Beechcraft Bonanza G-36	
W_{TO}	1656 kg = 3650 lbs
W_{fuel}	201 kg
W_{empty}	1175 kg
W_{wing}	331.2 kg
Apertura alare b	10.21 m
Superficie alare S	16.82 m ²
AR	6.20
Lunghezza velivolo	8.38 m
Altezza velivolo	2.62 m
Velocità di stallo	109 km/h = 30.28 m/s
$C_{L_{max}}$	1.71
C_{m_0}	-0.04
Rapporto di rastremazione λ	0.46
$C_{l_{\alpha, 2D}}$	8.022 rad ⁻¹

Tabella 2.1: Dati del velivolo in esame [1]

Profilo alare Il velivolo in questione monta come profilo alare un profilo NACA a 5 cifre, il NACA 23012. Intorno agli anni 20, la NACA sviluppò una nuova famiglia di profili a cinque cifre che rispetto a quelli a 4 cifre erano dotati di prestazioni notevolmente migliori e soprattutto un $C_{l_{max}}$ più alto. Da un punto di vista sperimentale si vide infatti che, a parità di spessore percentuale massimo, si riesce a guadagnare un po' di $C_{l_{max}}$ spostando quanto più possibile verso il bordo d'attacco il punto di curvatura massima. Quello che si nota dal confronto dalla geometria di un profilo

NACA a 4 cifre con uno a 5 cifre è che quest'ultimo termina con una forma a becco vicino al bordo d'attacco.

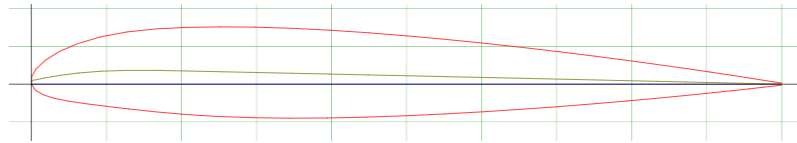


Figura 2.1: Rappresentazione del profilo NACA 23012

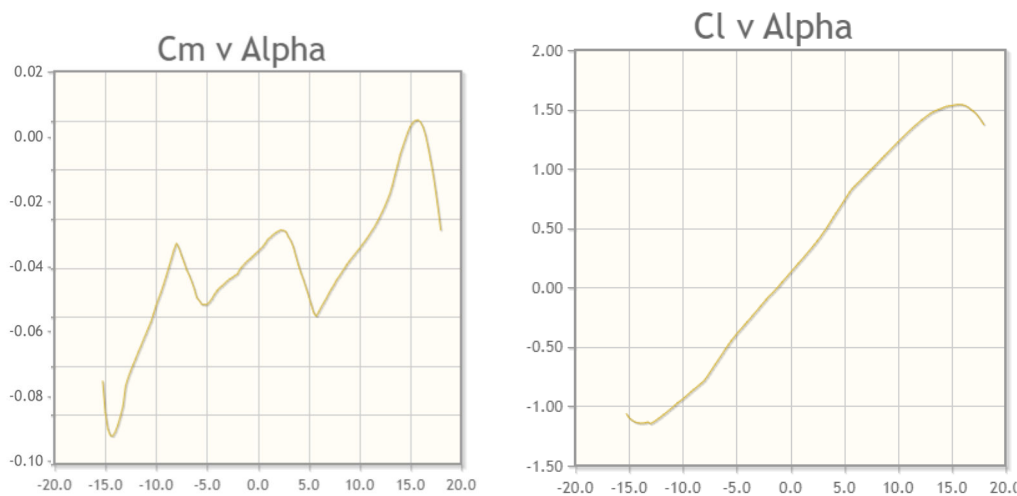


Figura 2.2: Grafici del C_m e del C_l in funzione dell'angolo d'attacco α con $Re = 1 \cdot 10^6$

Dai grafici sopra riportati è possibile calcolare il coefficiente angolare della retta come rapporto:

$$C_{l_{\alpha, 2D}} = \frac{dy}{dx} = \frac{0.2 - (-0.5)}{0 - (-5)} = 0.13 \text{ deg}^{-1} = 8.022 \text{ rad}^{-1} \quad (2.1)$$

Coefficiente di portanza massima Il coefficiente di portanza massima $C_{L_{max}}$ è ottenuto ricordando la definizione di *velocità di stallo* e l'equilibrio delle forze in volo. E' noto infatti che è valida l'equazione:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_S^2 \cdot S \cdot C_{L_{max}} = W \quad (2.2)$$

dalla quale è possibile ricavare:

$$C_{L_{max}} = \frac{2 \cdot W_{TO}}{\rho_0 \cdot V_S^2 \cdot S} = 1.71 \quad (2.3)$$

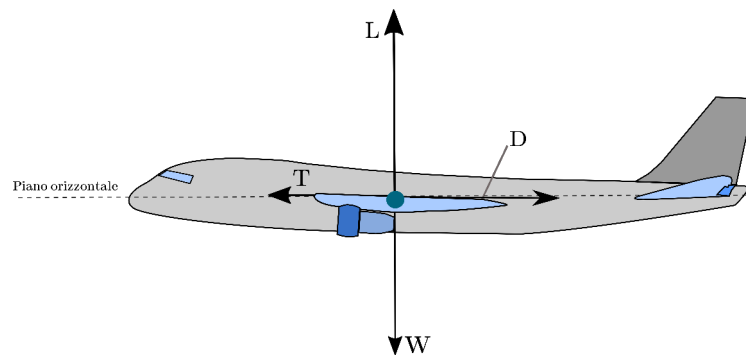


Figura 2.3: Schematizzazione del sistema di forze in gioco nel caso di un volo equilibrato ad ali livellate

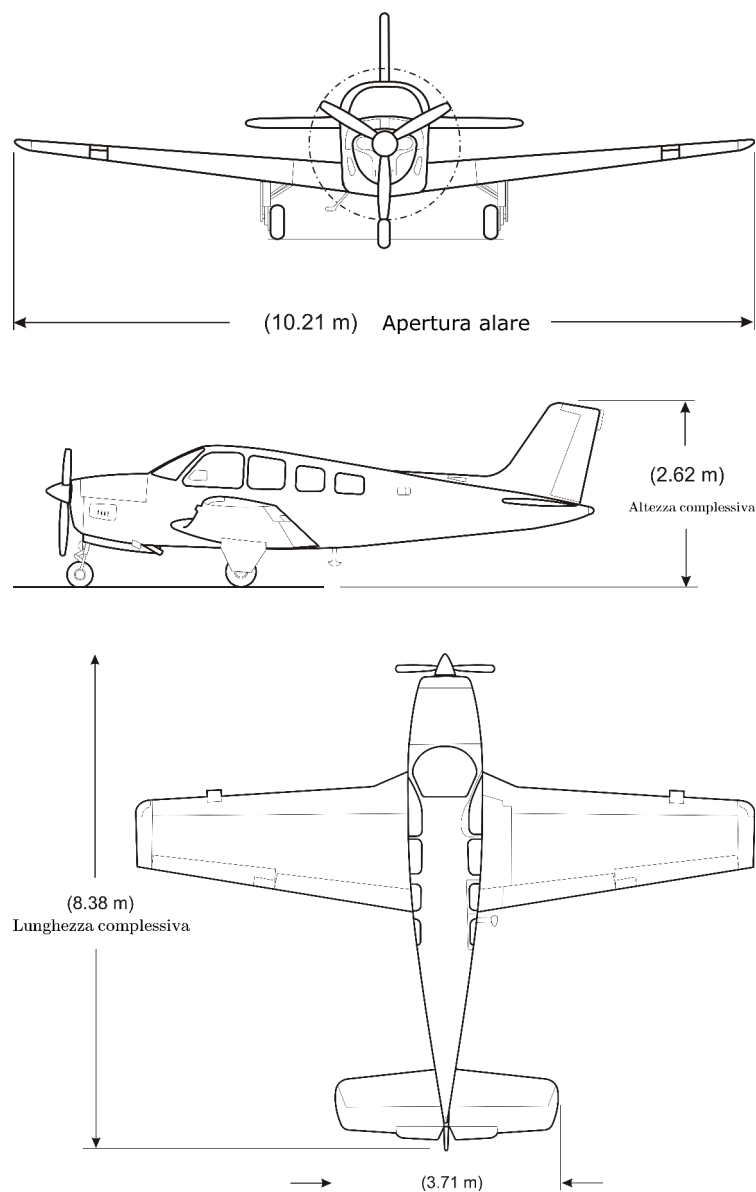


Figura 2.4: Rappresentazione vettoriale del velivolo in esame

Capitolo 3

Diagramma di manovra e inviluppo di volo

3.1 Diagramma di manovra

Al fine di determinare il diagramma di manovra e quello di raffica avremo bisogno di alcune informazioni che possono essere ottenute tramite delle osservazioni aggiuntive. In primis, andiamo a calcolare il **fattore di carico limite** utilizzando come guida la normativa CS-23 [2] a cui stiamo facendo riferimento. In definitiva possiamo dunque concludere che:

$$n_{lim} = 2 + \frac{24000}{W_{T0} + 10000} \quad \leftarrow \quad \text{Il peso è in libbre} \quad (3.1)$$

ottenendo:

$$\begin{cases} n_{lim}^+ = 3.76 \\ n_{lim}^- = -1.50 \end{cases} \quad (3.2)$$

Riportiamo le velocità di cui abbiamo bisogno:

- **Velocità di stallo**

$$V_S = 30.28 \, m/s$$

- **Velocità di manovra**

$$V_A = V_S \cdot \sqrt{n_{lim}^+} = 58.71 \, m/s$$

- **Velocità di crociera**

$$V_C = 33 \cdot \sqrt{\frac{W}{S}}$$

Poiché il rapporto $W/S = 20.22 \, lbs/ft^2$ è leggermente superiore al massimo valore previsto dalla normativa è doveroso cambiare il fattore moltiplicativo da 33 ad un valore congruo. Dal momento che il fattore moltiplicativo 28.6 corrisponde al rapporto $W/S = 100$, allora interpoliamo linearmente

otteniamo:

$$\frac{y - 20}{100 - 20} = \frac{x - 33}{28.6 - 33}$$

$$x = 33 + \frac{-4.4 \cdot (y - 20)}{80} = 32.98$$

Ne segue che:

$$V_C = 32.98 \cdot \sqrt{\frac{W}{S}} = 148.12 \text{ kts} = 76,20 \text{ m/s}$$

• **Velocità massima di affondata**

$$V_D = 1.4 \cdot V_C$$

Poiché ci troviamo sempre oltre i limiti della normativa dobbiamo effettuare ancora una volta una approssimazione tramite interpolazione lineare.

$$\frac{y - 20}{100 - 20} = \frac{x - 1.4}{1.35 - 1.4}$$

$$x = 1.399$$

$$V_D = 1.399 \cdot V_C = 106.67 \text{ m/s}$$

- **Velocità di stallo in volo rovescio** Al tal fine avremo bisogno di calcolare il C_{L_α} tramite i risultati della teoria di Prandtl.[3] Da tale teoria è noto infatti che:

$$C_{L_\alpha} = \frac{C_{l_\alpha}}{1 + \frac{C_{l_\alpha}}{\pi \cdot AR \cdot e}} = 5.29 \text{ rad}^{-1} = 0.092 \text{ deg}^{-1} \quad (3.3)$$

Identifichiamo l'angolo al quale si ottiene stallo negativo dal grafico della retta di portanza che risulta pari a circa -13 deg .

$$C_{L_{max,R}} = C_{L_\alpha} \cdot (-13 \text{ deg}) = -1.2 \quad (3.4)$$

Infine possiamo ricavare la velocità di stallo in volo rovescio come

$$V_{S,R} = \sqrt{\frac{2 \cdot W_{TO}}{\rho_0 \cdot S \cdot C_{L_{max,R}}}} = 36.25 \text{ m/s} \quad (3.5)$$

Assumendo un'ala trapezia si ricavano *corda di radice* (RC) c_r e *corda media aerodinamica* (MAC) \bar{c} come:

$$c_r = \frac{S}{2} \cdot \left[\frac{4}{b \cdot (1 + \lambda)} \right] = 2.26 \text{ m}$$

$$\bar{c} = \frac{2}{3} \cdot c_r \cdot \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 1.73 \text{ m}$$

3.2 Rette di raffica

In generale è noto che le raffiche, in particolari condizioni, portano il velivolo a superare il fattore di carico limite. Proprio per questo motivo, nella ricerca delle condizioni più critiche, dobbiamo tener conto di questo tipo di effetto. Si può facilmente intuire che la raffica comporta una variazione dell'angolo d'attacco.

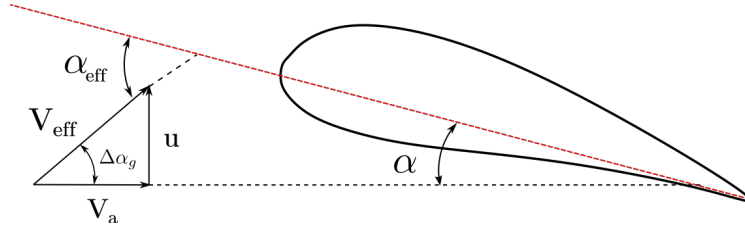


Figura 3.1: Schematizzazione degli angoli in gioco nel caso della presenza di una raffica

In particolare, a causa della variazione di portanza, il fattore di carico sarà:

$$n_g = \frac{L \pm \Delta L_g}{W} \quad (3.6)$$

Supponendo che il velivolo si trovi inizialmente a volare con un fattore di carico unitario avremo:

$$n_g = \frac{L}{W} \pm \frac{\Delta L_g}{W} = 1 \pm \frac{0.5 \cdot \rho \cdot V \cdot C_{L\alpha} \cdot u}{W/S} \quad (3.7)$$

Secondo la normativa, il velivolo è soggetto a raffiche simmetriche e verticali in condizioni di volo livellato. Per velocità inferiori alla velocità di crociera assumiamo un valore di riferimento dato sempre dalla normativa $u_1 = 15,24 \text{ m/s}$ e un valore $u_2 = 7.62 \text{ m/s}$ quando si raggiunge la velocità massima di affondata.

Rispettando i dettami della normativa CS-23, dobbiamo considerare valide due ipotesi: *raffica graduale* e *instazionarietà*. L'effetto della raffica non si presenta improvvisamente ma gradualmente, infatti avvicinandoci alla raffica, u passa da zero al valore finale. L'ala inoltre presenta oscillazioni sia a flessione che a torsione e se all'instazionarietà della struttura si aggiunge un flusso instazionario si possono generare problemi di aeroelasticità come ad esempio il *flutter*.

Per correggere questi ed altri effetti si utilizza il **fattore di attenuazione della raffica** K_g , che per definizione è:

$$K_g \triangleq \frac{0.88 \cdot \mu_g}{5.3 + \mu_g} = 0.63 \quad (3.8)$$

dove il fattore μ_g è

$$\mu_g \triangleq \frac{2 \cdot W}{S \cdot \rho_0 \cdot \bar{c} \cdot C_{L\alpha} \cdot g} = 17.56 \quad (3.9)$$

Individuiamo nel grafico i valori di n_g al fine di poter tracciare le rette in corrispondenza delle velocità V_C e V_D :

$$n_g(V = V_C) = 1 + K_g \cdot \frac{0.5 \cdot \rho_0 \cdot V_C \cdot C_{L_\alpha} \cdot u_1}{W/S} = 3.46$$

$$n_g(V = V_D) = 1 + K_g \cdot \frac{0.5 \cdot \rho_0 \cdot V_D \cdot C_{L_\alpha} \cdot u_2}{W/S} = 2.71$$

$$n_g(V = V_C) = 1 - K_g \cdot \frac{0.5 \cdot \rho_0 \cdot V_C \cdot C_{L_\alpha} \cdot u_1}{W/S} = -1.32$$

$$n_g(V = V_D) = 1 - K_g \cdot \frac{0.5 \cdot \rho_0 \cdot V_D \cdot C_{L_\alpha} \cdot u_2}{W/S} = -0.71$$

L'involuppo di volo risultato sarà quindi:

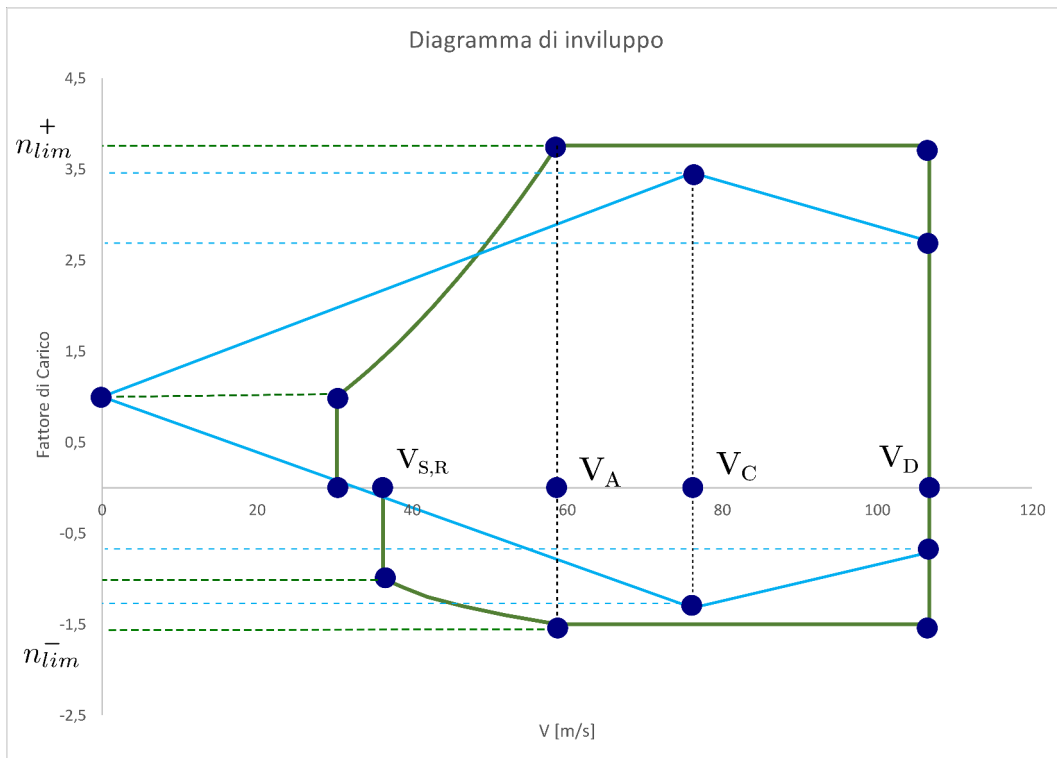


Figura 3.2: Diagramma di inviluppo

Capitolo 4

Condizioni critiche

4.1 Condizioni critiche

L'obiettivo principe quando si progetta un mezzo di trasporto è quello della sicurezza dello stesso. Proprio per questo motivo, l'aeromobile deve essere in grado di resistere alle condizioni più critiche possibili che sono ben evidenziate dal *flight envelope*.

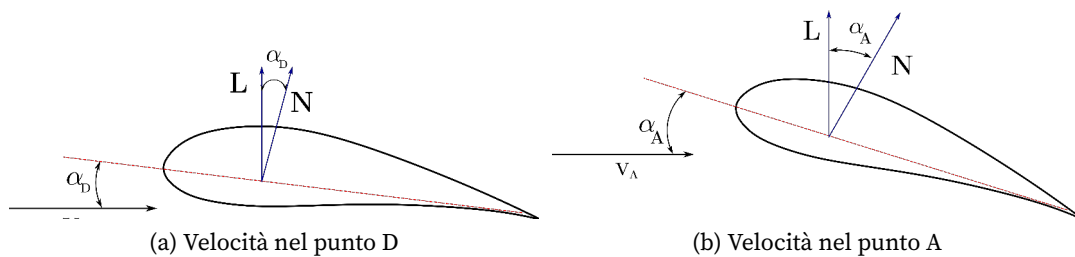
4.1.1 Condizioni critiche a flessione

Le zone del diagramma di manovra in cui abbiamo le condizioni più critiche per il momento flettente sono sicuramente quelle che riguardano il punto A e il punto D. Entrambi condividono lo stesso fattore di carico n_{lim}^+ ma $V_A < V_D$. Poiché i due punti generano la stessa portanza:

$$L = \frac{\rho \cdot V_A^2 + S \cdot C_{L_A}}{2} = \frac{\rho \cdot V_D^2 + S \cdot C_{L_D}}{2} \quad (4.1)$$

allora avremo che:

$$C_{L_A} > C_{L_D} \quad \Rightarrow \quad \alpha_A > \alpha_D \quad (4.2)$$



Quello che si nota è che nel primo caso $N_D \simeq L$ mentre nel secondo caso $N_A < L$ e quindi $N_A < N_D$. Questo ci permette di concludere che alla velocità più alta V_D lo sforzo di taglio è superiore e quindi anche il momento flettente. In definitiva possiamo quindi concludere che la condizione più gravosa in questo ambito la si ottiene nelle condizioni di V_D e n_{lim}^+ .

Un altro elemento che senza ombra di dubbio influenza la flessione è la posizione del baricentro del velivolo e la presenza o meno di carburante all'interno del serbatoio contenuto nell'ala. [7] La condizione più critica è sicuramente quella per cui

la posizione del baricentro è quella più avanzata: così facendo la distanza a va a diminuire e quindi ai fini dell'equilibrio alla rotazione la portanza cresce restituendo un'ala più carica. Nell'ipotesi *Zero Fuel*, la portanza lungo l'ala va a decrescere e questa riduzione ΔL che l'ala deve compensare è:

$$\Delta L = n_{lim}^+ \cdot \frac{W_{fuel}}{l + a} \cdot l \quad (4.3)$$

Le forze inerziali andranno quindi a diminuire perché c'è una riduzione della massa che sarà pari a:

$$\Delta F_i = n_{lim}^+ \cdot W_{fuel} \quad (4.4)$$

Ciò equivale a dire che la diminuzione delle forze inerziali dovuta alla mancanza di carburante è inferiore alla diminuzione della portanza. Questo è ovviamente sfavorevole perché aumenta il carico totale sull'ala. Le due distanze che nella figura sono indicate con a e l sono ottenute ricordando che il centro aerodinamico dell'ala si trova circa al 25% della corda media aerodinamica e che il baricentro si trova a circa il 35 %. Ne segue che $a = 0,17m$ mentre per trovare l basta un semplice calcolo. Poiché anche per il piano di coda è possibile fare un ragionamento del tutto analogo otteniamo:

$$\begin{aligned} l &= (\text{Lung. Velivolo}) - (\text{distanza muso - CG}) - (\text{distanza CG-fine velivolo}) = \\ &= 8.38 m - (3.48 m + 0.17 m) - 0.6 m = 4.13 m \end{aligned}$$

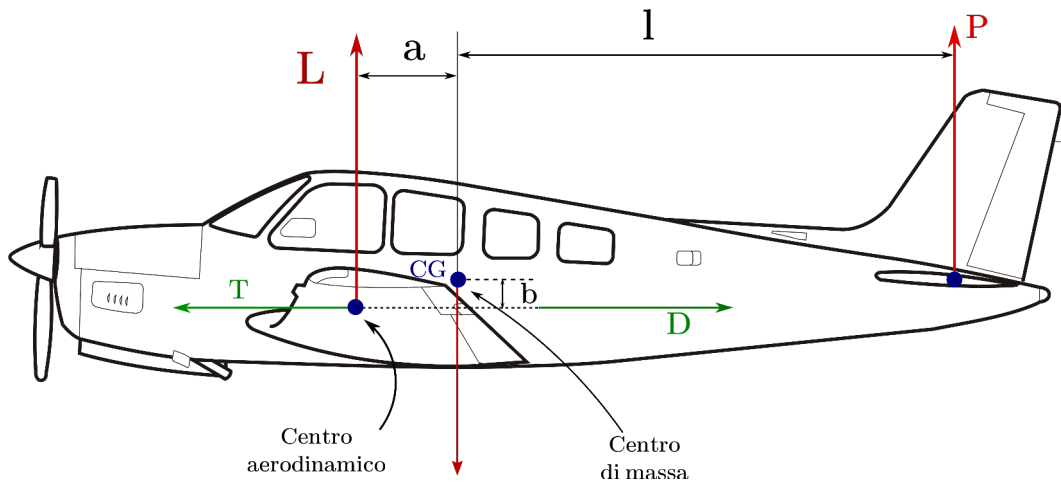


Figura 4.1: Schema generale delle forze in gioco e delle distanze citate

4.1.2 Condizioni critiche a torsione

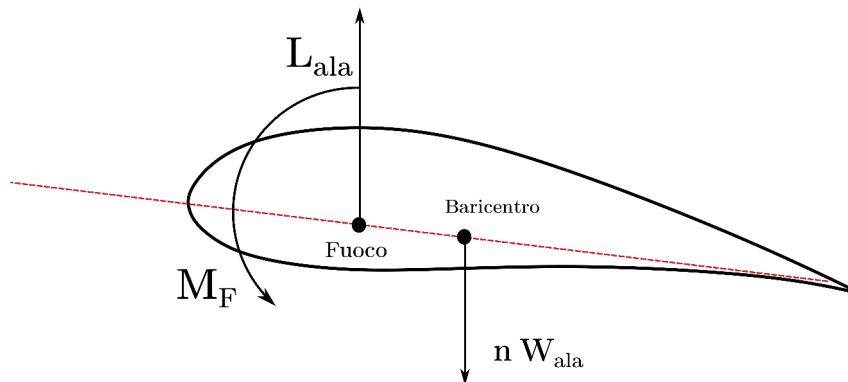
Le condizioni particolarmente gravose quando consideriamo il momento torcente sono quelle che portato ad elevati momenti focali. Data la legge:

$$M_F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_{M_0} \quad (4.5)$$

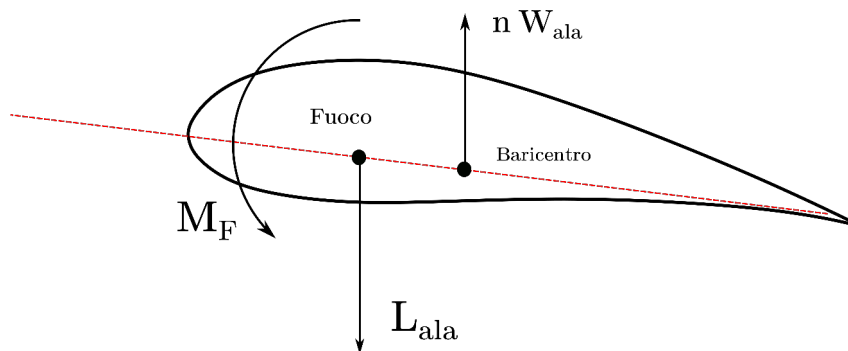
poiché tutte le quantità sono note tranne che per la *velocità* V allora possiamo dire che $M_F(V)$ e quindi per massimizzarlo abbiamo bisogno di V_D .

$$M_F = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_D^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_{M_0} = 12828.30 N \cdot m \quad (4.6)$$

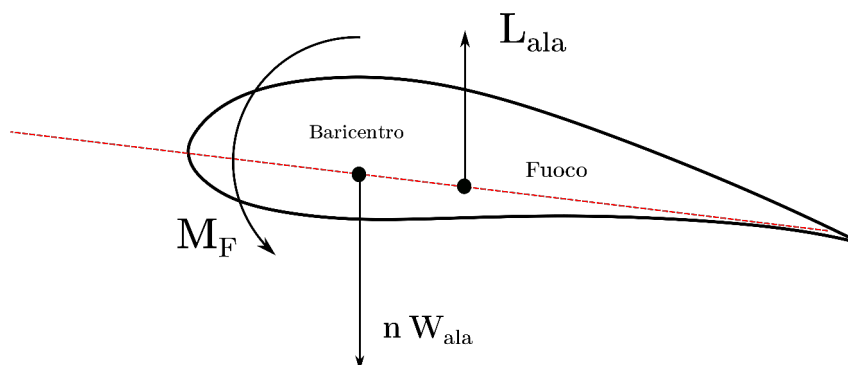
Al fine di avere una coppia che si opponga al momento focale la posizione più opportuna del **baricentro** nel caso di portanza positiva è quella per cui esso si trova dietro al fuoco.



Nel caso di deportanza, si affronta esattamente il problema opposto. Questo tipo di situazione non si verifica mai nel caso di velivoli commerciali o trasporto passeggeri ma è possibile nel caso di aerei acrobatici o militari.



E' però possibile trovarsi nella condizione per cui il baricentro si trova in una posizione più avanzata rispetto al fuoco. In questo caso abbiamo che i fattori di carico positivi alimentano il momento torcente e quindi la condizione più critica è di nuovo quella per V_D e n_{lim}^+ .



Un ulteriore elemento da tenere in considerazione è il **contributo dato dai motori**. Infatti, per ragioni di aeroelasticità, i motori sporgono in avanti e spostano il baricentro verso monte. In questo caso, il progettista deve tenere sempre ben

presente la posizione del baricentro dell'intero velivolo perché una scelta sbagliata pregiudicherebbe la manovrabilità del velivolo completo.

4.2 Determinazione dei carichi aerodinamici

Il problema della determinazione dei carichi aerodinamici ha come scoglio iniziale l'identificazione della portanza che viene generata dall'ala e quella dal piano di coda.

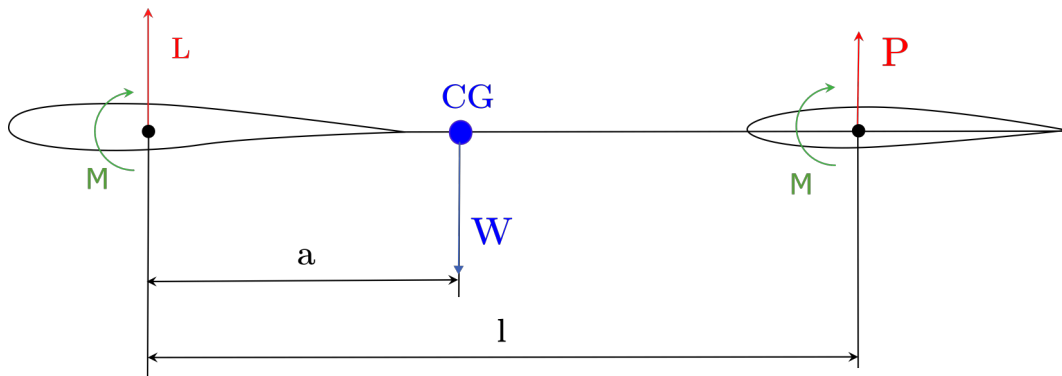


Figura 4.2: Rappresentazione schematica delle forze e momenti in gioco

Al fine di risolvere la questione devono essere imposte le condizioni all'equilibrio a traslazione e rotazione intorno al baricentro del velivolo nelle condizioni critiche di volo. Queste considerazioni ci portano alla scrittura del seguente sistema chiuso di equazioni:

$$\begin{cases} L + P - W \cdot n_{lim} = 0 \\ T - D = 0 \\ L \cdot a + D \cdot b + T \cdot c - M_0 - P \cdot l = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

Al fine di risolvere questo tipo di problema adottiamo una soluzione iterativa che si articola in più fasi successive:

1. Imponiamo $P = 0$;
2. Troviamo $L = n \cdot W$;
3. Calcoliamo il C_L ;
4. Troviamo il C_D dalla polare;
5. Troviamo la resistenza D e conseguentemente la spinta T ;
6. Dall'ultima equazione del sistema ritroviamo un valore di $P \neq 0$ che utilizzeremo per la successiva iterazione.

Chiaramente ci fermeremo quando la soluzione ci porterà a convergenza. Nelle ipotesi di contributi piccoli di D e T nell'ultima equazione, possiamo riscrivere il sistema come:

$$\begin{cases} L + P - W \cdot n_{lim} = 0 \\ T - D = 0 \\ L \cdot a - M_0 - P \cdot l = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Procedendo ciclicamente arriveremo quindi alla soluzione.

Listato 4.1: Codice Matlab per la generazione dei plot

```
close all; clear all; clc;

%Fisso le condizioni iniziali e le informazioni di partenza

rho = 1.225;
S = 16.82;
V = 106.67;
a = 0.17;
l = 4.13;
W = 1175*9.81;
n = 3.76;
M = 12828.3;
P = 0;

%Avvio il ciclo di iterazioni

for i = 1:1:5
L = - P + W*n;
P = (L*a - M)/l;
Cl = (2*L)/(rho*S*V^2)
X(i) = L;
Y(i) = P;
Z(i) = Cl
end

% Eseguo il plot dei valori trovati

figure
subplot(2,1,1)

plot(X)
title('Processo iterativo per il calcolo della portanza dell
      ala','Color','r');
xlabel('Iterazioni');
ylabel('Portanza ala');
subplot(2,1,2)
plot(Y,'g-','markersize',30)
title('Processo iterativo per il calcolo della portanza del
      piano di coda','Color','r');
xlabel('Iterazioni');
ylabel('Portanza coda');
```

Configurazione convenzionale Data un'ala a curvatura positiva posta all'angolo d'attacco a portanza nulla è ben noto che essa determina un momento picchiante rispetto al baricentro. Per questo motivo, il piano di coda dovrà essere deportante al fine di equilibrare con un momento cabrante il momento complessivo rispetto al baricentro. Tale condizione di deportanza sul piano di coda orizzontale viene utilizzata generalmente anche in condizioni di crociera poiché il velivolo mantiene assetti bassi per massimizzare la velocità. Ovviamente la deportanza del piano di

coda dovrà essere compensata da un maggiore carico dell'ala e quindi porterà ad una maggiore resistenza indotta. [6]

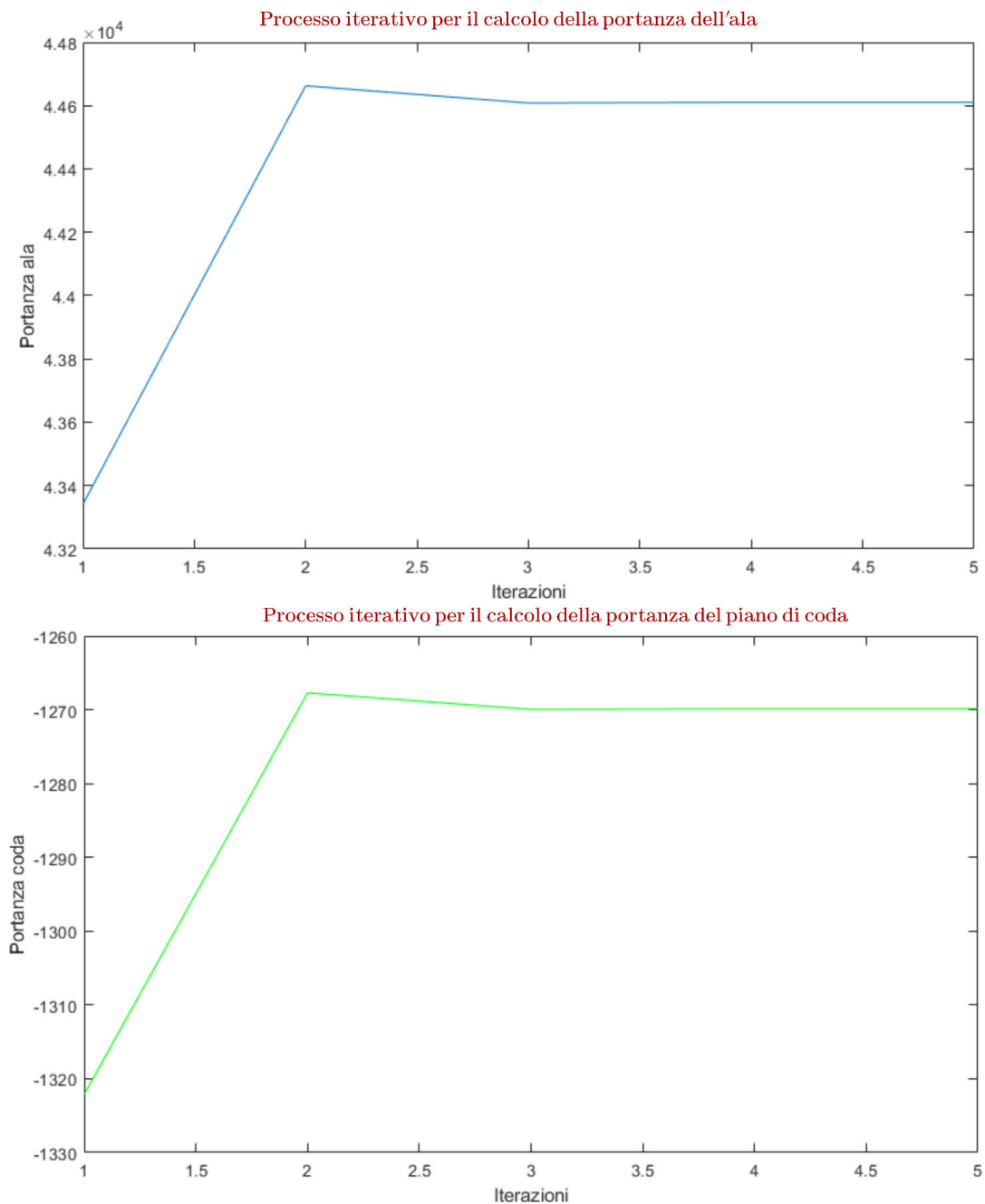


Figura 4.3: Portanza dell'ala e della coda in funzione del numero di iterazioni

In definitiva i valori ritrovati a convergenza sono:

$$L = 4.4610 \cdot 10^4 \text{ N} \quad P = -1.2699 \cdot 10^3 \text{ N} \quad C_L = 0.3806$$

La distribuzione di carico aerodinamico sarà, per via del principio di sovrapposizione degli effetti, somma del **carico basico** e del **carico addizionale**. Nelle ipotesi di ala a svergolamento nullo, il carico basico risulterà essere quindi nullo. [3] E'

possibile andare a stimare il carico addizionale tramite il **metodo di Anderson** utilizzando alcuni valori tabellati che sono funzioni dell'*aspect ratio* e del *rapporto di rastremazione*. [4] Dalla teoria sappiamo che:

$$\begin{cases} C_{l,a1} = \frac{S}{c \cdot b} \cdot L_a \\ C_l = C_{l,a1} \cdot C_{LW} \end{cases} \quad (4.9)$$

La portanza per unità di lunghezza di ogni singola stazione d'ala sarà quindi:

$$l(\eta) = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_D^2 \cdot c \cdot C_l(\eta) \quad (4.10)$$

η	L_a	$C_{l,a1}$	C_l	l
0,00	1,338	1,274	0,485	5846,767
0,20	1,259	1,199	0,456	5501,554
0,40	1,145	1,090	0,415	5003,399
0,60	0,981	0,934	0,356	4286,755
0,80	0,748	0,712	0,271	3268,596
0,90	0,565	0,538	0,205	2468,926
0,95	0,428	0,408	0,155	1870,266
0,98	0,314	0,299	0,114	1372,111
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000

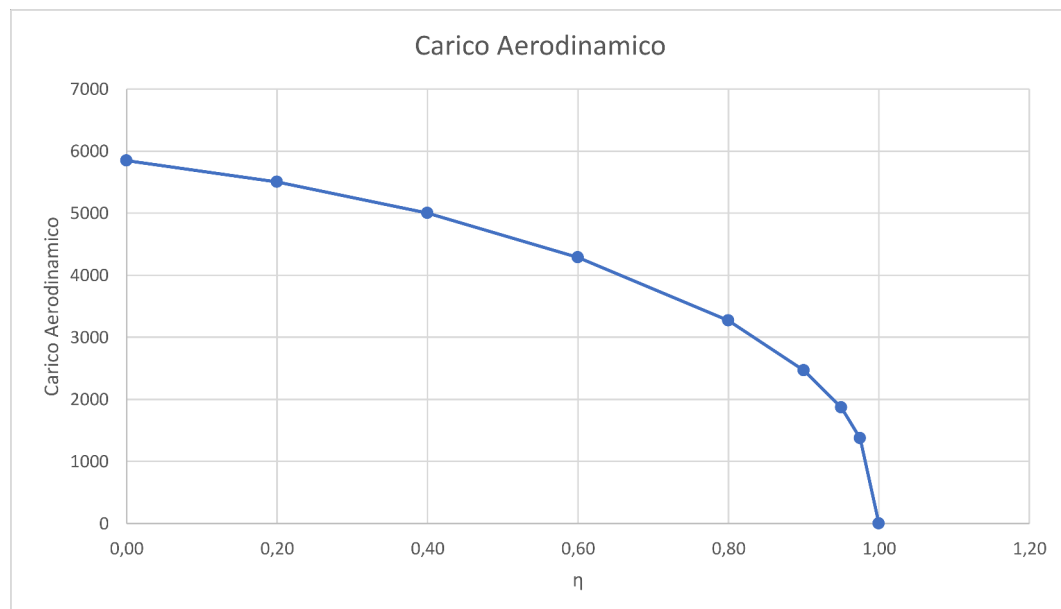


Figura 4.4: Carico Alare in funzione di η

4.3 Determinazione dei carichi inerziali

La determinazione dei carichi inerziali si ottiene sulla falsa riga di quanto fatto precedentemente per i carichi aerodinamici ovvero facendo l'ipotesi che la distribuzione di carichi inerziali segua la stessa logica di quella dei carichi aerodinamici. Ad ogni stazione individuiamo:

$$f(\eta) = \frac{2 \cdot W_W \cdot n_{lim}}{b} \cdot L_a \quad (4.11)$$

dove W_W è il peso della semiala pari al 10% del peso massimo del velivolo al decollo. Otteniamo quindi una tabella di questo tipo:

η	L_a	Carichi inerziali
0,00	1,34	1600,95
0,20	1,26	1506,42
0,40	1,15	1370,02
0,60	0,98	1173,79
0,80	0,75	895,00
0,90	0,57	676,04
0,95	0,43	512,11
0,98	0,31	375,71
1,00	0,00	0,00

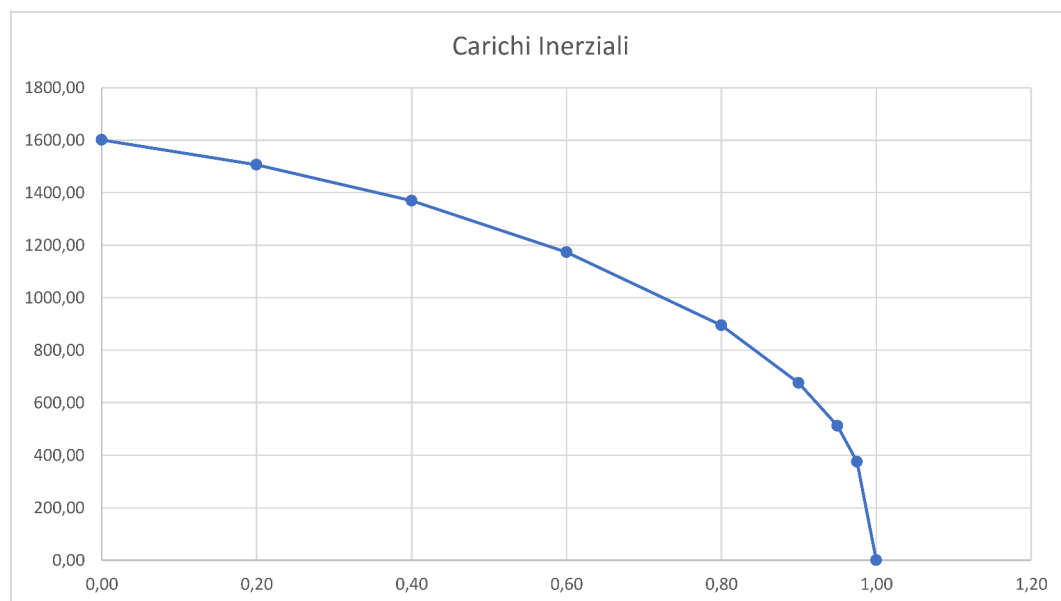


Figura 4.5: Rappresentazione dei carichi inerziali

Il diagramma del carico effettivo sarà combinazione lineare di quelli appena trovati. E' possibile quindi calcolare l'effettiva distribuzione di carico sulla struttura come:

$$f_{eff}(\eta) = l(\eta) - f(\eta) \quad (4.12)$$

η	Carichi Inerziali	Carichi Aerodinamici	Carichi Effettivi
0,00	1600,95	5846,77	4245,82
0,20	1506,42	5501,55	3995,13
0,40	1370,02	5003,40	3633,38
0,60	1173,79	4286,76	3112,97
0,80	895,00	3268,60	2373,60
0,90	676,04	2468,93	1792,89
0,95	512,11	1870,27	1358,15
0,98	375,71	1372,11	996,40
1,00	0,00	0,00	0,00

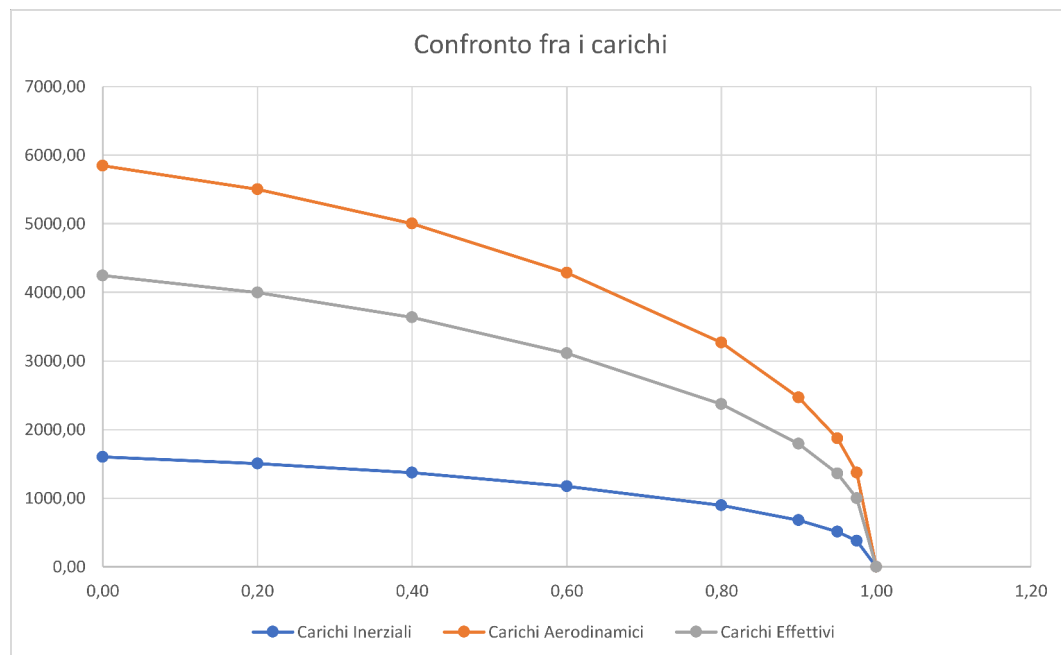


Figura 4.6: Rappresentazione dei carichi

4.4 Diagramma delle sollecitazioni

Al fine di determinare i diagrammi di taglio e momento, si assume che l'ala sia una trave incastrata libera soggetta a carico distribuito q . Quindi, noto il valore del carico ad ogni stazione, è possibile ricavare la distribuzione di **taglio** integrando q sull'apertura. Avendo approssimato linearmente l'andamento del carico tra due stazioni successive, il contributo del carico al taglio è pari all'area dei trapezi sottesi da q . Inoltre, per lo stesso motivo, il taglio T avrà andamento parabolico a tratti e il **momento**, in quanto integrale del taglio, avrà andamento cubico anch'esso a tratti.

$$\frac{dT}{dy} = -q \rightarrow$$

$$|T(y)| = \int_{0.5 \cdot b}^y q \, dy$$

$$\frac{M}{dy} = -T \rightarrow$$

$$|M(y)| = \int_{0.5 \cdot b}^y T \, dy$$

In questi termini sarebbe complicato calcolare, analogamente a quanto fatto col taglio, il contributo del carico al momento; pertanto si assumerà anche per il momento un andamento lineare a tratti:

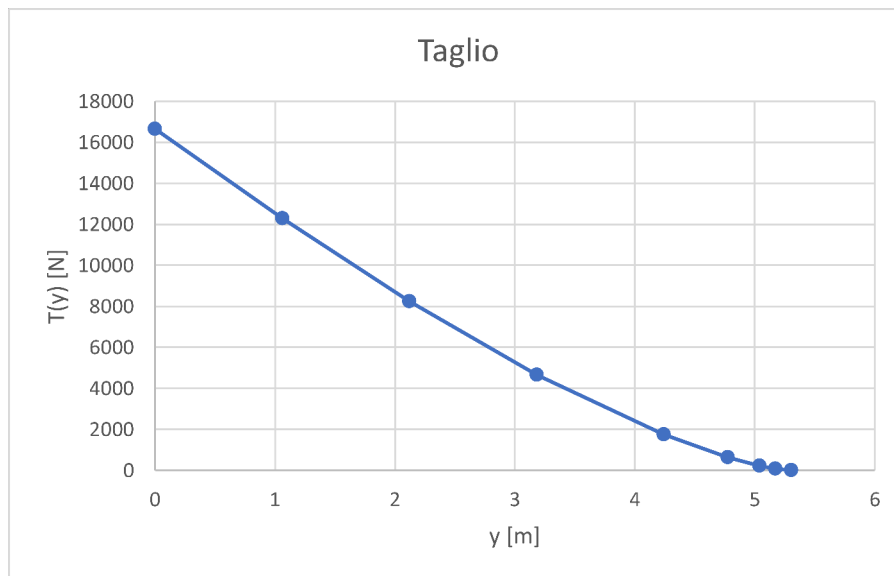


Figura 4.7: Diagramma del Taglio

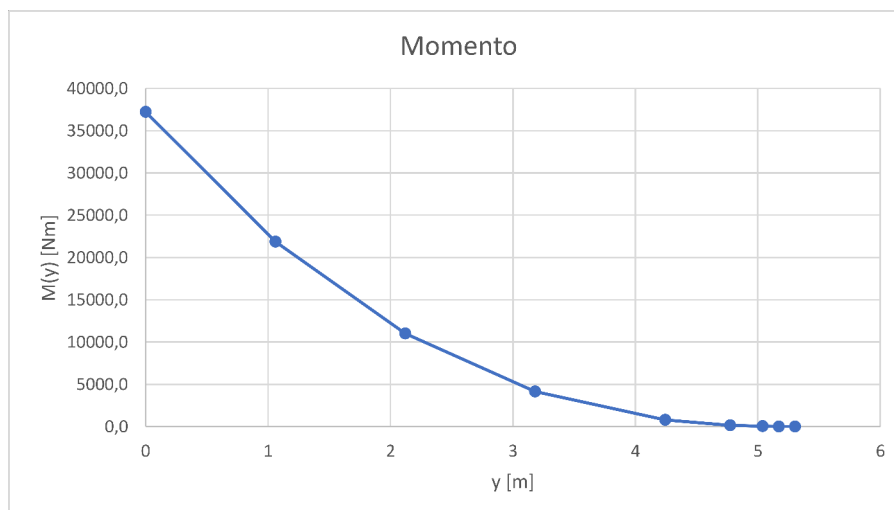


Figura 4.8: Diagramma del Momento Flettente

$$T_{max} = 16.65 \cdot 10^3 \, N \quad M_{max} = 3.72 \cdot 10^4 \, N \cdot m \quad (4.13)$$

Per quanto riguarda il **momento torcente**, la condizioni di crisi è ottenuta alla velocità V_D e a fattore di carico limite negativo. Poiché però difficilmente un aereo inquadrato dalla normativa che stiamo considerando si troverà in queste ipotesi di volo, la condizione più critica la si ottiene a fattore di carico nullo, ovvero a portanza nulla. Abbiamo quindi che:

$$M_T = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_D^2 \cdot c_{mo} \cdot c^2 \cdot \frac{b}{2} = -4259.30 \, N \cdot m \quad (4.14)$$

Capitolo 5

Dimensionamento del cassone alare

5.1 Dimensionamento del longherone

La fase di design del cassone alare è una fase estremamente importante nel processo di ideazione e sviluppo di un progetto in campo aeronautico. Immaginiamo di voler progettare un cassone alare costituito da due longheroni uniti da un rivestimento dorsale e da uno ventrale. In maniera schematica possiamo immaginare un longherone come formato da:

- l'**anima** che ha il compito di assorbire il taglio a cui è sottoposta l'ala;
- le **solette** che assolvono al compito di assorbire lo sforzo normale indotto dalla flessione dell'ala;
- i **correntini** che sono degli irrigidimenti longitudinali.

L'obiettivo che ci poniamo è quello di dimensionare i longheroni e verificarne le performance quando soggetti alle condizioni di carico critiche. Come abbiamo ora accennato, gli elementi costituenti il longherone rispondono solo a certi tipi di sollecitazioni. Per descrivere questo tipo di fenomeno ci viene in aiuto il concetto di **tensione diagonale**. La tensione diagonale è un particolare stato tensionale che è tipico delle strutture ad anima sottile rinforzate sottoposte a taglio, una volta che sia stata superata la tensione critica di taglio nell'anima. Lo spessore dell'anima è tale che, per frazioni del carico ultimo, l'anima va in crisi per effetto della compressione in direzione diagonale prodotta dal taglio; in tale condizione, l'anima sarà capace di assorbire solo tensione perpendicolare alla direzione di imbozzamento. Notiamo che fino al momento dell'instabilità, non hanno alcuna funzione. Infatti, per un carico verso il basso e prima dell'instabilità, lo stato tensionale del longherone sarà:

- *Compressione* nella soletta inferiore
- *Trazione* nella soletta superiore
- *Taglio* nell'anima, dovuto al momento flettente.

La soletta inferiore è quindi sollecitata a trazione, al contrario di quella superiore che risulta sollecitata a compressione. Le forze si possono considerare come

forze applicate nel baricentro della soletta, supponendo che la distribuzione delle sollecitazioni sulla sezione della soletta stessa sia uniforme.

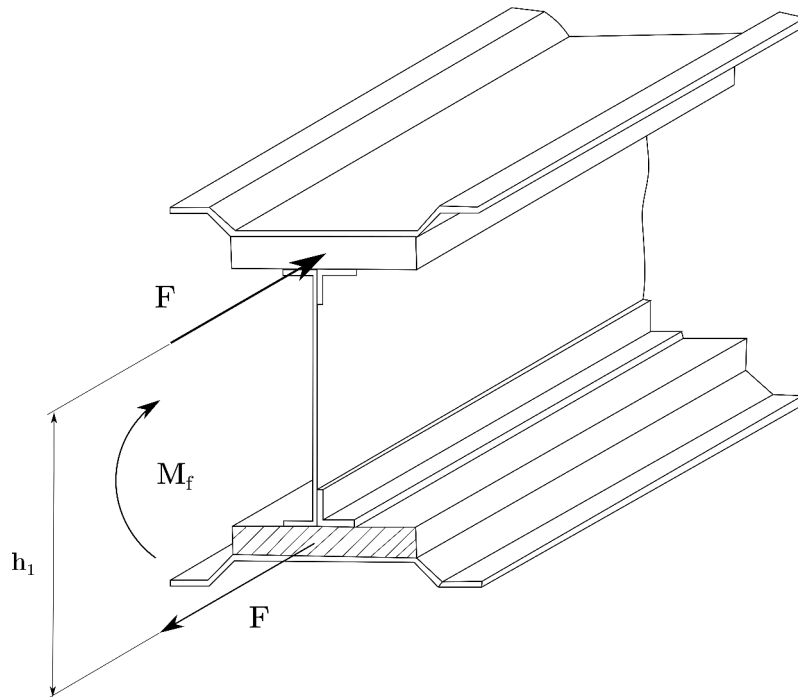


Figura 5.1: Schematizzazione del longherone

Per poter ridurre il valore delle forze F e di conseguenza ridurre le sollecitazioni sulle solette, risulta necessario portare al valore massimo la distanza fra le solette stesse. Per questo motivo il longherone viene posto nella posizione di spessore massimo del profilo mentre le solette vengono poste, compatibilmente con le esigenze costruttive, il più vicino possibile al rivestimento.

Dopo queste considerazioni, si passa al dimensionamento del longherone, supponendo le solette come profilati aventi sezione ad L, unite a coppie all'anima di lamiera, tramite ribaditura. Sapendo che il longherone è posizionato nel punto di massimo spessore percentuale del profilo (NACA 23012) pari al 12 % della corda, si ha che:

$$h_1 = 0.12 \cdot \bar{c} = 0.2076m = 207.6mm \quad (5.1)$$

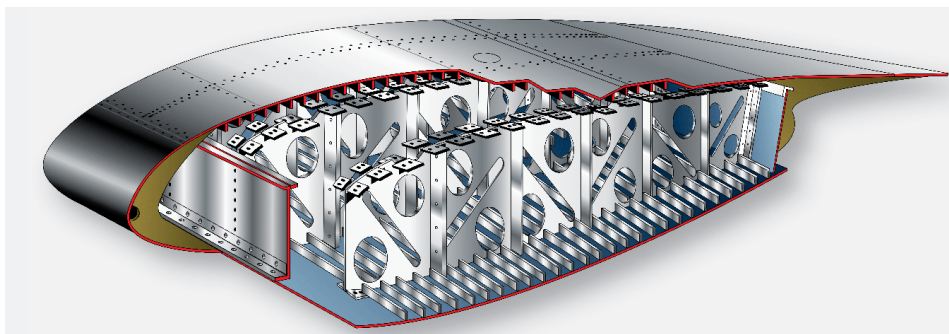


Figura 5.2: Esempio di uno spaccato di un cassone alare [5]

5.2 Dimensionamento delle solette

Si schematizza il cassone alare come una *struttura ad elementi concentrati*: il primo tratto verticale è il **longherone principale** che viene posizionato in corrispondenza del massimo spessore mentre il secondo, detto **falso longherone**, viene posto al 70 % della lunghezza. L'obiettivo è quello di modulare i momenti di inerzia dei due longheroni presupponendo che il momento flettente totale, ridotto dell'aliquota assorbita dai pannelli, si vada a ripartire per il 70% sul longherone anteriore e per il 30% sul longherone posteriore.

Scegliamo come geometria per il correntino quella a "C" di cui viene riportata la geometria:

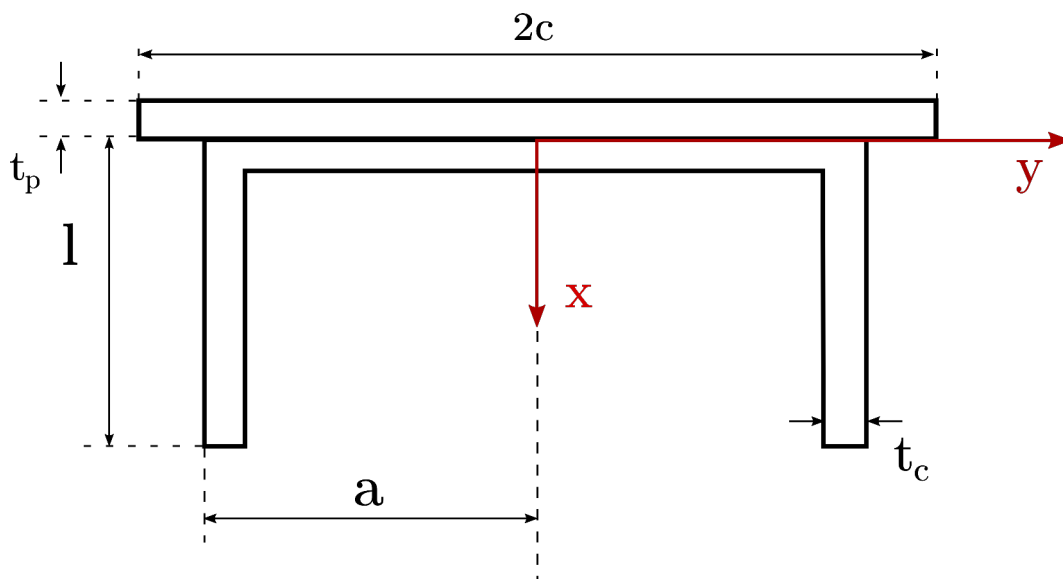


Figura 5.3: Geometria del correntino scelto

Dalla figura 5.3 osserviamo le dimensioni della geometria in Alluminio 7075 - T6:

Dimensioni e Caratteristiche			
t_p	0.7 mm	l	12 mm
t_c	0.6 mm	a	10 mm
n_c	5	ν	0.33
σ_{cy}	430 MPa	E	72.3 GPa

Calcoliamo la σ_{cs} tramite la *formula di Needham*:

$$\sigma_{cs} = (\sigma_{cy} \cdot E)^{0.5} \cdot C_e \cdot \left(\frac{l+a}{2t_c} \right)^{-0.75} = 215.23 \text{ MPa} < 1.00 \cdot \sigma_{cy} \quad (5.2)$$

dove $C_e = 0.342$

La lunghezza collaborante di pannello può essere calcolato con la *formula di Von Karman*

$$c = 16 \cdot t_p = 11.2 \text{ mm} \quad (5.3)$$

Stimando una lunghezza del corrente di 150 mm risulta che $\lambda = b/\rho$ dove ρ ora è il **raggio di inerzia** del nostro corrente. Per poterlo calcolare bisogna individuare il baricentro:

$$x_G = 0$$

$$y_G = \frac{S_{x,tot}}{A_{tot}} = 2.74 \text{ mm}$$

Calcoliamo il momento di inerzia totale del corrente attorno all'asse y suddividendo il corrente e l'area collaborante di pannello in rettangoli in modo da considerare ogni volta sia il momento di inerzia del singolo rettangolo che il momento di trasporto.

$$I_{y,tot} = 523.5 \text{ mm}^4 \quad (5.4)$$

Otteniamo a cascata:

$$\rho = \sqrt{\frac{I_{y,tot}}{A_{tot}}} = 3.55 \text{ mm} \quad (5.5)$$

$$\lambda = \frac{L_0}{\rho} = 56.33 \quad (5.6)$$

Operando un confronto, possiamo osservare che:

$$\lambda_{lim} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2E}{\sigma_{cs}}} = 81.47 > \lambda \quad (5.7)$$

Tramite la *curva di Johnson* possiamo determinare la σ_{cr} di crisi del corrente:

$$\sigma_{cr,C} = \sigma_{cs} - \frac{\sigma_{cs}^2}{4\pi^2 \cdot E} \cdot \lambda^2 = 163.68 \text{ MPa} \quad (5.8)$$

Infine stimiamo il carico critico come:

$$P_{cr} = \sigma_{cr} \cdot [n_c \cdot A_c + 2c \cdot t_p \cdot (n_c - 1)] = 26292.7 \text{ N} \quad (5.9)$$

A questo punto è possibile andare a stimare il massimo momento flettente assorbito dal corrente utilizzando come braccio la media fra le altezze dei due longheroni:

$$b = \frac{h_1 + h_2}{2} = 0.223 \text{ m} \Rightarrow M_{co} = P_{cr} \cdot b = 5863.21 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5.10)$$

Il momento realmente assorbito dalle solette sarà quindi:

$$M_{sol} = M_{max} - M_{co} = 27077.43 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (5.11)$$

Nell'ipotesi che il primo longherone assorba il 70% del carico mentre il secondo solo il 30%, otteniamo che:

$$M_{s,1} = \frac{7}{10} \cdot M_{sol} = 18954.73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{s,2} = \frac{3}{10} \cdot M_{sol} = 8123.74 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Imponendo di volere al massimo una σ di 70 MPa all'interno della soletta dovuta a momento flettente primario, possiamo ricavare:

$$\sigma = \frac{M \cdot h}{2I} \Rightarrow I = \frac{M \cdot h}{2\sigma} \quad (5.12)$$

Otteniamo quindi:

$$I_{long,1} = 2.3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$I_{long,2} = 1.6 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Da questa posizione possiamo adesso ricavare le aree delle solette:

$$A_{s,1} = \frac{2 \cdot I_{s,1}}{h_1^2} = 1591.70 \text{ mm}^2 \quad A_{s,2} = \frac{2 \cdot I_{s,2}}{h_2^2} = 1060.67 \text{ mm}^2 \quad (5.13)$$

I longheroni lavorano in stato tensionale *incompleto* e avremo la presenza di una costante k che indica il contributo di taglio assorbito per tensione diagonale. Vogliamo un valore di k compreso fra 0.4-0.5 e lo imponiamo tramite l'equazione del *Khun*:

$$k = \tanh \left[0.5 \cdot \log \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} \right) \right] \quad (5.14)$$

dove:

$$\begin{cases} \tau_{cr} = k_s \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left(\frac{t_a}{d} \right)^2 \\ \tau_{es} = \frac{T}{h \cdot t_a} \end{cases} \quad (5.15)$$

Supponendo l'anima con spessore trascurabile, tra i correntini successivi non c'è variazione del taglio e quindi di τ_{es} . Dopo un processo a tentativi, avendo supposto l'utilizzo di una lega di alluminio AL 7075 - T6 con modulo di Young pari a 72.3 GPa e coefficiente di Poisson pari a 0.33 si conclude che:

Caratteristiche	Longherone Principale	Longherone Secondario
Spessore anima	0.8 mm	0.5 mm
Passo tra correntini	200 mm	120 mm
τ_{cr}	8.26 MPa	8.40 MPa
τ_{es}	95.21 MPa	97.93 MPa
Fattore di tensione diagonale k	0.486	0.488

Capitolo 6

Verifica dei Longheroni

Al fine di verificare il corrente dovremo verificarlo sia alla σ_{max} sia alla σ_{avg} rispetto alla σ_{cs} e alla σ_{cr} . Al fine di effettuare questa operazione, ci affidiamo alla procedura **NACA TN 266**. Noti i parametri:

Dimensioni generali		
Longherone	Anteriore	Posteriore
Distanza fra le solette h	276 mm	170 mm
Area della soletta A_s	1.70 m ²	1060.67 mm ²
Momento di inerzia della soletta I_s	7500 mm ⁴	7500 mm ⁴
Distanza tra gli upright d	200 mm	120 mm
Area dell'upright A_u	52.5 m ²	35 mm ²
Dimensioni dell'upright $a \times b$	18 x 18 mm	18 x 18 mm
Spessore dell'upright t_u	1.5 mm	1 mm
Raggio di inerzia dell'upright ρ_c	4 mm	4 mm
Eccentricità dell'upright e_c	5.4 mm	5.4 mm
Spessore dell'anima t_a	0.8 mm	0.5 mm
σ_{cy}	430 MPa	430 MPa
σ_{tu}	550 MPa	550 MPa

Tabella 6.1: Dimensioni del cassone alare

6.1 Verifica degli upright

Nell'ipotesi di utilizzare un corrente *single stiffner*, dobbiamo calcolare l'area effettiva dei correnti tenendo presente il contributo dato dall'eccentricità:

$$e = e_c + \frac{t_a}{2} = 5.43 \text{ mm} \quad (6.1)$$

$$A_{u,eff} = \frac{A_u}{1 + (e/\rho)^2} = 17.40 \text{ mm}^2 \quad (6.2)$$

Utilizzando il grafico 12.4.7 [7], possiamo determinare facilmente che:

$$\begin{cases} k = 0.486 \\ \frac{A_{u,eff}}{d \cdot t_a} = 0.1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_u}{\tau_{es}} = 1.1 \quad (6.3)$$

Da qui possiamo poi ricavare la σ_u :

$$\sigma_u = 1.1 \cdot \tau_{es} \quad (6.4)$$

Con l'ausilio del grafico 12.4.8 [7], andiamo a ricavare σ_{max} che dovrà essere verificata a *crippling*:

$$\begin{cases} \frac{d}{h} = 0.72 \\ k = 0.486 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sigma_{max}}{\sigma_u} = 1.18 \quad \sigma_{max} = 123.6 \text{ MPa} \quad (6.5)$$

Dal grafico 12.4.9 [7]:

$$\begin{cases} \frac{t_u}{t_a} = 1.5 \\ k = 0.486 \\ \text{AL 7075 - T6} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{cs} = 24 \text{ ksi} = 165 \text{ MP} \quad (6.6)$$

In definitiva otteniamo che il **margin di sicurezza** sarà:

$$M.S. = \frac{\sigma_{cs}}{\sigma_{max}} - 1 = 0.34 \quad (6.7)$$

Passiamo adesso alla verifica del corrente e anche della σ_{avg} e tramite il grafico 12.4.10 [7]

$$\begin{cases} \frac{d}{h} = 0.72 \\ k = 0.486 \end{cases} \Rightarrow \frac{L''}{h} = 0.85 \quad (6.8)$$

La procedura che stiamo seguendo prevede di utilizzare la lunghezza ipotetica di un *double stiffner*:

$$L'' = \frac{L''}{h} \cdot h = 234.6 \text{ mm}$$

$$L' = \frac{L''}{2} = 117.3 \text{ mm}$$

Di conseguenza andiamo a calcolare la snellezza come:

$$\lambda_c = \frac{L'}{\rho_c} = 29.3 \quad (6.9)$$

E quindi la σ di crisi:

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cs} - \frac{\sigma_{cs}^2 \cdot \lambda_c^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot E} = 156.53 \text{ MPa} \quad (6.10)$$

Calcoliamo quindi la σ_{avg} utilizzando il grafico 12.4.11 [7]:

$$\begin{cases} \frac{b}{t_u} = 12 \\ \text{Forma del corrente ad "L"} \end{cases} \Rightarrow \frac{A_{u,eff}}{A_u} = 0.54 \quad (6.11)$$

$$\sigma_{avg} = \frac{A_{u,eff}}{A_u} \cdot \sigma_u = 56.5 \text{ MPa} \quad (6.12)$$

Dunque:

$$M.S. = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{avg}} - 1 = 1.77 \quad (6.13)$$

6.2 Verifica dell'anima

Il problema che potrebbe presentarsi nell'anima è che è possibile che le τ siano superiori a quelle massime ammissibili e questo porterebbe alla lacerazione dell'anima stessa. Sappiamo che i valori delle τ massime si ottengono nelle zone in corrispondenza degli irrigidimenti, tra solette e upright. Tramite l'utilizzo del grafico 12.4.12 [7]:

$$\begin{cases} k = 0.486 \\ \frac{\sigma_u}{\tau_{es}} = 1.1 \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = 0.78 \quad \alpha = 38.0 \text{ deg} \quad (6.14)$$

Tramite il grafico 12.4.13 [7]:

$$\tan \alpha = 0.78 \Rightarrow C_1 = 0.03 \quad (6.15)$$

Dalle formule note è possibile quindi ricavare il fattore di rigidezza della soletta con il grafico 12.4.14 [7]

$$\omega_d = 0.7 \cdot d \cdot \sqrt[4]{\frac{t_a}{h \cdot 2 \cdot I_s}} = 2.94 \quad (6.16)$$

A cascata possiamo ottenere:

$$C_2 = 0.43 \quad C_3 = 0.88 \quad (6.17)$$

Calcoliamo quindi la τ massima per il materiale:

$$\tau_{max} = \tau_{es} \cdot (1 + k^2 \cdot C_1) \cdot (1 + k \cdot C_2) = 113.43 \text{ MPa} \quad (6.18)$$

Tramite il grafico 12.4.15 [7]:

$$\begin{cases} k = 0.486 \\ \alpha = 38 \text{ deg} \end{cases} \Rightarrow \tau_{amm} = 22 \text{ ksi} = 151.6 \text{ MPa} \quad (6.19)$$

$$M.S. = \frac{\tau_{amm}}{\tau_{max}} - 1 = 0.30 \quad (6.20)$$

6.3 Verifica della soletta

Sappiamo che lavorando in tensione diagonale, quando l'anima si instabilizza tende a crollare. Questo fenomeno porta alla formazione di un **momento secondario** che è massimo vicino alle solette e pari a :

$$M_{max} = \frac{k \cdot C_3 \cdot \tau_{es} \cdot t_a \cdot d^2}{12} \cdot \tan \alpha = 91031.9 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (6.21)$$

A questo punto possiamo ricavare una sollecitazione che avrà come espressione:

$$\sigma_{C_2} = \frac{M_{max}}{I_s} \cdot \frac{h_s}{2} = 72 \text{ MPa} \quad (6.22)$$

Oltre a questa σ agirà $\sigma_{C_1} = 70 \text{ MPa}$ che abbiamo impostato nei capitoli precedenti e una σ_{orizz} pari a:

$$\sigma_{orizz} = \frac{k \cdot F}{2 \cdot A_s \cdot \tan \alpha} = 4.20 \text{ MPa} \quad (6.23)$$

Il margine di sicurezza sarà quindi pari a:

$$M.S. = \frac{1}{\frac{\sigma_{C_1} + \sigma_{orizz}}{\sigma_{cy}} + \frac{\sigma_{C_2}}{\sigma_{tu}}} - 1 = 2.08 \quad (6.24)$$

6.4 Verifica del Longherone Posteriore

Gli stessi calcoli effettuati per il longherone anteriore devono essere svolti per quello posteriore. Otteniamo come risultati:

Verifica del corrente alla σ_{max}	M.S. = 0.79
Verifica del corrente alla σ_{avg}	M.S. = 2.10
Verifica del corrente alla τ_{max}	M.S. = 0.46
Verifica del corrente alla σ_{C_1} , σ_{C_2} e σ_{orizz}	M.S. = 3.64

E' facile rendersi conto che i margini di sicurezza ci suggeriscono che per entrambi i longheroni c'è stato un mal dimensionamento della geometria. Infatti notiamo che esse sono sovradimensionate poiché σ_{C_1} è troppo basso. Assumendo un nuovo valore della tensione relativa al momento flettente primario pari a $\sigma_{C_1} = 110 \text{ MPa}$ otteniamo come margini di sicurezza per le solette rispettivamente 1.1 e 1.5 .

Capitolo 7

Struttura agli elementi concentrati

Rappresentare il cassone alare tramite il **modello agli elementi concentrati** porta ad una serie di agevolazione riducendo la complessità del problema. Quello che si fa è sostituire correnti e solette con delle aree concentrate, dette *booms*, in cui lo sforzo normale è costante. Questa idealizzazione ci permette di assumere che i booms supportano tutto lo sforzo normale mentre i pannelli solo il taglio. [7]

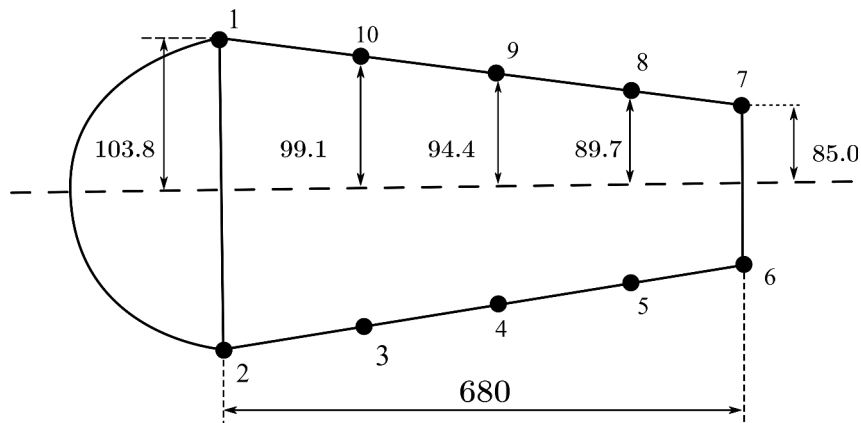


Figura 7.1: Geometria del cassone alare

$$\begin{cases} A_1 = A_2 = 1591.70 \text{ mm}^2 \\ A_6 = A_7 = 1060.67 \text{ mm}^2 \\ A_3 = A_4 = A_5 = A_8 = A_9 = A_{10} = A_{corr} + A_{coll} = 55.28 \text{ mm}^2 \end{cases} \quad (7.1)$$

Individuiamo lo stato tensionale e le σ dovute a flessione e i flussi di taglio q dovuti a taglio e a momento torcente. Scegliamo come sistema di riferimento quello baricentrico che ha l'asse y coincidente con l'asse di simmetria.

Il momento di inerzia baricentrico e il momento massimo saranno:

$$I_{xx} = 4.96 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad M_{max} = 3.72 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (7.2)$$

Risulta in particolare un andamento a farfalla dato dalla legge:

$$\sigma = -\frac{M_x}{I_{xx}} \cdot y \quad (7.3)$$

Possiamo quindi scrivere:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_{min} = -77.85 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = \sigma_{max} = 77.85 \text{ MPa} \\ \sigma_3 = -\sigma_{10} = 74.85 \text{ MPa} \\ \sigma_4 = -\sigma_9 = 70.8 \text{ MPa} \\ \sigma_5 = -\sigma_8 = 67.28 \text{ MPa} \\ \sigma_6 = -\sigma_7 = 63.75 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.4)$$

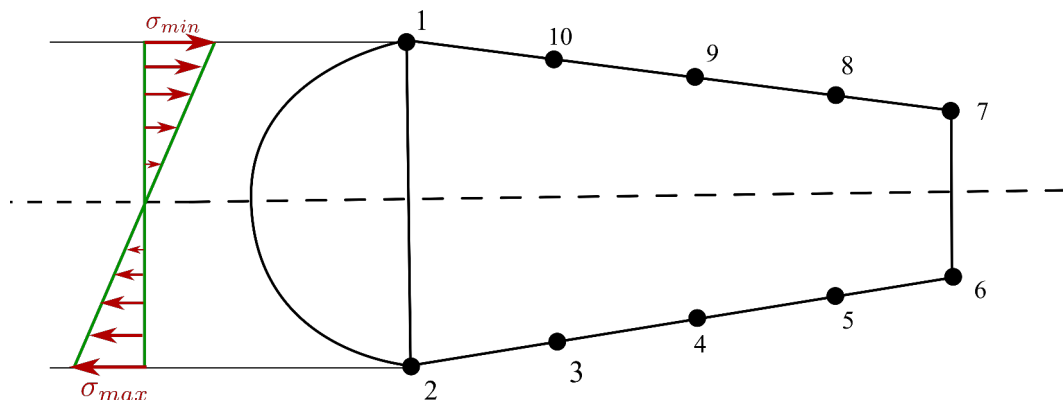


Figura 7.2: Andamento a farfalla delle σ

Poiché abbiamo una struttura pluriconnessa, effettuiamo delle sconnessioni in alcuni punti al fine di ottenere più maglie. In questo modo è possibile avere una configurazione su cui lavorare per ottenere i flussi di taglio dovuti a taglio puro.

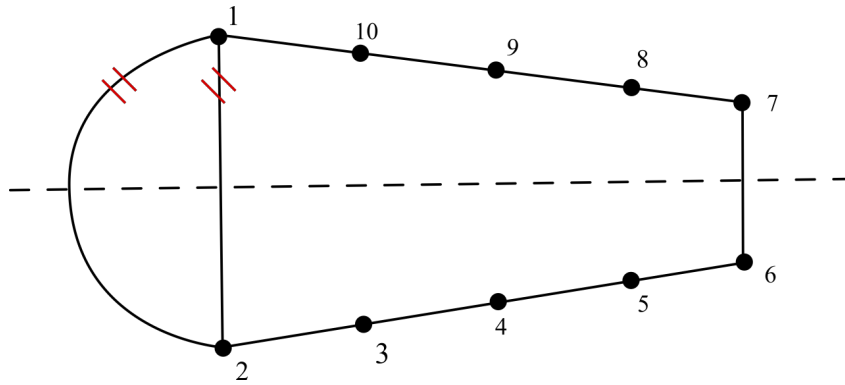


Figura 7.3: Sconnessioni effettuate

Possiamo considerare i flussi di taglio da taglio puro come somma di due contributi:

$$q = q_b + q_{s,0} \quad (7.5)$$

dove q_b è il flusso di taglio che avremmo se la struttura fosse monoconnessa mentre $q_{s,0}$ è l'aliquota che restituisce il valore del flusso di taglio nella regione in cui è presente la sconnessione. La sollecitazione di taglio massima sviluppata dalla portanza la possiamo considerare come una forza concentrata di $16.65 \cdot 10^3 \text{ N}$ applicata

sulla soletta inferiore del longherone principale.

$$q_b = - \left(\frac{S_x \cdot I_{xx} - S_y \cdot I_{xy}}{I_{xx} \cdot I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \cdot \left(\int_0^s t \cdot x \, ds + \sum_{r=1}^n A_r \cdot x_r \right) + \\ - \left(\frac{S_y \cdot I_{yy} - S_x \cdot I_{xy}}{I_{xx} \cdot I_{yy} - I_{xy}^2} \right) \cdot \left(\int_0^s t \cdot y \, ds + \sum_{r=1}^n A_r \cdot y_r \right) \quad (7.6)$$

Poiché la struttura è simmetrica, $I_{xy} = 0$ e poiché lo spessore è trascurabile, lo saranno anche gli integrali. Inoltre, dato che T punta verso l'alto, $S_x = 0$.

$$q_b = - \frac{S_y}{I_{xx}} \cdot \sum_{r=1}^n A_r \cdot y_r \quad (7.7)$$

nell'ipotesi che il verso positivo sia quello antiorario:

$$\left\{ \begin{array}{ll} q_{b,2-3} = 58.58 \frac{N}{mm} & q_{b,7-8} = 64.13 \frac{N}{mm} \\ q_{b,3-4} = 60.52 \frac{N}{mm} & q_{b,8-9} = 62.37 \frac{N}{mm} \\ q_{b,4-5} = 62.37 \frac{N}{mm} & q_{b,9-10} = 60.52 \frac{N}{mm} \\ q_{b,5-6} = 64.13 \frac{N}{mm} & q_{b,10-1} = 58.58 \frac{N}{mm} \\ q_{b,6-7} = 96.08 \frac{N}{mm} & \end{array} \right.$$

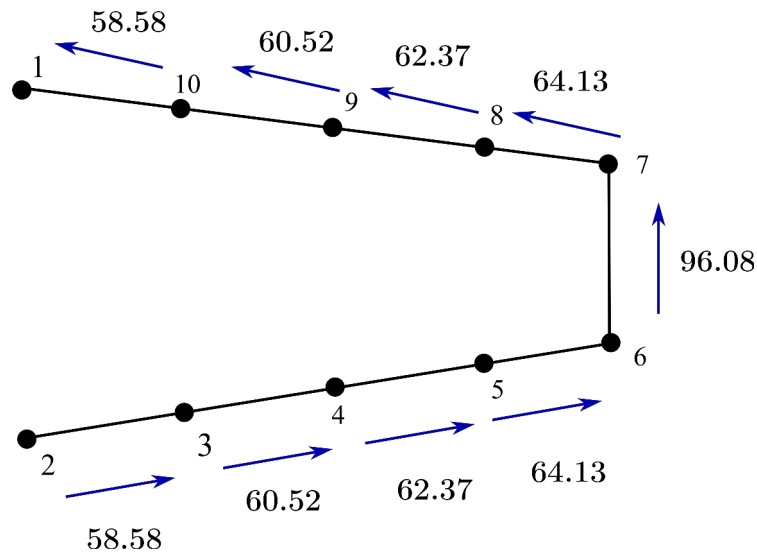


Figura 7.4: Distribuzione delle q_b

Andando ad imporre che $M_{int} = M_{ext}$ rispetto ad un opportuno polo, è possibile trovare le $q_{s,0}$. Risulta scegliendo come polo il punto 2:

$$\begin{cases} M_{ext} = 0 \\ M_{int} = \oint q \cdot p \, ds = \oint q_b \cdot p \, ds + 2A'_B \cdot q_{s,01} + 2A''_B \cdot q_{s,02} \end{cases} \quad (7.8)$$

Dove A'_B è l'area di Bredt della prima maglia mentre A''_B è quella della seconda e p il braccio variabile rispetto al punto 2.

$$2.13 \cdot 10^7 + 2 \cdot (16915.87) \cdot q_{s,01} + 2 \cdot (128384) \cdot q_{s,02} = 0 \quad (7.9)$$

Avendo due incognite abbiamo bisogno di un'equazione ausiliaria ottenuto imponendo l'uguaglianza degli angoli di torsione delle due maglie:

$$\frac{d\theta_1}{dz} = \frac{d\theta_2}{dz} \Leftrightarrow \frac{1}{A_1 \cdot G \cdot t} \int_I q \, ds = \frac{1}{A_2 \cdot G \cdot t} \int_{II} q \, ds \quad (7.10)$$

Mettendo a sistema le equazioni:

$$\begin{cases} 2.13 \cdot 10^7 + 2 \cdot (16915.87) \cdot q_{s,01} + 2 \cdot (128384) \cdot q_{s,02} = 0 \\ 6.740 \cdot 10^6 \cdot q_{s,01} - 6.150 \cdot 10^6 \cdot q_{s,02} = 2263.5 \end{cases} \quad (7.11)$$

Si ottiene:

$$q_{s,01} = -52.58 \frac{N}{mm} \quad q_{s,02} = -76.05 \frac{N}{mm} \quad (7.12)$$

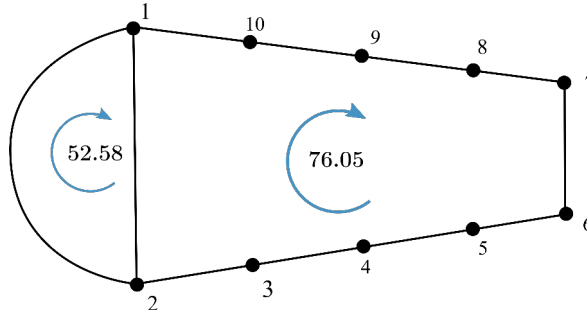


Figura 7.5: Distribuzione delle $q_{s,0}$

Sostituendo i valori trovati, ricaviamo il valore definitivo di q

$$\left\{ \begin{array}{ll} q_{1-2} = -23.17 \frac{N}{mm} & q_{1-2,curvo} = -57.58 \frac{N}{mm} \\ q_{2-3} = -17.47 \frac{N}{mm} & q_{7-8} = 64.13 \frac{N}{mm} \\ q_{3-4} = -15.53 \frac{N}{mm} & q_{8-9} = -13.68 \frac{N}{mm} \\ q_{4-5} = -13.68 \frac{N}{mm} & q_{9-10} = -15.53 \frac{N}{mm} \\ q_{5-6} = -11.92 \frac{N}{mm} & q_{10-1} = -17.47 \frac{N}{mm} \\ q_{6-7} = 20.03 \frac{N}{mm} & \end{array} \right.$$

L'ultimo step è quello legato ai flussi dovuti a momento torcente. Il sistema da risolvere sarà:

$$\begin{cases} M_T = 2 \cdot A'_B \cdot q_{T,1} + 2A''_B \cdot q_{T,2} \\ \oint_I q_T ds = 2G \cdot t \cdot \theta \cdot A'_B \\ \oint_{II} q_T ds = 2G \cdot t \cdot \theta \cdot A''_B \end{cases} \quad (7.13)$$

Dal quale si ricava:

$$q_{T,1} = -9.98 \frac{N}{mm} \quad q_{T,2} = -15.30 \frac{N}{mm} \quad (7.14)$$

Conseguentemente possiamo ricavare i flussi di taglio da momento torcente come:

$$\begin{aligned} q_{1-2} &= -5.30 \frac{N}{mm} \\ q_{1-2,curvo} &= -9.98 \frac{N}{mm} \\ q_{i,i+1} &= -15.30 \frac{N}{mm} \quad \text{con } i \in [2, 10] \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

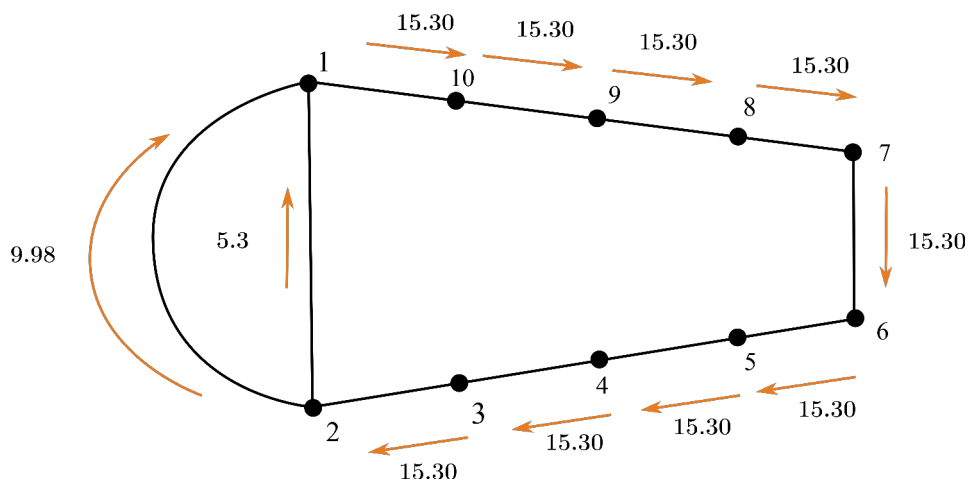


Figura 7.6: Rappresentazione dei flussi di taglio dovuti al momento torcente

Bibliografia

- [1] Beechcraft Corporation, *Pilot's Operating Handbook and FAA Approved Airplane Flight Manual*.
- [2] European Aviation Safety Agency, *Certification Specifications for Normal, Utility, Aerobatic and Commuter Category Aeroplanes CS-23*.
- [3] Prandtl L., Tietjens O. G., *Applied Hydro Aeromechanics (1957)*, Dover Publications.
- [4] Abbott, I. H., Von Doenhoff, A. E. (2012), *Theory of wing sections: including a summary of airfoil data*, Courier Corporation.
- [5] Sivarama Prasad Peruru, Suman Babu Abbiseti, *Design and Finite Element Analysis of Aircraft Wing Using Ribs and Spars (2017)*, International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET).
- [6] Monti Rodolfo, Raffaele Savino, *Aerodinamica (1998)*, Liguori Editore.
- [7] Megson, Thomas Henry Gordon, *Introduction to aircraft structural analysis (2013)*, Butterworth-Heinemann.