

# Höhenkorrektur bei Höhenmessern

**Flytec AG**  
Electronic flight instruments  
made in Switzerland  
**Ebenastrasse 8a, CH-6048 Horw**  
Telefon 041 / 340 34 24  
Telefax 041 / 340 54 24

## Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung .....	1
2	Die internationale Druck- und Höhenformel.....	1
2.1	Internationale Druckformel .....	2
2.2	Internationale Höhenformel .....	3
2.3	Einfluss der verschiedenen Parameter.....	4
3	Einfluss des Wetters.....	5
3.1	Grossräumige Wettererscheinungen.....	5
3.2	Entstehung und Eigenschaften .....	6
3.3	Warmlufthoch im Sommer.....	7
3.4	Kaltlufttief im Winter .....	9
3.5	Kaltlufthoch im Frühling.....	10
3.6	Inversionslagen .....	11
3.7	Warmlufthoch im Winter .....	11
3.8	Auswirkungen auf die Höhenmessung .....	11
4	Höhenkorrektur vs. Initialdruckkorrektur .....	13
4.1	Vergleich mit bestehenden Lösungen .....	15
4.1.1	Fluginstrumente .....	15
4.1.2	Mechanische Wanderhöhenmesser .....	16
4.1.3	Höhenverstellung in der Fliegerei.....	17
4.1.4	Definition der Standardatmosphäre.....	18
5	Empfehlung .....	19

## 1 Zusammenfassung

Höhenmesser müssen auf den momentan herrschenden Druck abgeglichen werden, damit die angezeigte Höhe mit der wirklichen (geometrischen) Höhe übereinstimmt. Dies kann man durch eine Änderung des Initialdruckes  $p_0$  machen, oder durch addieren oder subtrahieren der Höhendifferenz bezogen auf Meereshöhe. Im folgenden werden die Wettereinflüsse und die beiden Methoden miteinander verglichen. Die beiden Methoden ergeben etwa gleich gute Ergebnisse. Der Wettereinfluss ist aber viel grösser als der kleine Unterschied. Bei reinen Höhenmessern ist es in der Regel einfacher mit der Höhenkorrektur zu arbeiten.

## 2 Die internationale Druck- und Höhenformel

$g_0$	9.80665	$\text{m s}^{-2}$	Gravitationsbeschleunigung
$R^* = R_{\text{star}}$	$8.31432 \cdot 10^3$	$\text{Nm kmol}^{-1} \text{K}^{-1}$	Universelle Gaskonstante ( $R \cdot M$ )
$M_L$	28.964425	$\text{kg kmol}^{-1}$	Relative Molekülmasse von trockener Luft
$T_0$		K	Temperatur trockener Luft auf der geometrischen Höhe $h = 0 \text{müM}$
$T$	$f(h)$	K	Temperatur trockener Luft auf der geometrischen Höhe $h$
$\gamma$	$-6.50 \cdot 10^{-3}$	$\text{K m}^{-1}$	Temperaturgradient der polytropen Atmosphäre
$h$		m	geometrische Höhe
$p_0$	1013.25	hPa	Normaldruck auf $h = 0 \text{müM}$
$p(h, T)$		hPa	Luftdruck auf der geometrischen Höhe $h$ [müM] bei der Temperatur $T$ [K]

Die Formel gilt unter folgenden Annahmen:

1. Die Luft wird als ideales Gas betrachtet
2. Die Luft ist trocken
3. Die Zusammensetzung der Luft ist über die Höhe homogen.
4. Die Erdbeschleunigung  $g$  wird über die Höhe als konstant angenommen

Unter Verwendung der Gleichung  $T(h) = T_0 + \gamma * h$  und der darausfolgenden Substitution  $dh = (1/\gamma) * dT$  kann die statische Grundgleichung wie folgt integriert werden:

$$\int_{p_0}^p \frac{1}{p} dp = - \int_{T_0}^T \frac{g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} * \frac{1}{T} dT \Rightarrow \ln p \Big|_{p_0}^p = \frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} * \ln T \Big|_{T_0}^T$$

$$\ln p - \ln p_0 = \ln \frac{p}{p_0} = \frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} * (\ln T - \ln T_0) = \frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} * \ln \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{\frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} * \ln \left( \frac{T}{T_0} \right)} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma}} = \left( \frac{T_0 + \gamma * h}{T_0} \right)^{\frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma}}$$

$$p(T_0, p_0, h) = p_0 * \left( 1 + \frac{\gamma}{T_0} * h \right)^{\frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma}}$$

Der US Standard und CINA legen die Temperatur  $T_0$  und den Druck  $p_0$  auf Meereshöhe fest. Sie betragen:

$$T_0 = 15^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}$$

$$P_0 = 1013.25 \text{ hPa}$$

$$\alpha = \frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma} = 5.2558806$$

ergibt sich die auf der Annahme einer polytropen Atmosphäre beruhenden sog.

## 2.1 Internationale Druckformel

$$p(T_0, p_0, h) = p_0 * \left( 1 + \frac{\gamma}{T_0} * h \right)^{\frac{-g_0 * M_L}{R_{star} * \gamma}}$$

$$p(p_0, T_0, h) = p_0 (1 + 22.5577 * 10^{-6} * h)^{5.255}$$

Durch Umformung erhält man die sog.

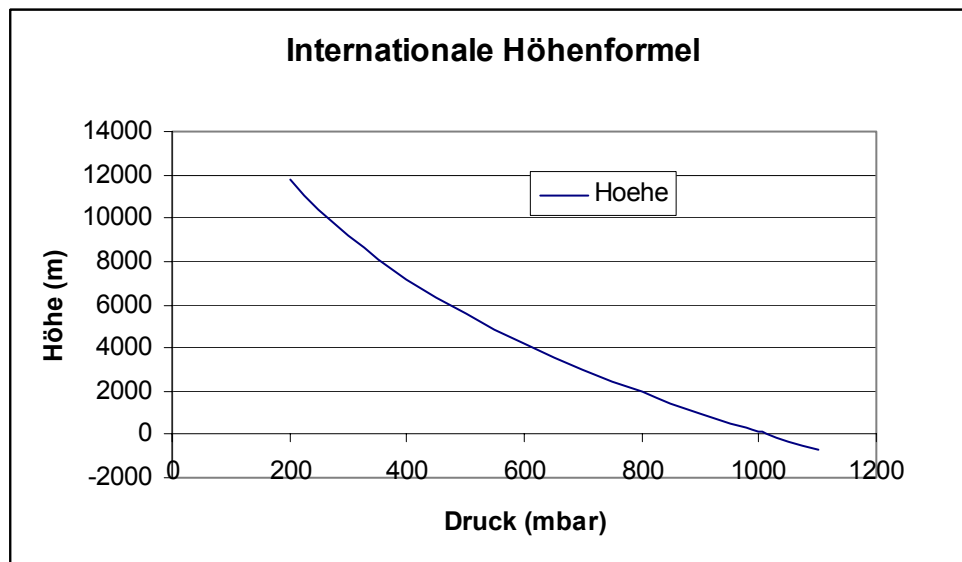
## 2.2 Internationale Höhenformel

$$h(p_0, T_0, h) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - \frac{-g_0 \cdot M_L}{R_{star} \cdot \gamma} \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right)$$

$$h(p_0, T_0, p) = 44330 \cdot \left( 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{5.255}} \right) = 44330 \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right)$$

Anmerkung: der Gradient wird negativ eingesetzt, also  $-0.0065 \text{ K/m}$ .

Sowohl in der Druckformel als auch in der Höhenformel beziehen sich  $p_0$  bzw.  $T_0$  auf 0müM bzw. auf  $T_0$ . Dies ist allerdings nicht zwingend, denn die beiden Gleichungen bleiben auch gültig, wenn  $p_0$  bzw.  $T_0$  auf ein beliebiges Niveau bzw. auf eine beliebige Temperatur bezogen werden.



## 2.3 Einfluss der verschiedenen Parameter

Einfluss eines Offsets des Drucksensors

Ein Offset auf dem Drucksensor muss direkt beim gemessenen Druck kompensiert werden

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p + \Delta p}{p_0}} \right)$$

Einfluss des Initialdruckes  $p_0$

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0 + \Delta p_0}} \right)$$

Einfluss der Temperatur

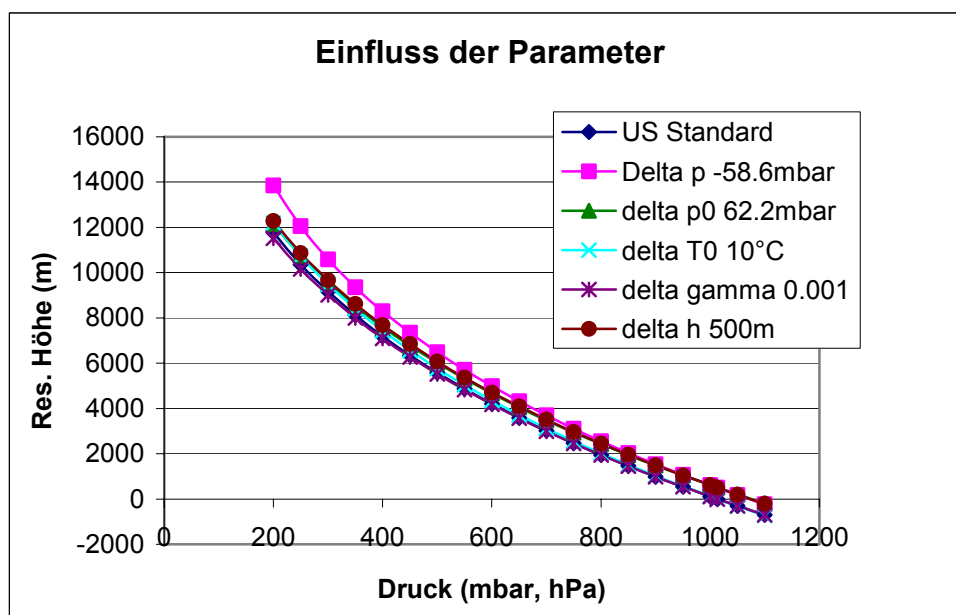
$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0 + \Delta T}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right)$$

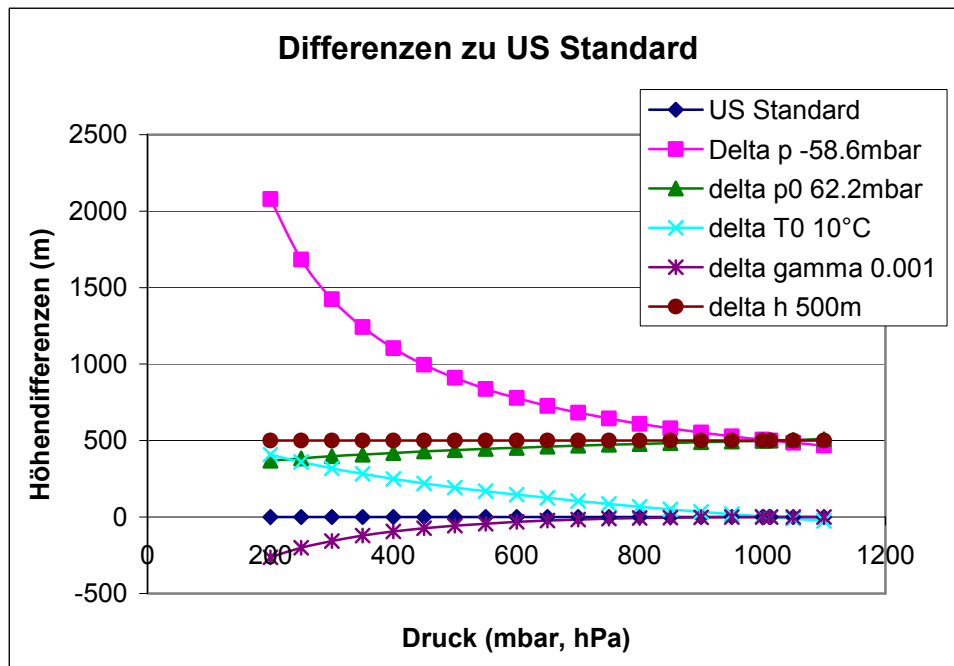
Einfluss des Gradienten

$$h(p_0, T_0, h) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - \frac{-g_0 \cdot M_L}{R_{star} \cdot \gamma} \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right)$$

Einfluss einer Höhenkorrektur

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right) + \Delta h$$





Die Parameter, die direkt die Grundhöhe beeinflussen wurden so gewählt, dass sie bei 1013.25 mbar eine Höhendifferenz von 500m ergeben.

Wie man sieht weichen die Kurven delta h 500m (braun) nur wenig von der Kurve delta p 62.2mbar (grün) ab.

### 3 Einfluss des Wetters

Die internationale Höhenformel basiert auf einer theoretischen Atmosphäre. Wenn man voraussetzt, dass das Wetter als Turbulenz einer Luftmasse aufzufassen ist, und man annimmt, dass diese Turbulenzen statistisch verteilt sind, muss der langjährige Durchschnitt sehr genau der theoretischen Atmosphäre entsprechen. (Wir haben ja nur eine Atmosphäre!!). Lokal müssen aber auch wieder Unterschiede feststellbar sein. Diese sind bedingt durch die grossräumigen Wetterphänomene wie die Äquatorialen Tiefdruckzonen, und die sie umgebenden Hochdruckbänder. Auch geographische Einflüsse spielen eine Rolle, z.B. die Alpen. So beträgt z.B. der langjährige Durchschnitt des Drucks in der Schweiz 1017.25 hPa (Quelle SMA Meteo Schweiz).

#### 3.1 Grossräumige Wettererscheinungen

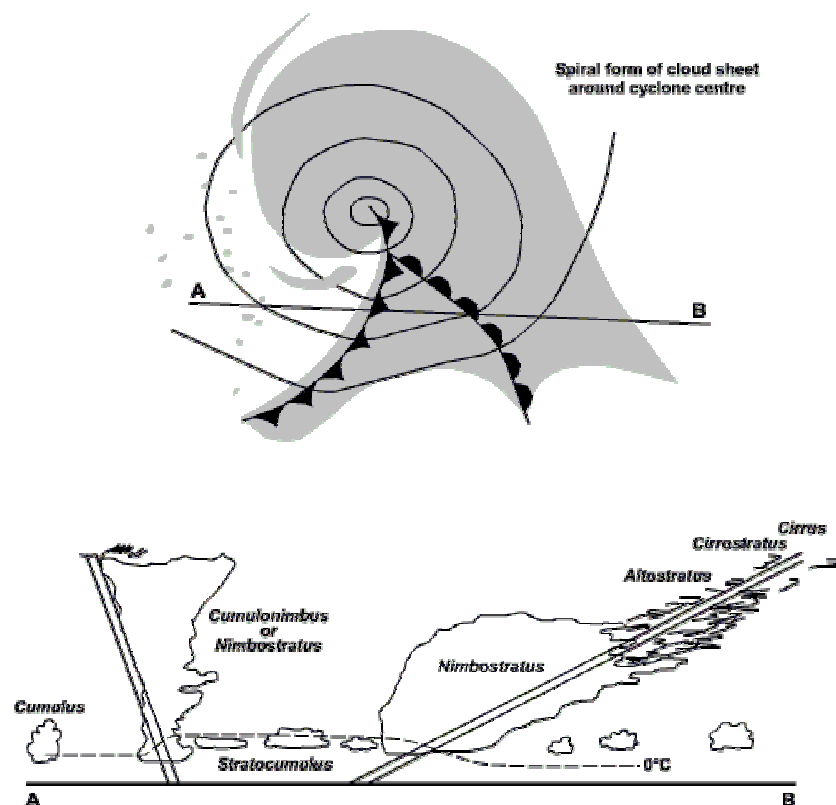
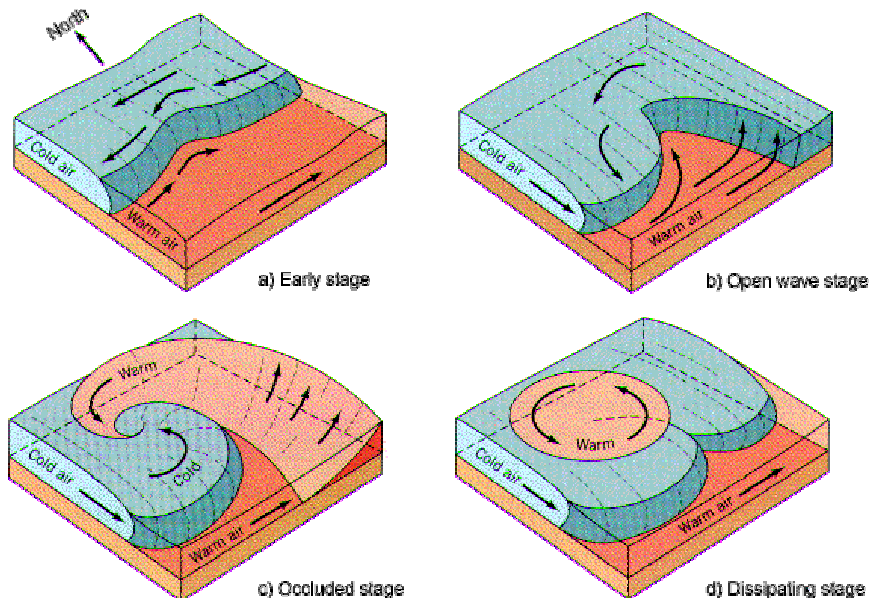
Es stellt sich deshalb die Frage, wieso überhaupt auf einer bestimmten Höhe ein anderer Druck herrscht als der Normaldruck. Die den Druck beeinflussenden Wetterereignisse sind Hochdruckgebiete und Tiefdruckgebiete. Bei uns kommen häufig folgende dieser Grosswetterlagen vor:

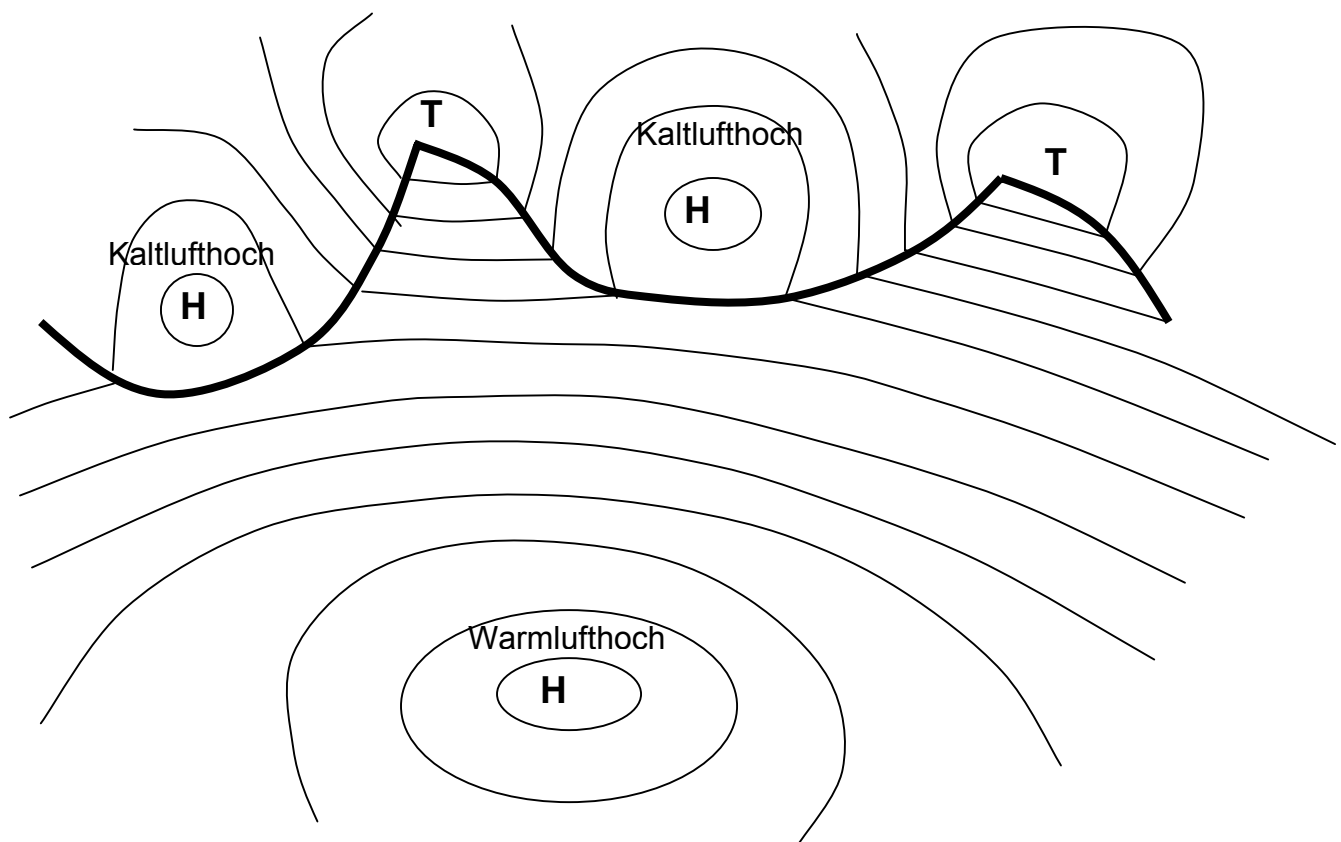
- Warmlufthoch im Sommer
- Kaltlufthoch im Sommer
- Kaltlufttief im Winter
- Warmlufthoch im Winter

Diese Wettertypen unterscheiden sich fundamental im Druckverlauf über die Höhe.

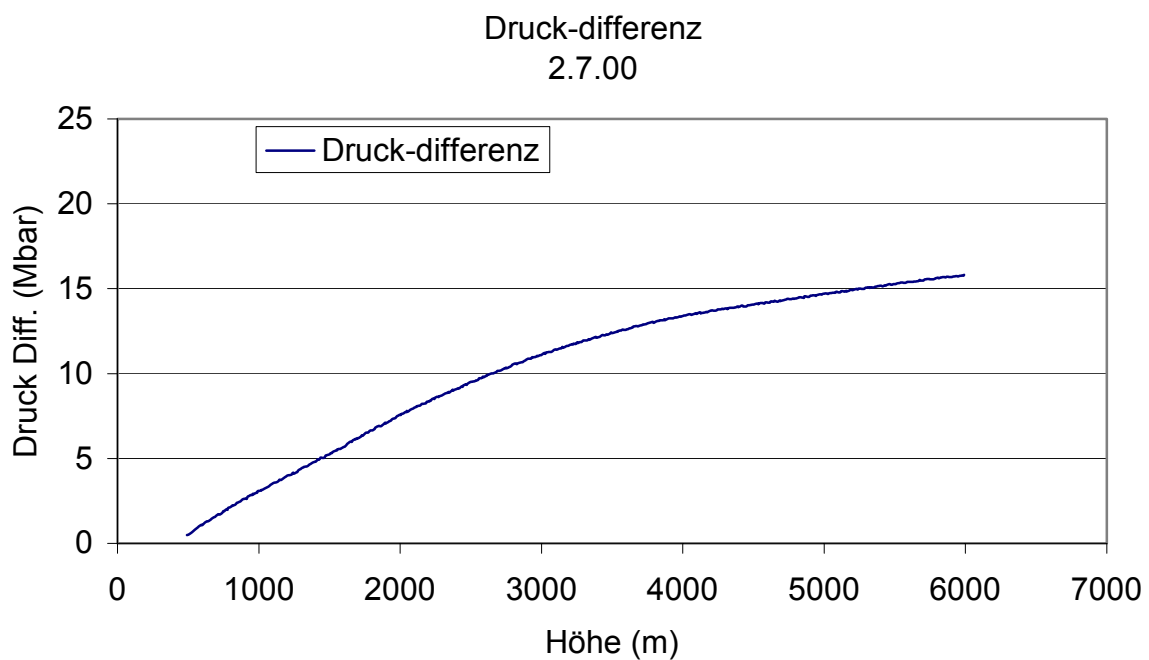
Die obengenannten Wettertypen kommen selten in reiner Form vor. Die Regel sind Mischlagen, die aber glücklicherweise eher zu einer homogenen Druckverteilung führen. Die obengenannten Wettertypen sind die Extreme.

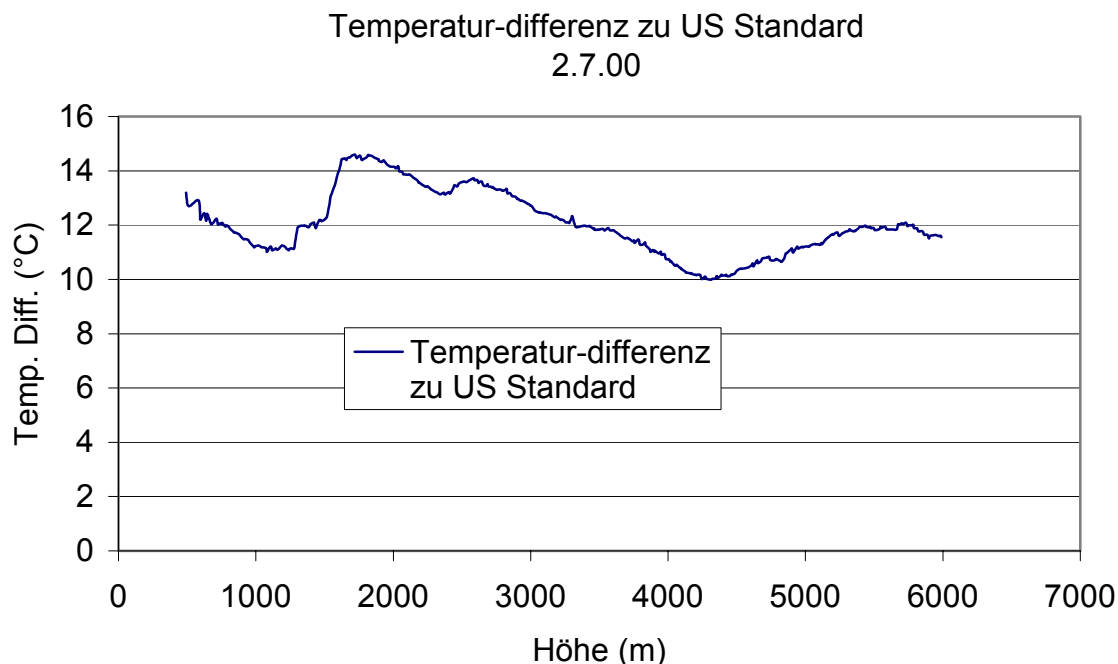
## 3.2 Entstehung und Eigenschaften





## 3.3 Warmlufthoch im Sommer



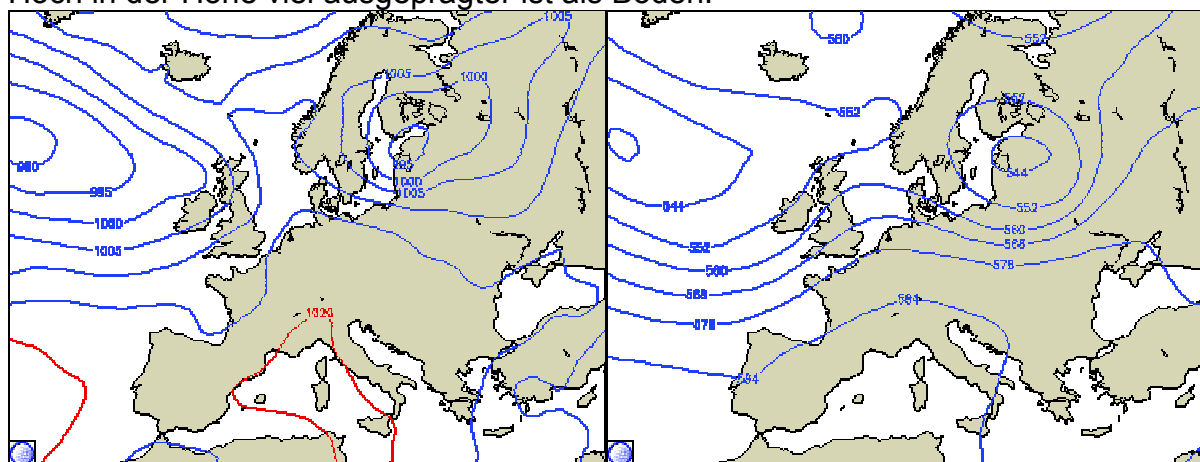


Das Warmlufthoch im Sommer ist das stabile Azorenhoch. Es handelt sich um eine Luftpumpe, die gleichmässig über die Höhe zu warm ist. Es wirkt sich bis auf grosse Höhen aus.

Die Druckverteilung kann man sich so erklären:

Eine Luftsäule, die annähernd dem Standarddruck entspricht bleibt an Ort und wird erwärmt. Sie dehnt sich nach oben aus, es kommt aber nicht mehr Luft dazu oder geht weg (Geschlossene Säule). Unten an der Säule ist immer noch das gleiche Gewicht, das heisst, der Druck ist auf Meereshöhe annähernd normal. Wenn man aber auf z.B. 5000 m Höhe steht, und die Luft dehnt sich aus, heisst das, dass man mehr Luft über sich hat. Deshalb nimmt der Druck zu.

Dies sieht man auch im Vergleich der Isobarenkarte mit der Geopotential Karte. Die Isobarenkarte zeigt den Druck zurückgerechnet auf Meereshöhe (QNH). Die Geopotentialkarte zeigt die 500hPa Linien in Dekametern an. Man sieht, dass dieses Hoch in der Höhe viel ausgeprägter ist als Boden.

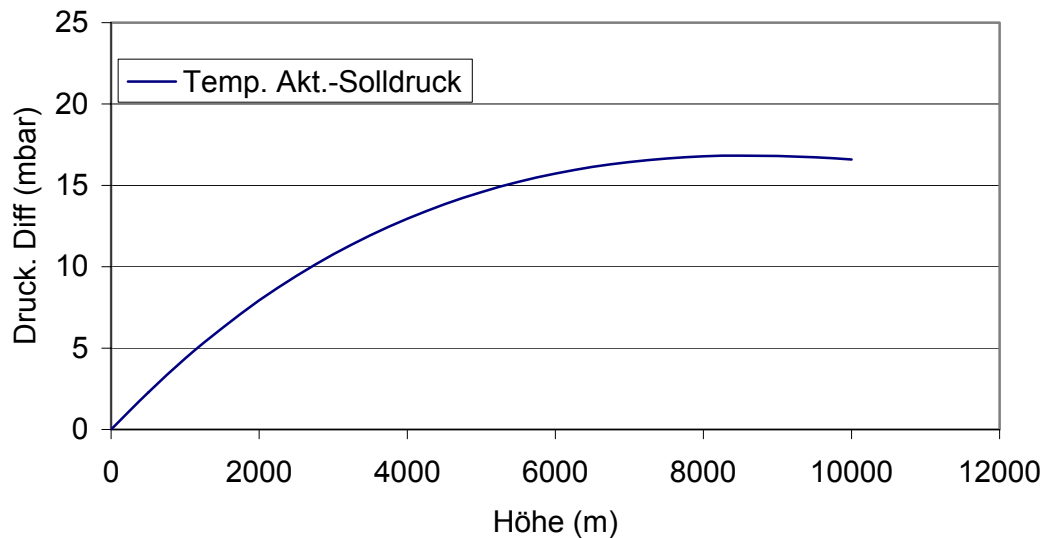




Setzt man diese 12° zu Warm in die Druckformel ein als  $\Delta T$ , ergibt sich folgender Verlauf

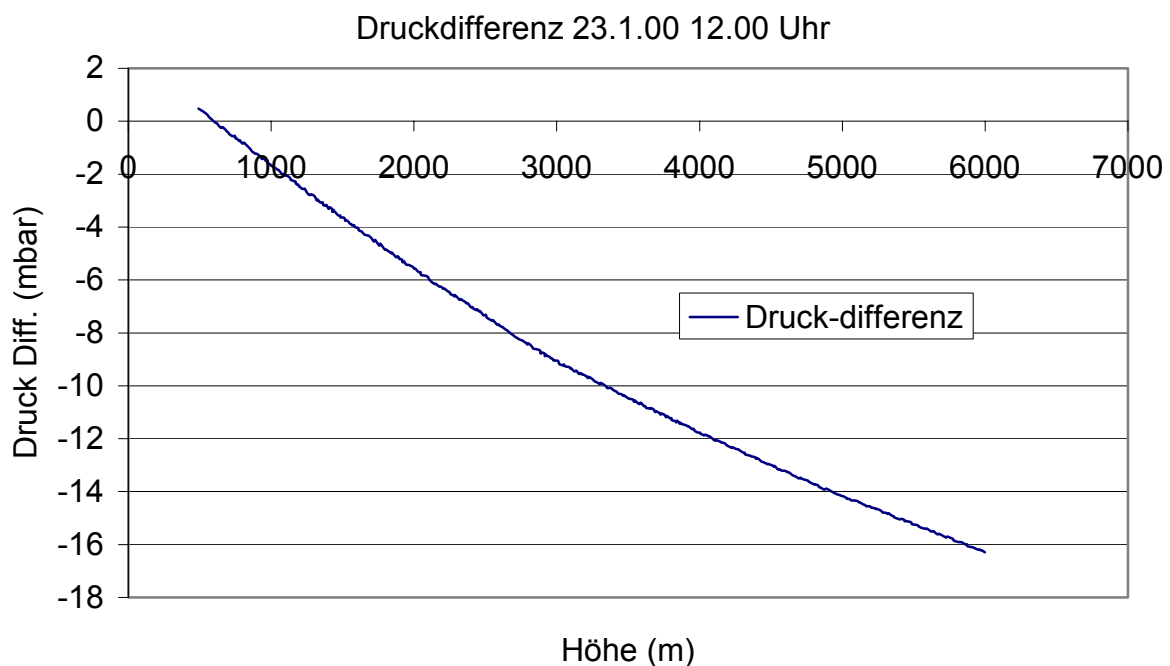
$$p(T_0, p_0, h) = p_0 \cdot \left( 1 + \frac{\gamma}{T_0 + \Delta T} \cdot h \right)^{\frac{-g_0 \cdot M_L}{R_{star} \cdot \gamma}}$$

Differenzen Parameter

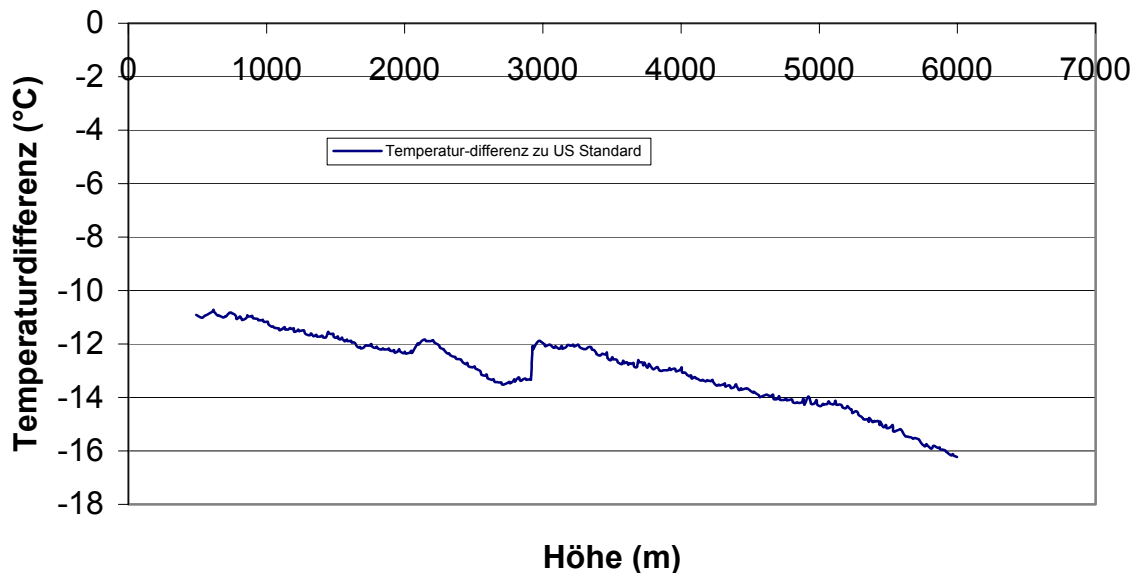


Die Rechnung und der gemessene Wert stimmen sehr gut überein.

### 3.4 Kaltlufttief im Winter



Temperaturdifferenz zu US Standard 23.1.00 12.00 Uhr

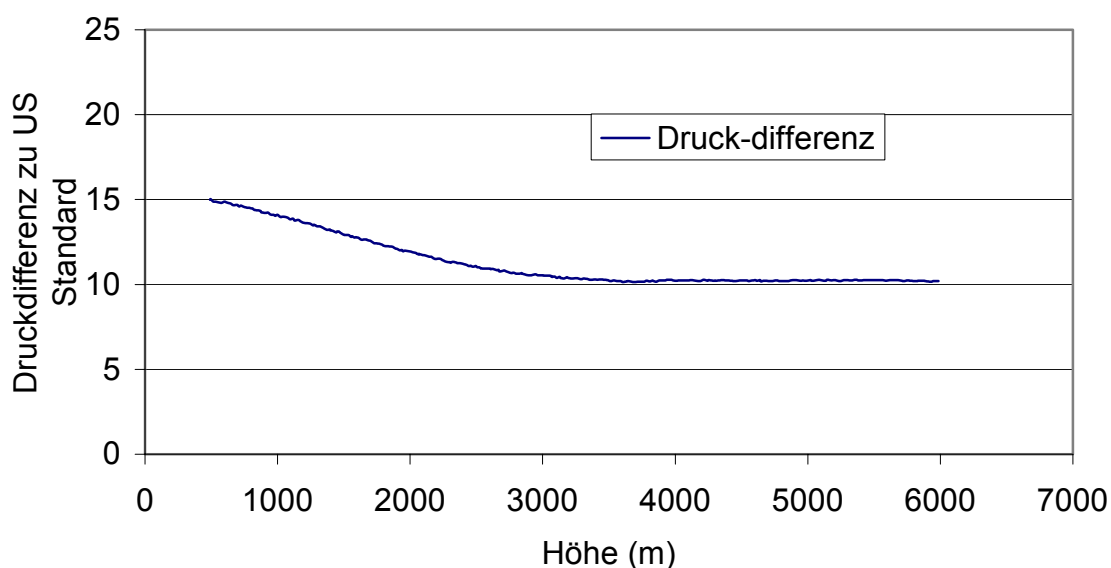


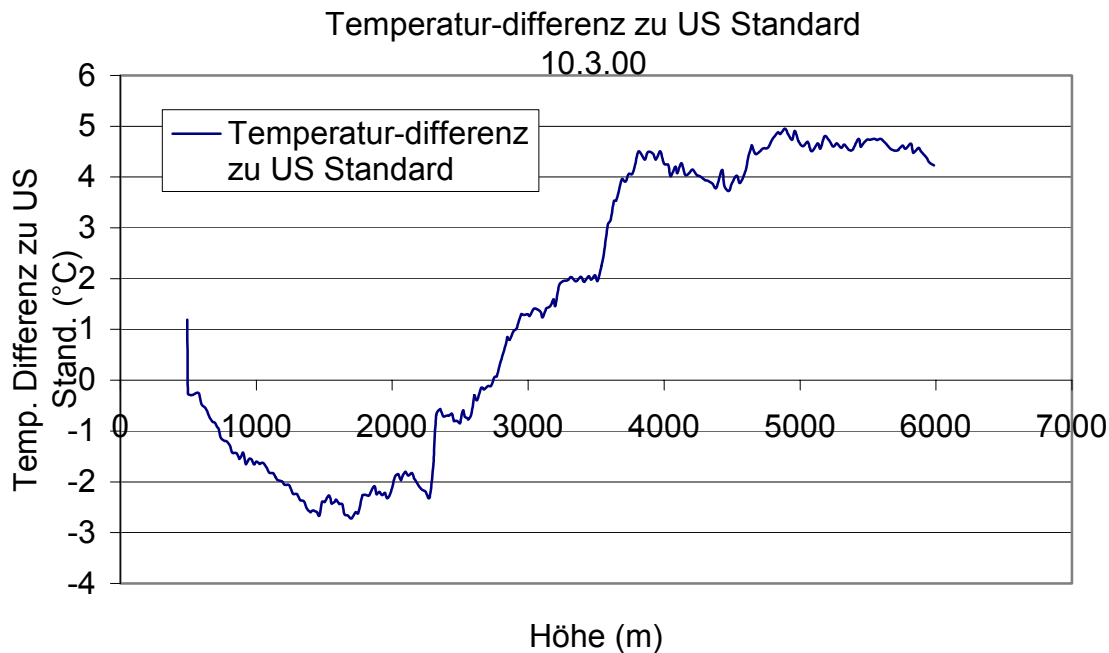
Man sieht diesen Verlauf auch beim Kaltlufttief im Winter. Es gelten die gleichen Überlegungen wie beim Warmlufthoch im Sommer.

### 3.5 Kaltlufthoch im Frühling

Das Kaltlufthoch ist das Zwischenhoch, das im Gefolge einer Kaltfront kommt. Es handelt sich um einen Kaltlufttropfen, der sich auf dem Boden unter eine Warmluft schiebt. Er wirkt sich nur bis etwa 3000m aus. Darüber ist die Grossräumige Wetterlage bestimmend. Die Isobarenkarte zeigt ein kräftiges Hoch, die Geopotentialkarte ein eher flaches Hoch oder sogar ein Tief.

Druck-differenz  
10.3.00





### 3.6 Inversionslagen

Inversionslagen äusseren sich ähnlich wie ein Kaltlufthoch, ausser dass die Inversion nur bis 1000 bis 2000 m reicht.

### 3.7 Warmlufthoch im Winter

Das Gegenteil des Kaltlufthochs (Zwischenhoch) ist eigentlich nicht möglich, da ja dann unten warme Luft liegen müsste, und oben Kaltluft. Da warme Luft aber steigt, ist das eine instabile Luftschichtung

### 3.8 Auswirkungen auf die Höhenmessung

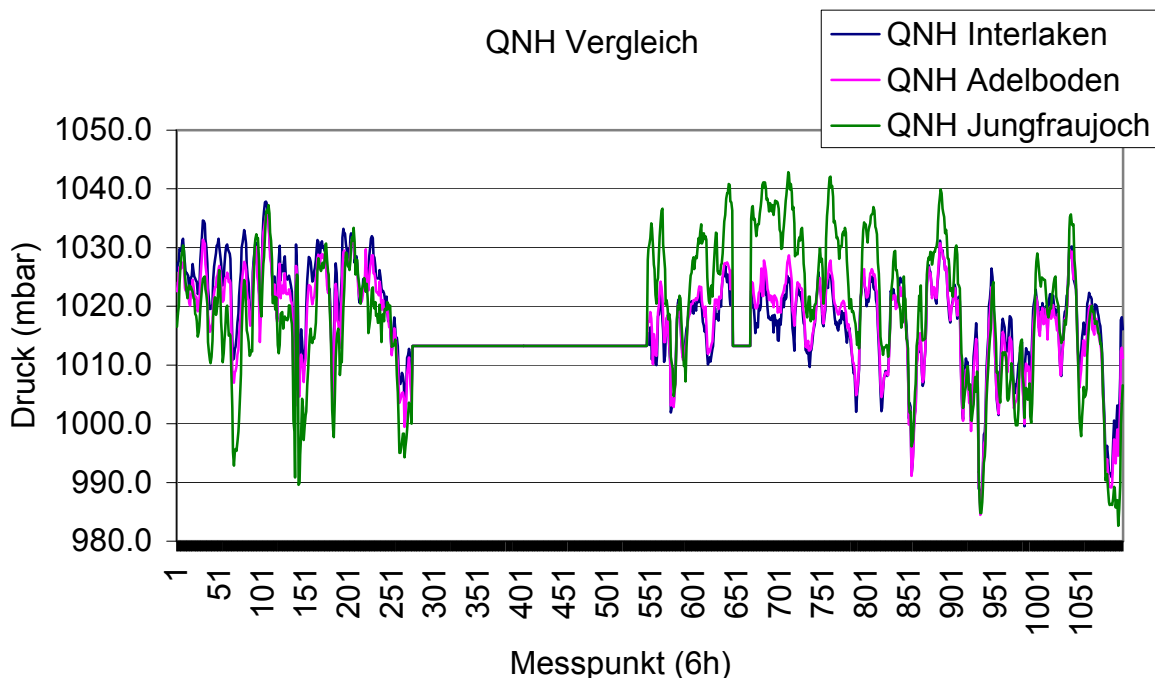
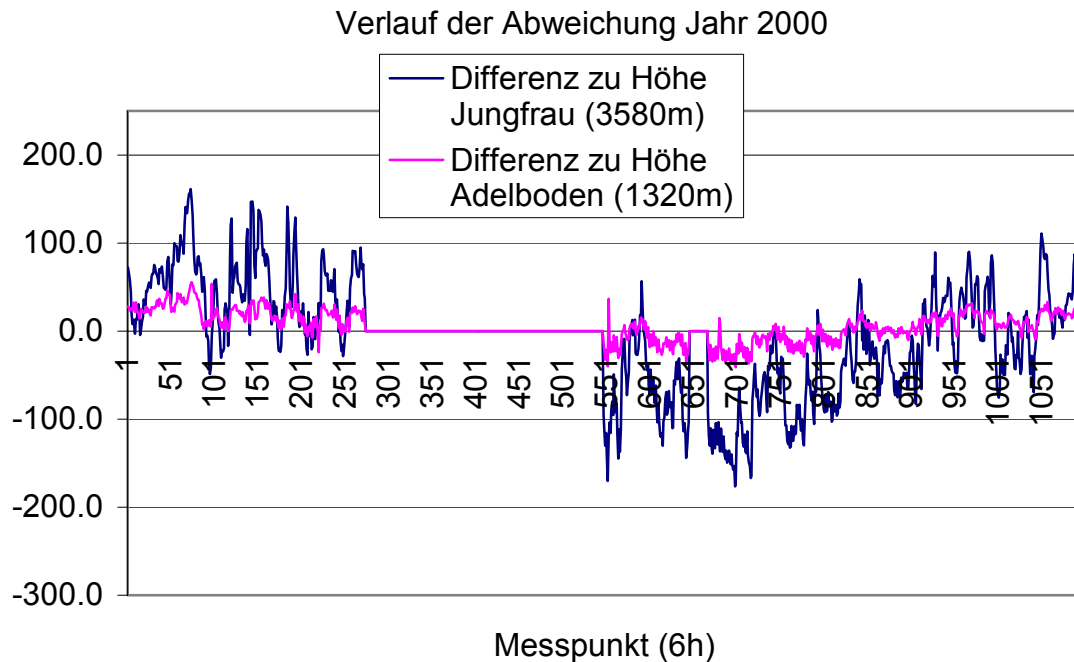
Das Kaltlufthoch und die Inversionslage sind für die Höhenmessung kein Problem. Der Druckunterschied am Boden ist gross, man korrigiert entsprechend viel. Mit zunehmender Höhe nimmt der Druck eher ab, oder bleibt stabil. Die Korrektur wirkt eher zuviel aber in die richtige Richtung.

Verheerend für die Höhenmessungen sind die Warmlufthochs und Kaltlufttiefs. Da dort der Druck am Boden nur leicht erhöht oder erniedrigt ist, korrigiert man wenig. Der Fehler nimmt mit zunehmender Höhe zu.

In der Jahresstatistik sind die extremen Fehlerspitzen solche Warmlufthochs oder Kaltlufttiefs.

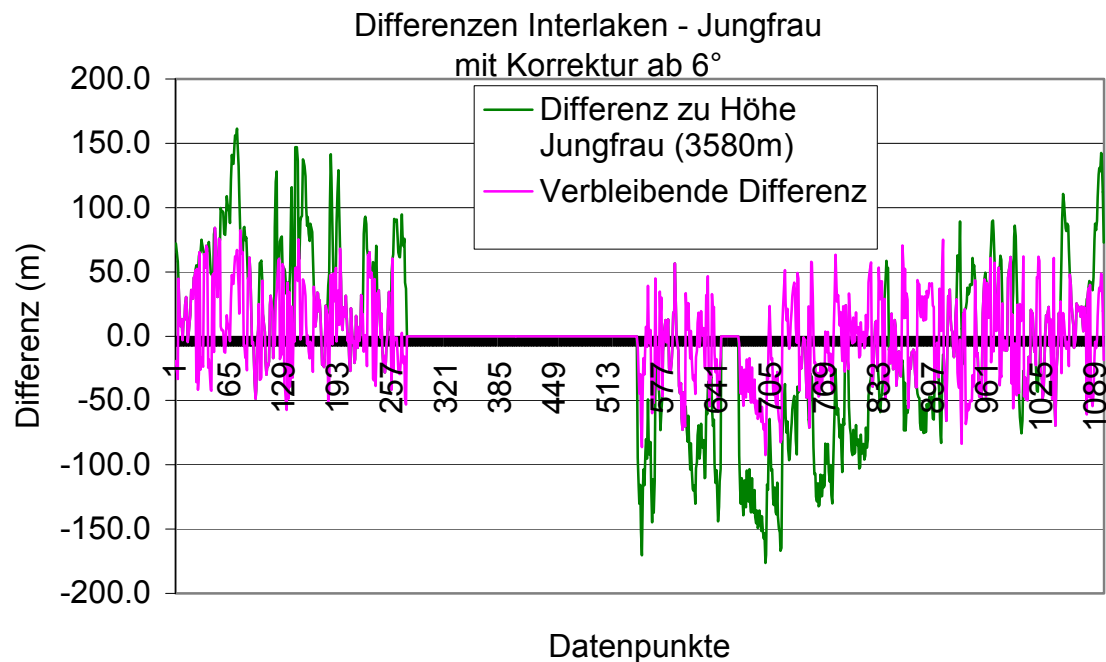
Bei den dazwischenliegenden Werten handelt es sich um Übergangsphasen, Kaltlufthochs oder Inversionen.

Die Grafik beginnt am 1.1.2000 und endet am 31.12.2000. Die Lücke in der Mitte sind nicht erfasste Daten.



Die Warmlufthochs und die Kaltlufttiefs lassen sich mit einer Temperaturkompensation sehr gut beherrschen. Bei den vorliegenden Daten ergab sich eine minimale Standardabweichung bei 6°C Temperaturkompensation bei einer Entscheidungsgrenze von 4°C. Das heisst, wenn die Durchschnittliche Temperatur 4 °C zu warm ist gegenüber dem Standard, wird mit 6°C korrigiert. An einzelnen extremen Tagen wäre eine Korrektur von 12°C besser. Dies passt aber nicht ins Gerätekonzept. Der Durchschnittswert des QNH war übrigens bei diesen Daten 1017.0 hPa.

Die Standardabweichung auf dem Jungfraujoch konnte von 60 m auf 29 m heruntergebracht werden.



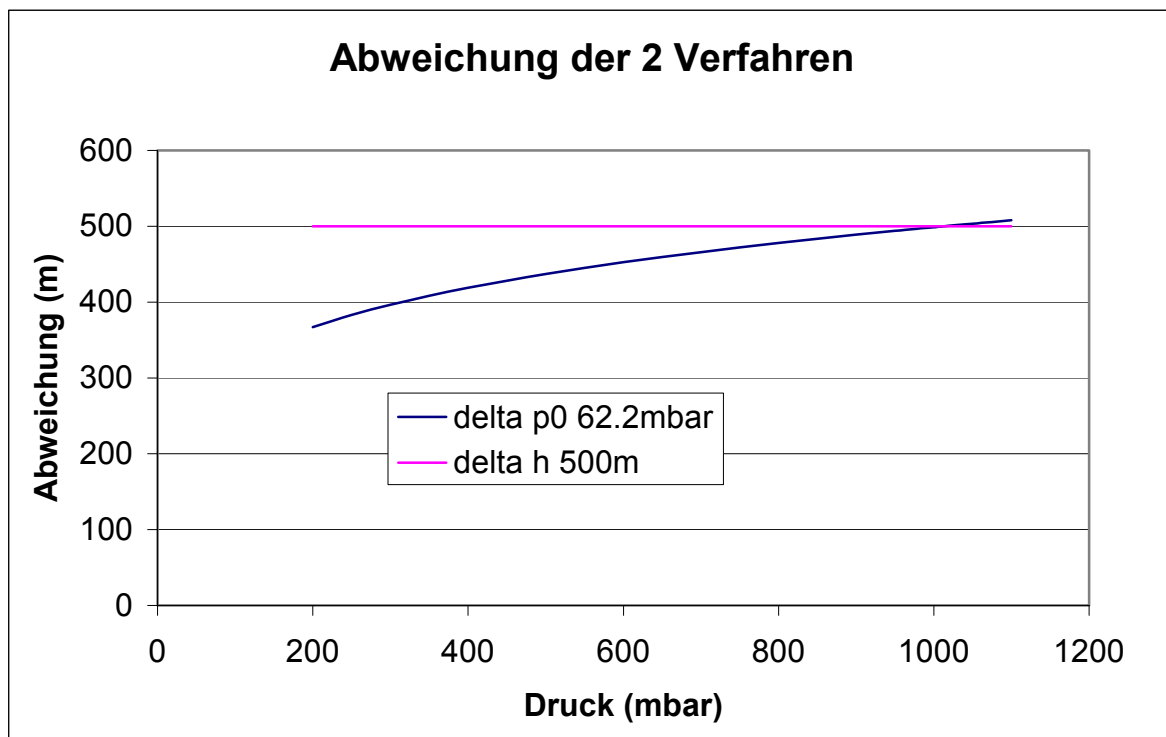
## 4 Höhenkorrektur vs. Initialdruckkorrektur

Die beiden Verfahren, die nun zur Diskussion stehen, sind die Höhenkorrektur

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right) + \Delta h$$

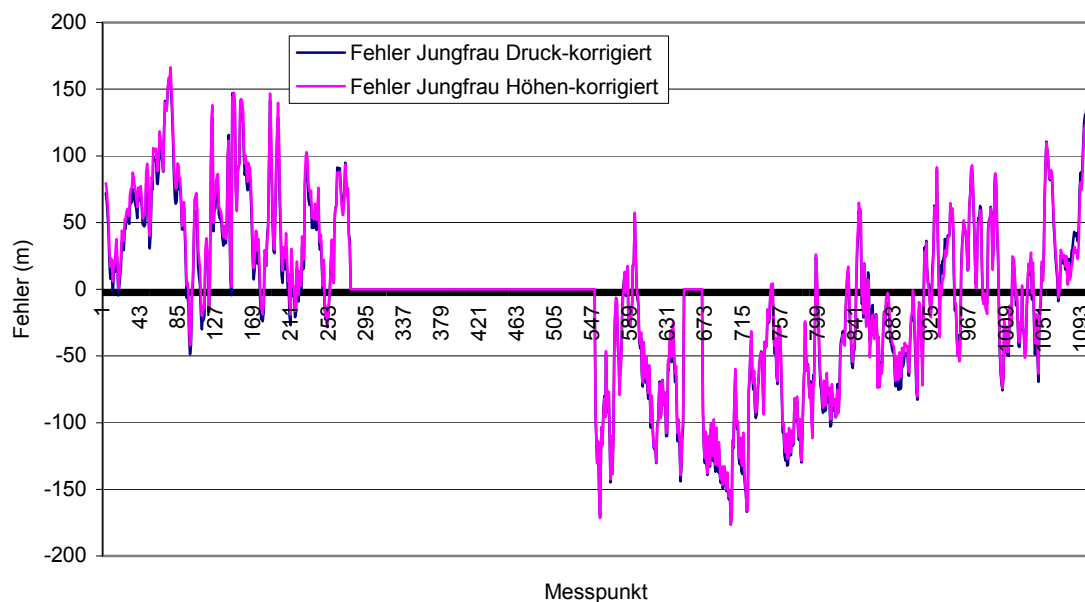
und die Initialdruckkorrektur

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0 + \Delta p_0}} \right)$$



Ein  $\Delta p_0$  von 62.2 mbar. bzw 500m ist sehr viel. Die Abweichung ist gering. Noch augenfälliger ist es, wenn man die 2 Verfahren auf das Jahr 2000 anwendet.

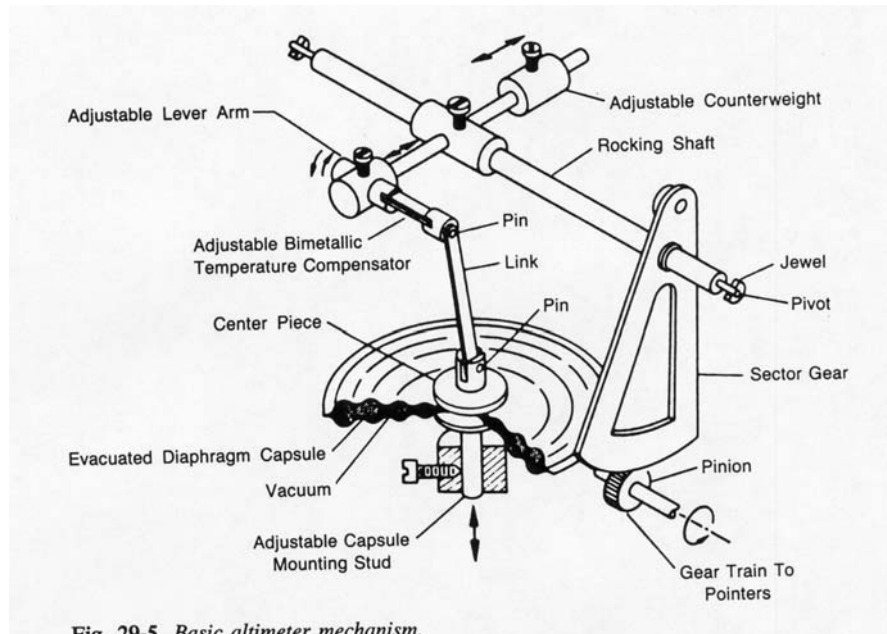
Fehler mit Druckkorrektur und Höhenkorrektur



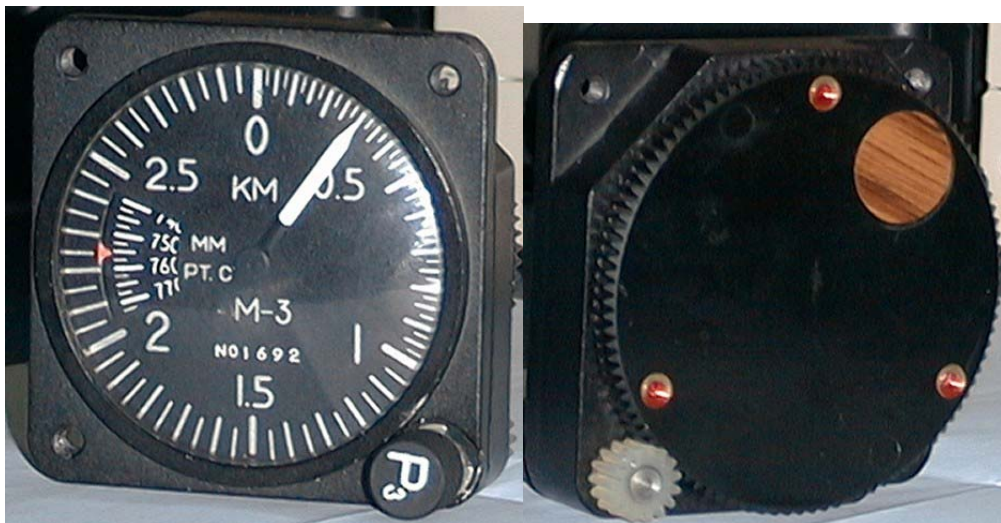
Die Fehler die durch die unterschiedlichen Verfahren entstehen verschwinden völlig in den Fehlern die durch das Wetter verursacht werden.

## 4.1 Vergleich mit bestehenden Lösungen

### 4.1.1 Fluginstrumente







Bei den alten mechanischen Höhenmessern wurde mit der Stellschraube die ganze Druckdose gegenüber dem Gehäuse verdreht. Auf die Druckmessung wird kein Einfluss genommen. Der Druckzeiger bewegt sich nicht gegenüber seinem Gehäuse. Diese Druckverstellung entspricht einer Höhenkorrektur. Moderne Altimeter sehen so aus. Hier ist nicht ersichtlich, wie sich die Stellschraube auswirkt.



## 4.1.2 Mechanische Wanderhöhenmesser

Bei den mechanischen Wanderhöhenmessern wird auch die Druckdose gegenüber der fixen Höhenskala verstellt. Bei dieser Verstellung ändert die Druckanzeige auf der inneren Skala nicht, das heisst, es wird ebenfalls nicht in die Druckmessdose eingegriffen. Dies sieht man deutlich beim linken Höhenmesser unten (SunS) (30 inHg = ca. 760 mmHg = ca. 1013.hPa)





Die gleiche Verstellung ist auch beim Thommen realisiert. Dort kann der Zeiger aber mehrere Umdrehungen machen



Auch bei den Wanderhöhenmessern wird eine Höhenverstellung gemacht.

## 4.1.3 Höhenverstellung in der Fliegerei

Die Anzahl der Meter die man schiebt, kann man mit der internationalen Druckformel in eine Druckänderung auf Meereshöhe umrechnen.

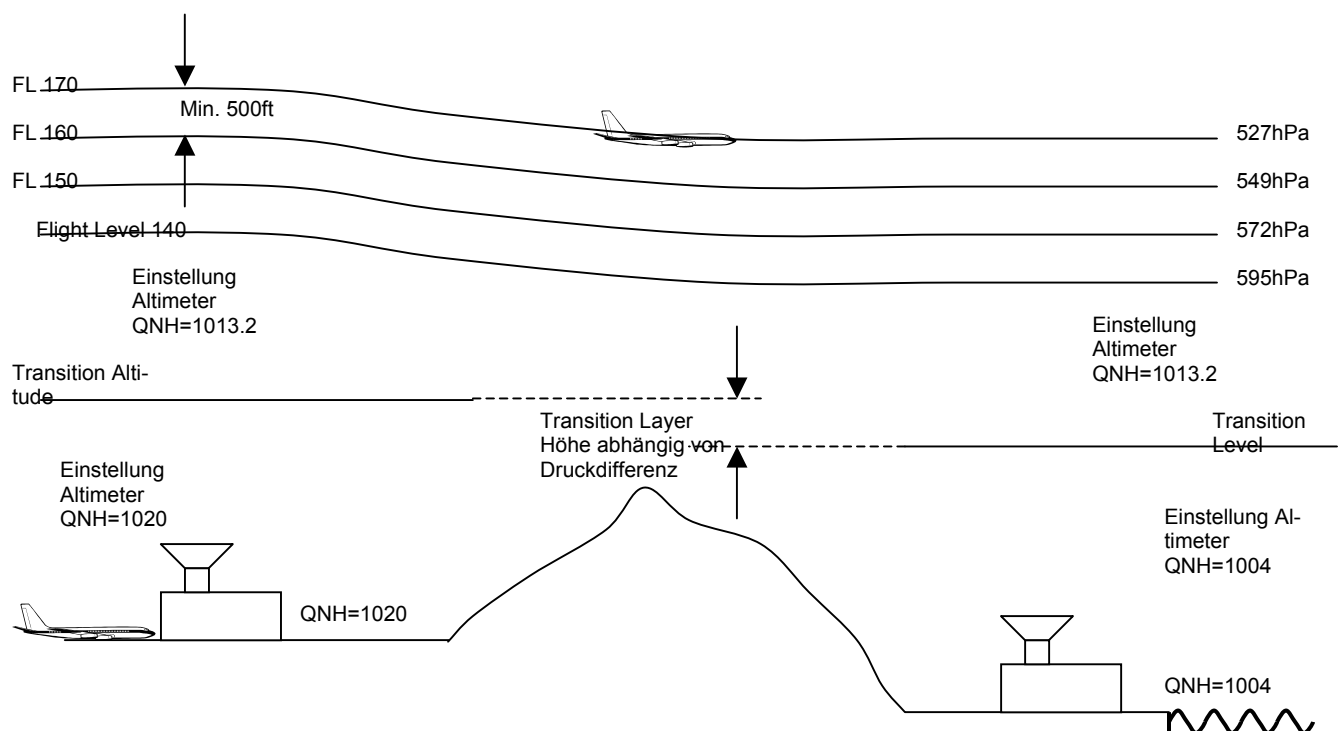
Diese Umrechnungsart kommt aus der Fliegerei. Der Pilot startet mit dem QNH, das im Moment auf dem Startplatz herrscht. Er stellt beim Starten nach Erreichen der Transition



Altitude (Kloten 5000ft) den Altimeter auf QNH = 1013.2 hPa ein. Das Flugzeug fliegt dann in einem Flight Level weiter. Je nach momentan herrschendem Druck fliegt das Flugzeug zusammen mit den anderen Flugzeugen geometrisch gesehen zu hoch oder zu tief. Solange das alle Flugzeuge gleich machen stört das niemanden. Das Problem ist nur dann gegeben, wenn das Flugzeug eine Bergkette überqueren will. Dies wird mit einem genügenden Minimalabstand berücksichtigt. Beim Landen muss der Pilot nach dem Erreichen des Transition Levels den Altimeter auf das QNH des Fluplatzes einstellen. Die Transition Altitude und der Transition Level stimmen je nach Druck nicht miteinander überein.

Der QFE gibt die aktuelle Höhe über dem Flughafen an.

Fazit: Die Fliegerei ist nicht auf eine exakte geometrische Höhenangabe angewiesen.

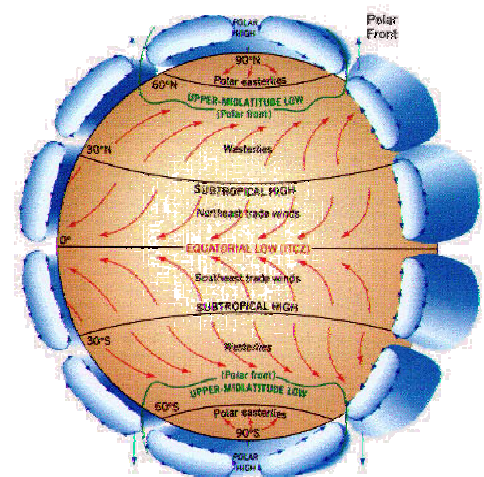


#### 4.1.4 Definition der Standardatmosphäre

Die Standardatmosphäre wurde definiert um einen geregelten Flugbetrieb zu ermöglichen. Am sinnvollsten ist dies, wenn man einen Mittelwert so wählt, dass die Fehler überall auf der Welt am geringsten werden.

Obwohl die internationale Druckformel von jeder Höhe zu einer anderen Höhe anwendbar ist, ist dies in der Praxis nicht so. Die internationale Druckformel geht ja von konstant zusammengesetzter, trockener Luft und einer gleichbleibenden Erdbeschleunigung über die Höhe aus.

Die Wirklichkeit auf der Erde sieht aber anders aus:  
Die 1013.25 hPa sind wahrscheinlich nicht der



langjährige Durchschnitt aller Messtationen der Welt, sondern ein definierter Wert, der auf den Hauptluftverkehrsachsen zu den kleinsten Fehlern führt. Weil die Luftschichtungen je nach Klimazonen ja komplett anders sind, darf nach meiner Meinung die internationale Druckformel nicht allgemein angewandt werden. **Sie ist nur gültig bei einem  $p_0$  von 1013.25 hPa.**

## 5 Empfehlung

Beide Verfahren, sowohl die Höhenkorrektur wie auch die Druckkorrektur liefern nicht die geometrische Höhe.

Die Abweichungen sind aber so klein gegenüber den Wetterabweichungen, dass beide verfahren verwendet werden können.

Bei reinen Höhenmessern würde ich die Höhenkorrektur empfehlen. Sie ist einfacher zu rechnen und lehnt sich an den Quasi - Standard der mechanischen Höhenmesser an.

$$h(p_0, T_0, p) = \frac{T_0}{-\gamma} \cdot \left( 1 - 5.255 \sqrt{\frac{p}{p_0}} \right) + \Delta h$$

Bei kombinierten Höhenmessern mit Barometer hat die Druckkorrektur eine gewisse Berechtigung. Dort liefert das veränderte  $p_0$  gleich die richtige Höhe beim Einstellen des Barometers. Dies kann man aber auch mit der Höhenmethode machen, indem man die Korrekturhöhe dazu - oder wegzählt.

Um eine bessere geometrische Höhe mit Höhenmessern zu bekommen, muss man die Temperatur der Luftschichten berücksichtigen.

## Literaturverzeichnis

- Meteorologie für Piloten, K.H. Hack, Verlag Aero Club der Schweiz. 6. Auflage 1993
- Flugwetterkunde, Willy Eichenberger, Schweizer Verlagshaus AG Zürich, 1973
- Physikalische und mathematische Grundlagen, W. Kappeler. Eigenverlag
- <http://141.84.50.121/iggf/Multimedia/Klimatologie/definition.htm>