Week 10
10-Abril-2024
Física I

Ejercicio-Ejemplo (15 min)

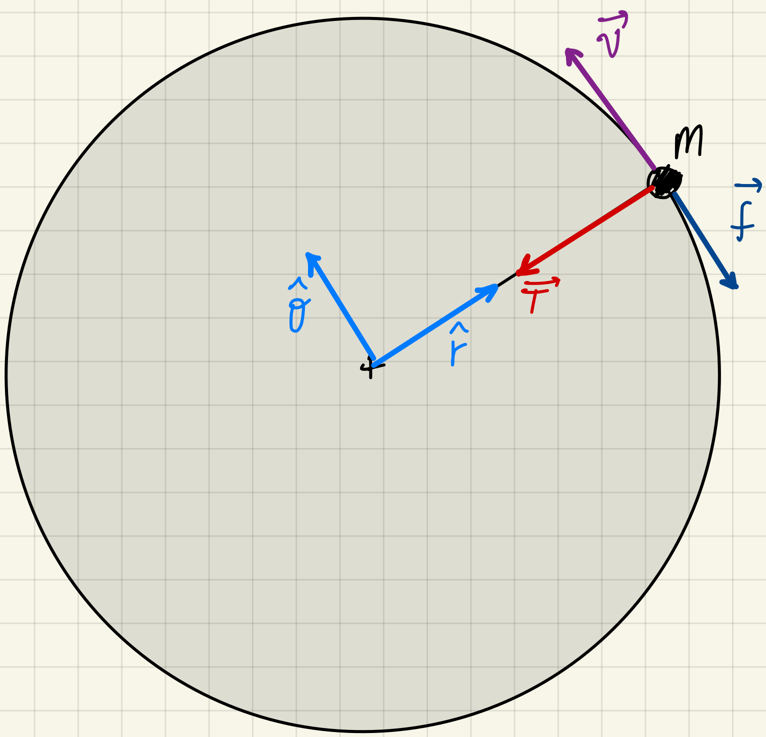
Un objeto compacto de masa m se mueve en un círculo horizontal de radio r sobre una mesa rugosa. Está sujeto a una cuerda fija en el centro del círculo. La rapidez del objeto es inicialmente v_0. Después de completar una vuelta alrededor del círculo la rapidez es $\frac{v_0}{2}$.

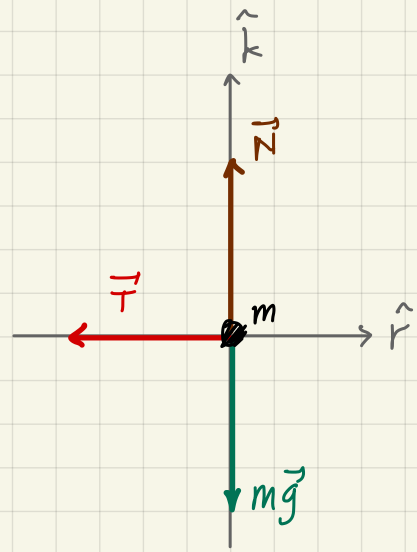
a) Determinar la energía disipada por rozamiento durante una vuelta en función de m, r y v_0.

b) ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético?

c) ¿Cuántas vueltas dará la partícula antes de alcanzar la posición de reposo?

Solución:





→ No hay movimiento en $\hat{k}$:

$$\vec{N} + m\vec{g} = \vec{0}$$

↳ $N\hat{k} - mg\hat{k} = 0\hat{k}$

↳ $N = mg$.

→ Fuerza de fricción:

$$\vec{f} = -f\hat{\theta} = -\mu N\hat{\theta} = -\mu mg\hat{\theta}$$

* Conservación energía:

$$E_{1vuelta} = E_0 + W_{fricción}$$

- Fijando $U=0$ sobre la mesa $\Rightarrow$ $E_0 = K_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$. Energía cinética inicial
- Trabajo realizado por la fricción:

$$W_f = \int_a^b \vec{f}\cdot d\vec{r} = \int_{\theta_0}^{\theta} -\mu m g\,\hat{\theta}\cdot(R\,d\theta\,\hat{\theta}) = -\mu m g R\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = -\mu m g R\,\Delta\theta$$

Mov. Circular: $d\vec{r} = R\,d\theta\,\hat{\theta}$

$\hat{\theta}\cdot\hat{\theta} = 1$

↳ 1 vuelta $\Rightarrow$ $W_{f1} = -2\pi\mu m g R$

a) Por conservación de energía: $E_b = E_a + E_{Dis} \rightarrow E_{Dis} = E_b - E_a = \Delta E$

$$\Rightarrow E_{Dis} = \frac{1}{2}m\left(v_b^2 - v_a^2\right) = \frac{1}{2}m\left[\left(\frac{1}{2}v_0\right)^2 - v_0^2\right] \longrightarrow \boxed{E_{Dis} = -\frac{3}{8}mv_0^2}$$

b) Tenemos: $E_a = E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$, $E_b = \frac{1}{2}mv_b^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}mv_0^2$. Entonces:

$$\frac{1}{8}\cancel{m}v_0^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 - 2\pi\mu\cancel{m}gR \longrightarrow 2\pi\mu g R = \frac{3}{8}v_0^2 \longrightarrow \boxed{\mu = \frac{3v_0^2}{16\pi g R}}$$

c) En reposo $v=0 \longrightarrow E_f = 0$. Sea n el número de vueltas. En n vueltas tenemos $\Delta\theta = n2\pi \longrightarrow W_{fn} = -2\pi n\mu m g R$.

Usando el resultado en el inciso b: $W_{fn} = -2\cancel{\pi}n\left(\frac{3v_0^2}{16\cancel{\pi}\cancel{gR}}\right)m\cancel{gR} = -\frac{3}{8}mv_0^2 n$

Toda la energía inicial se disipa $\Rightarrow$

$$\Delta E = -E_0 = -\frac{1}{2}\cancel{mv_0^2} = -\frac{3}{8}\cancel{mv_0^2}n \longrightarrow n = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

$\rightarrow$ Antes de detenerse da 1 vuelta y un tercio.