Laborator 2

Evaluarea performanțelor calculatoarelor paralele - Probleme

1. S-a analizat factorul de accelerare (S) pentru un sistem cu n procesoare în raport cu un sistem uniprocesor, în condițiile în care $f_i = \frac{1}{n}$ este probabilitatea de a asigna aceeași problemă la i procesoare cu o încărcare medie $d_i = \frac{1}{i}, i = \overline{1, n}$.
   a) Să se refacă calculul accelerării în cazul unei noi distribuții de probabilitate a modurilor de operare: $f_i = \frac{i}{\sum_{i=1}^{n} i},\ i = \overline{1, n}$.
   b) Analog pentru distribuția $f_i = \frac{n-i-1}{\sum_{i=1}^{n} i},\ i = \overline{1, n}$.

Soluție:

a) Timpul necesar pe sistemul paralel se calculează astfel:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} f_i d_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{i}{\sum_{i=1}^{n} i} \cdot \frac{1}{i} \right) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\frac{n \cdot (n+1)}{2}} = \frac{2}{n \cdot (n+1)} \cdot n = \frac{2}{n+1}$$

Factorul de accelerare:

$$S = \frac{T_1}{T_n} = \frac{1}{\frac{2}{n+1}} = \frac{n+1}{2}$$

b) Timpul necesar pe sistemul paralel se calculează astfel:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} f_i d_i = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{n-i-1}{\sum_{i=1}^{n} i} \cdot \frac{1}{i} \right) = \frac{2}{n(n+1)} \left[(n-1) \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - n \right] = \cdots$$

Factorul de accelerare:

$$S = \frac{T_1}{T_n} = \cdots \leq \frac{n \cdot (n+1)}{2n \cdot (\ln n - 1) - 2 \ln n}$$

2. Un sistem multiprocesor este capabil de o rată maximă de execuție de 100 MFLOPS. Codul scalar este prelucrat cu o rată de 1 MFLOPS. Care este performanța mașinii dacă 10% din cod este secvențial și 90% paralel?

Soluție:

Întrucât se consideră doar două rate de execuție, anume secvențial și paralel, utilizăm legea lui Amdahl:

$$\begin{cases} R_H = 100 \\ f = 0.9 \\ R_L = 1 \\ 1 - f = 0.1 \end{cases} \Rightarrow R = \frac{1}{\frac{f}{R_H} + \frac{1-f}{R_L}} = \frac{1}{\frac{0.9}{100} + 0.1} = 9.17\ MFLOPS$$

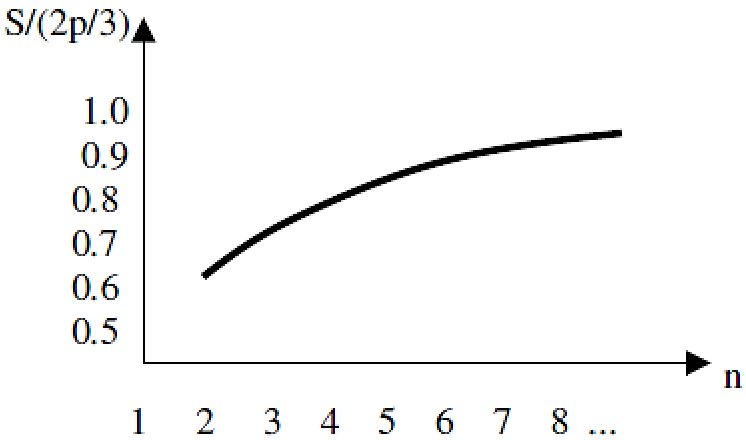
3. Un algoritm secvențial pentru descompunerea unei matrice pătrate de $n * n$ elemente în matricele triunghiulare inferioară și superioară necesită un număr de unități de timp egal cu $(n^3 - n^2)/3$. Într-un sistem paralel cu p procesoare, timpul necesar este $(n^2 - 1) \cdot n/(2 \cdot p)$.

   a) Să se calculeze factorul de accelerare S și să se reprezinte grafic în funcție de n.
   b) Care este eficiența acestui algoritm pentru $n \to \infty$? Determinați valoarea lui n pentru care algoritmul este în interiorul a 5% din eficiența maximă.

Soluție:

a) Factorul de accelerare se calculează astfel:

$$S = \frac{T_1}{T_n} = \frac{n^3 - n^2}{3} \cdot \frac{2p}{n \cdot (n^2 - 1)} = \frac{2p \cdot n}{3(n+1)}$$

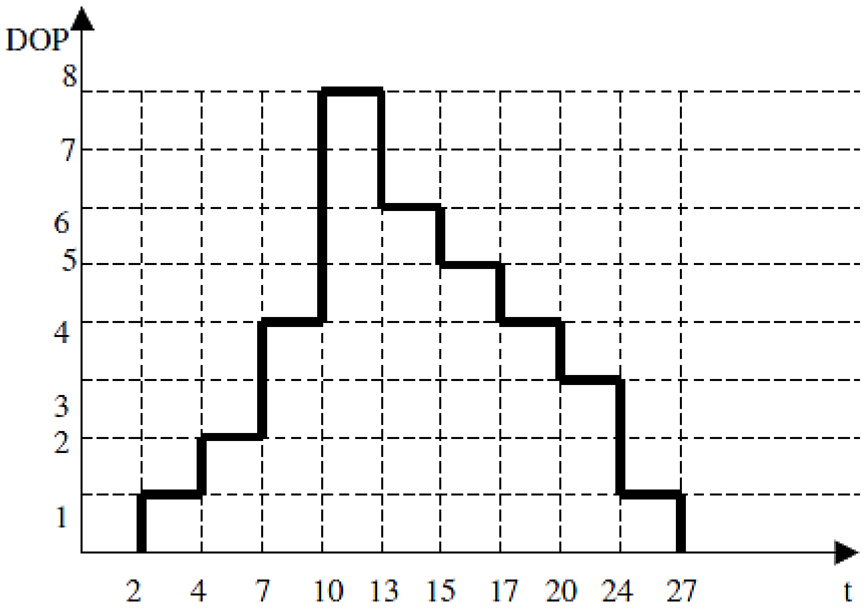


b) Eficiența se calculează astfel:

$$E = \frac{S}{p} = \frac{2p \cdot n}{3(n+1)} \cdot \frac{1}{p} = \frac{2}{3} \cdot \frac{n}{n+1} \Rightarrow \lim_{n \to \infty} E = \frac{2}{3}$$

Pentru determinarea valorii lui n punem condiția $\frac{n}{n+1} = \frac{95}{100} = \frac{19}{20} \Rightarrow n = 19$.

4. Să se determine paralelismul mediu pentru un algoritm de tip divide and conquer având următorul profil al paralelismului:



Soluție:

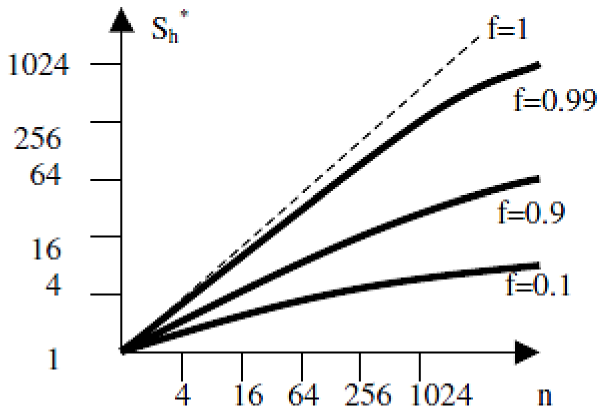
$$A = \frac{\sum DOP_i \cdot t_i}{\sum t_i} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{5 + 3 + 4 + 6 + 2 + 2 + 3} = \frac{93}{25} = 3.72$$

5. Se presupune $R_i = i$ cu o distribuție $\pi = (1 - f, 0, 0, \dots, 0, f)$. Aceasta înseamnă că sistemul este utilizat fie în mod uniprocesor cu probabilitatea $1 - f$, fie în mod complet paralel cu probabilitatea f. Să se reprezinte graficul lui $S_h{}^*$ pentru diferite valori ale lui f. Accelerarea ideală se obține pentru $f = 1$.

Soluție:

Se reprezintă grafic funcția de mai jos în funcție de n pentru diferite valori ale lui f:

$$S_h{}^* = \frac{1}{\frac{1-f}{R_1} + \frac{f}{R_n}} = \frac{1}{1 - f + \frac{f}{n}} = \frac{f}{n(1-f) + f}$$



<u>Obs:</u> Dacă probabilitatea f scade, atunci factorul de accelerare medie armonică S_h^* scade dramatic.

6. Se consideră o încărcare având următoarele caracteristici, unde n este numărul de procesoare:

$$O(1) = T(1) = n^3, O(n) = n^3 + n^2 \log_2 n\,, T(n) = 4\frac{n^3}{n+3}$$

Să se determine și să se reprezinte grafic accelerarea, eficiența, redundanța, utilizarea și factorul de calitate.

Soluție:

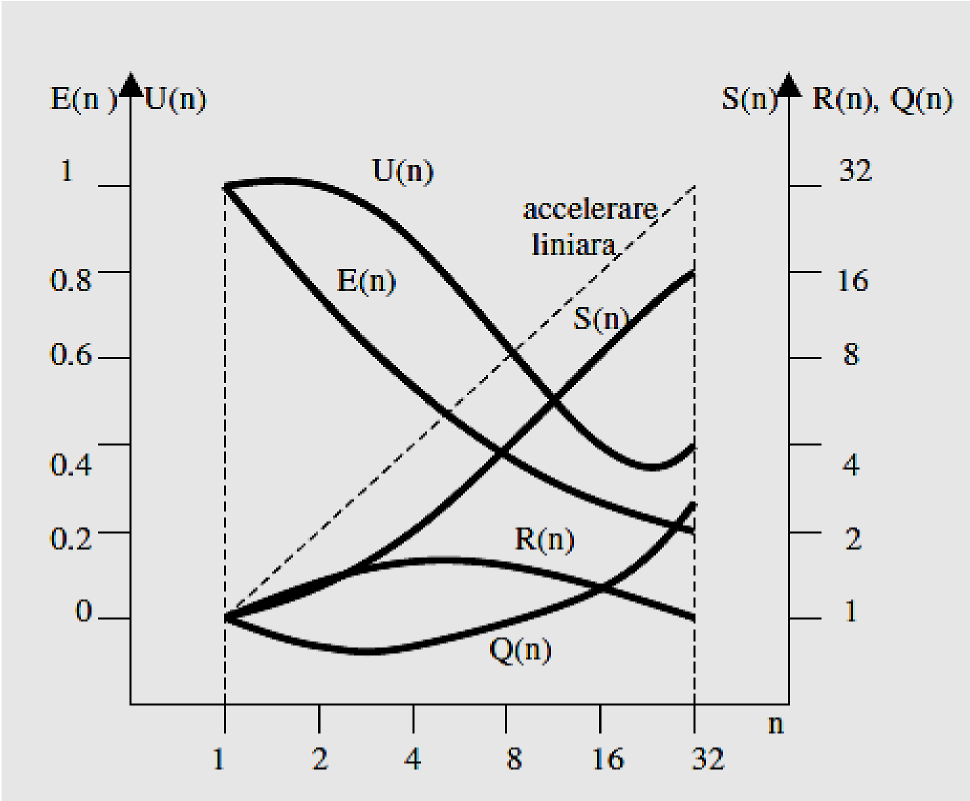
$$S(n) = \frac{T(1)}{T(n)} = \frac{n^3}{\frac{4n^3}{n+3}} = \frac{n+3}{4}$$

$$E(n) = \frac{S(n)}{n} = \frac{n+3}{4n}$$

$$R(n) = \frac{O(n)}{O(1)} = \frac{n^3 + n^2 \log_2 n}{n^3} = \frac{n + \log_2 n}{n}$$

$$U(n) = R(n) \cdot E(n) = \frac{(n+3)(n + \log_2 n)}{4n^2}$$

$$Q(n) = \frac{S(n) \cdot E(n)}{R(n)} = \frac{(n+3)^2}{16} \cdot \frac{1}{n + \log_2 n}$$



Obs: $1/n \leq E(n) \leq U(n) \leq 1; 0 \leq Q(n) \leq S(n) \leq n$. Accelerarea ideală corespunde cazului ideal cu eficiența 100%.

Temă:

0,5p: Să se scrie un program în *Octave/Matlab* care calculează factorii de la problema 6, după care să se reprezinte grafic. Salvați imaginea și codul sursă.

0,5p: Alegeți un algoritm pentru care sunt date caracteristicile de performanță și reprezentați grafic toate mărimile folosind *Octave/Matlab*. Salvați graficul, codul sursă și precizați link-ul de unde ați preluat informațiile.