

Ejercicio-Ejemplo (15 min)

Week 9
03-Abril-2024
Física 1

[E1] El cuerpo A mostrado en la figura tiene una masa de 0.5 kg . Partiendo del reposo resbala una distancia de 3 metros sobre un plano inclinado 45° sobre la horizontal y cuyo coeficiente de fricción cinética es $\mu = 0.75$, hasta que choca con el resorte M cuyo extremo B está fijo al final del plano y de constante $k = 400 \text{ N/m}$. Encontrar la máxima deformación del resorte bajo las condiciones dadas.

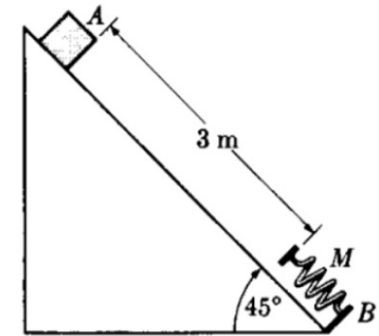
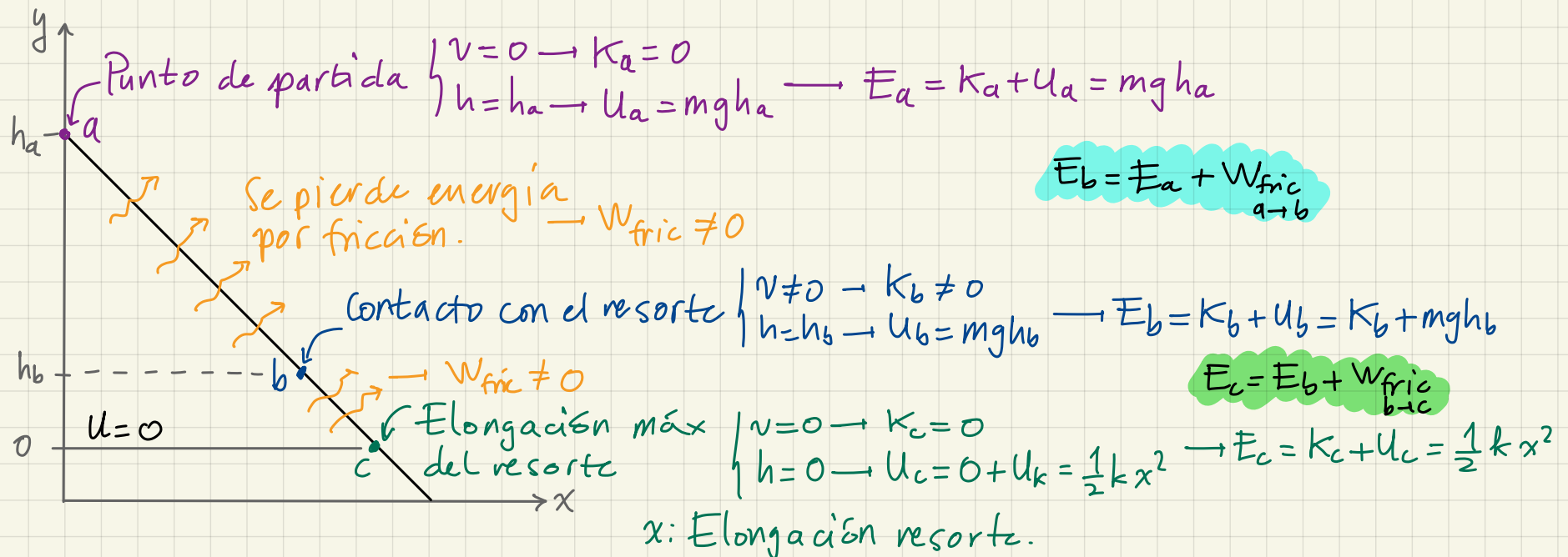


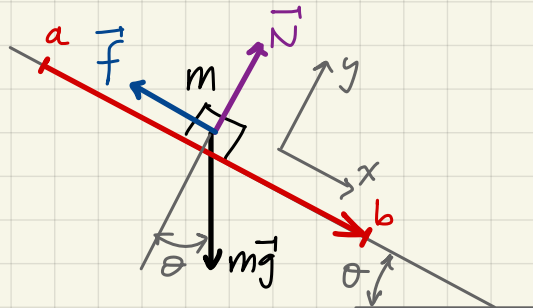
Fig. 1: Prob. 1.

Sol:

Esquematizamos la situación:



Halleemos el trabajo que realiza la fricción:



$$\vec{f} = -f\hat{i} = -\mu N\hat{i}$$

$$\vec{N} = +N\hat{j}$$

$$m\vec{g} = mg\sin(\theta)\hat{i} - mg\cos(\theta)\hat{j}$$

$$\Rightarrow \Sigma F_y = N - mg\cos(\theta) = 0 \quad \uparrow \text{Eq.}$$

$$\hookrightarrow N = mg\cos(\theta)$$

$$\rightarrow \vec{f} = -\mu mg\cos(\theta)\hat{i}$$

El bloque se mueve de a hacia b $\rightarrow d\vec{r} = dx\hat{i}$. El trabajo efectuado por la fricción será:

$$W_{\text{fric}} = \int_{a \rightarrow b} \vec{f} \cdot d\vec{r} = \int_a^b (-\mu mg\cos(\theta)\hat{i}) \cdot (dx\hat{i}) = -\mu mg\cos(\theta) \cancel{(\hat{i} \cdot \hat{i})} \int_a^b dx$$

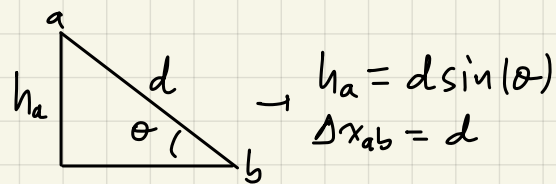
$$\rightarrow W_{\text{fric}} = -\mu mg \Delta x \cos(\theta).$$

Usando Conservación Energía:

a \rightarrow b:

$$E_b = E_a + W_{\text{fric}} = mgh_a - \mu mg \Delta x_{ab} \cos(\theta),$$

$$\rightarrow E_b = mgd [\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)].$$



b → c:

$$E_c = E_b + W_{fnc} = mgd [\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)] - \mu mg \Delta x_{bc} \cos(\theta) = \frac{1}{2} k (\Delta x_{bc})^2$$

$$\Delta x_{bc} = x \Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 + \mu mg \cos(\theta) x + mgd (\mu \cos(\theta) - \sin(\theta)) = 0$$

$$x = \frac{-\mu mg \cos(\theta) \pm \sqrt{(\mu mg \cos(\theta))^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} k mgd (\mu \cos(\theta) - \sin(\theta))}}{2 \cdot \frac{1}{2} k}$$

$$x = \frac{mg}{k} \left[-\mu \cos(\theta) \pm \sqrt{\left(\mu \cos(\theta) - \frac{kd}{mg} \right)^2 + \frac{kd}{mg} \left(2\sin(\theta) - \frac{kd}{mg} \right)} \right]$$

Números:

$$m = 0.5 \text{ kg}, d = 3 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2, k = 400 \text{ N/m}, \mu = 0.75, \theta = \pi/4.$$

$$x_+ = 0.11 \text{ m}$$

$$x_- = -0.12 \text{ m} \leftarrow \text{NO VÁLIDA!!}$$

$$\Rightarrow x = 0.11 \text{ m}$$

La máxima deformación del resorte es de 0.11 m.

Obs: Note que sin fricción se tiene $\mu = 0$ y por lo tanto:

$$x_{\mu=0} = \sqrt{\frac{2mgd \sin(\theta)}{k}} \rightarrow x_{\mu=0} = 0.27 \text{ m}.$$