Week 5
21-Feb-2024
Física 1.

Ejercicio-Ejemplo (20 min)

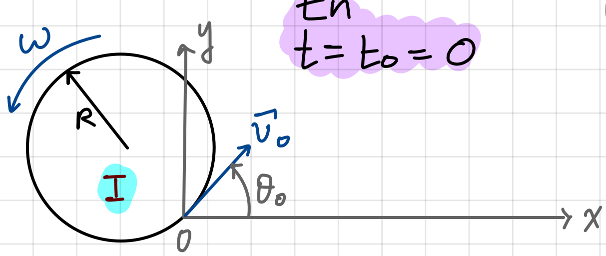
[E1] El lanzamiento de martillo es una prueba que consiste en lanzar un artefacto compuesto por una bola maciza con un cable de acero y un asa. Este lanzamiento se ejecuta desde un círculo rodeado por una jaula para asegurar la integridad física del público y otros atletas. Los lanzadores utilizan combinaciones de voleos y giros con el fin de conseguir acelerar la cabeza del martillo y soltarlo a la máxima velocidad posible. El resultado depende de la velocidad con la que se lance y el ángulo de salida. El martillo es un implemento balístico en el que los factores ambientales influyen muy poco en sus resultados. La distancia total desde el asa hasta la bola deberá estar comprendida entre 117.5 cm y 121.5 cm en la categoría masculina y entre 116 cm y 119.5 cm en la categoría femenina[1].

Figura 1: Yuri Sedyj. Tomado de *ft. 2*.

Sabiendo que el ángulo de salida para obtener el alcance máximo es $\pi/4$ y que el récord mundial, a 2018, lo ostenta el atleta ruso/soviético *Yuri Gueórguievich Sedyj*[2] logrando una marca de 86.74 m en el *Campeonato Europeo de Atletismo* de 1986 en Stuttgart (Alemania), encuentre:

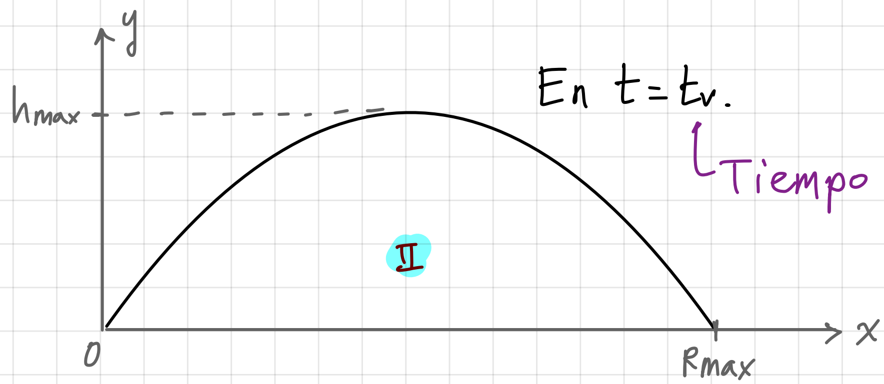
1. La rapidez con la que fue lanzado el martillo.
2. La rapidez angular con la que giraba la bola antes de ser lanzada. Para ello considere que la longitud del asa era de 117.5 cm y que desde el punto de agarre al eje–centro del cuerpo de Yuri Sedyj hay otros 95 cm más.
3. La aceleración centrípeta que sintió la bala antes de ser lanzada.
4. La altura máxima que alcanzó y el tiempo de vuelo de la bala.

Sol: Esquema del movimiento:



En $t = t_0 = 0$

$\theta_0 = \frac{\pi}{4}$



En $t = t_v$.

Tiempo de vuelo.

* Tenemos dos movimientos:

$\mathrm{I} \rightarrow$ Movimiento circular con $\omega = kte$

$\mathrm{II} \rightarrow$ Movimiento parabólico.

- $R = 117.5 + 95$ cm $= 2.125$ m

  ↳ Radio de giro en el mov. I

- $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$

  ↳ Ángulo de salida mov. II

* Analicemos el movimiento parabólico:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}\Delta t \longrightarrow x(t) = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)t \longrightarrow x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t \qquad \text{(Hor)}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}\Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \longrightarrow y(t) = v_0 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)t - \frac{1}{2} g t^2 \longrightarrow y(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad \text{(ver)}$$

↳ En el alcance máximo $t = t_v$, $y(t_v) = 0$ y $x(t_v) = R_{max} \Rightarrow$

$$R_{max} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t_v \longrightarrow t_v = \sqrt{2}\,\frac{R_{max}}{v_0}$$

$$0 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t_v - \frac{1}{2} g t_v^2 \longrightarrow 0 = \cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}}\, \cancel{v_0}\left(\frac{\cancel{\sqrt{2}} R_{max}}{\cancel{v_0}}\right) - \frac{1}{\cancel{2}} g \left(\frac{\cancel{\sqrt{2}} R_{max}}{v_0}\right)^2$$

$$\hookrightarrow \quad 0 = R_{max} - \frac{g R_{max}^2}{v_0^2} = R_{max}\left(1 - \frac{g R_{max}}{v_0^2}\right)$$

Tenemos dos soluciones: $R_{max} = 0$ y $1 - \frac{g R_{max}}{v_0^2} = 0$

La primera no sirve. Para la segunda:

$$\boxed{v_0 = \sqrt{g R_{max}} = \sqrt{(9.8\ m/s^2)(86.74\ m)} = 29.2\ m/s.}$$

* Para el primer movimiento tenemos:

Mov. Circular Uniforme → $v = R\omega$ → $\boxed{\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{(29.2\ m/s)}{(2.125\ m)} = 13.7\ rad/s.}$

↳ Aceleración centripeta:

$$\boxed{a = \frac{v_0^2}{R} = \frac{(29.2\ m/s)^2}{(2.125\ m)} = 400.0\ m/s^2.}$$

* Altura máxima y tiempo de vuelo:

En la altura máxima tenemos:

$$h_{max} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 t_{h_{max}} - \frac{1}{2} g t_{h_{max}}^2 , \quad t_{h_{max}} = \frac{1}{2} t_v = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{R_{max}}{V_0}$$

$$↳ h_{max} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} \cancel{v_0} \left(\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} \frac{R_{max}}{\cancel{v_0}} \right) - \frac{1}{\cancel{2}} g \left(\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} \frac{R_{max}}{V_0} \right)^2 = \frac{1}{2} R_{max} - \frac{1}{4} g \frac{R_{max}^2}{v_0^2}$$

$$\boxed{h_{max} = \frac{1}{2}(86.74\ m) - \frac{1}{4}(9.8\ m/s^2) \frac{(86.74\ m)^2}{(29.2\ m/s)^2} = 21.7\ m.}$$

El tiempo de vuelo será:

$$\boxed{t_v = \sqrt{2} \frac{R_{max}}{V_0} = \sqrt{2} \frac{(86.74\ m)}{(29.2\ m/s)} = 4.2\ s.}$$