

Ejercicio-Ejemplo (25 min)

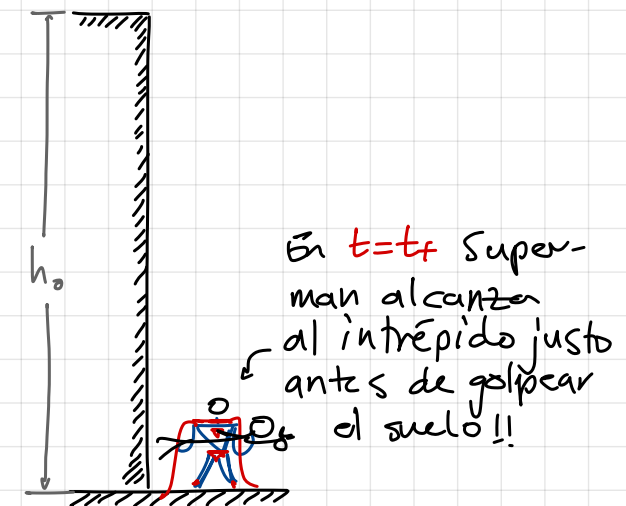
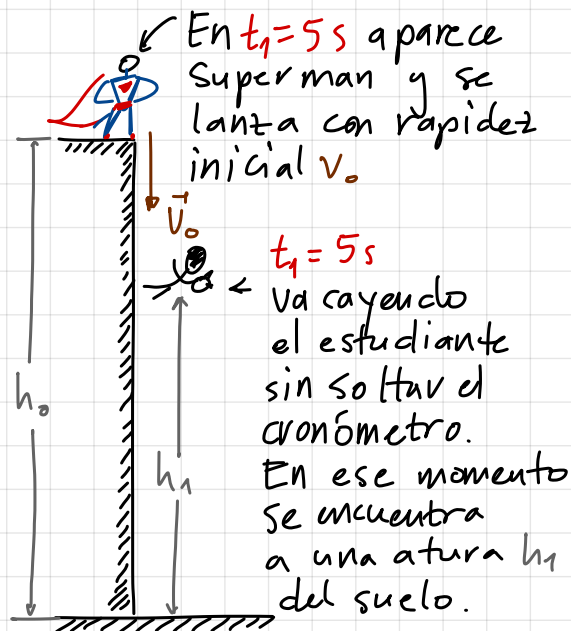
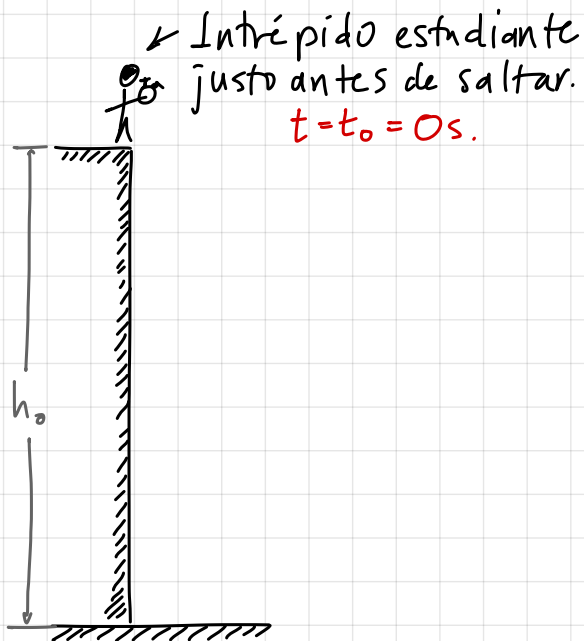
Week 2
07-Feb-2024
Física 1.

Decidido a probar la ley de la gravedad por sí mismo, un estudiante se deja caer desde un rascacielos de 180 m de altura, cronómetro en mano, e inicia una caída libre (velocidad inicial cero). Cinco segundos después, llega Superman y se lanza de la azotea para salvarlo, con una rapidez inicial v_0 que imprimió a su cuerpo, empujándose hacia abajo desde el borde de la azotea con sus piernas de acero. Después, cae con la misma aceleración que cualquier cuerpo en caída libre.

- ¿Qué valor deberá tener v_0 para que Superman atrape al estudiante justo antes de llegar al suelo?
- Dibuje en una sola gráfica las posiciones y velocidades de Superman y del estudiante en función del tiempo. La rapidez inicial de Superman tiene el valor calculado en el inciso a).
- Si la altura del rascacielos es menor que cierto valor mínimo, ni Superman podría salvar al estudiante antes de que llegue al suelo. ¿Cuál es esa altura mínima?

Sol:

Secuencia temporal de la situación:



* Los dibujos NO están a escala

Análisis: Ubiquemos un sistema de referencia en el suelo con origen justo al borde del edificio (debajo del estudiante) y orientado de manera convencional: Arriba positivo, Derecha positivo.

- Modelamos los movimientos como caída libre: $\rightarrow a = g$ (Aceleración de la gravedad).

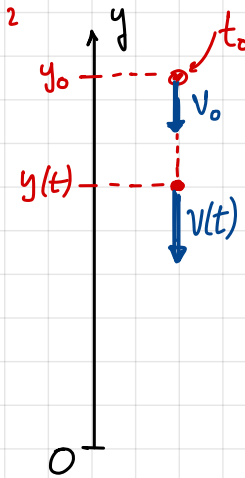
- Para caída libre las Ecs. de Posición vertical y rapidez son:

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \\ v(t) = v_0 - g(t - t_0) \end{cases}$$

donde:

y_0 : Altura inicial
 v_0 : Rapidez inicial
 t_0 : Tiempo inicial

} Del movimiento.



- Cada cuerpo tiene su propia Ecuación!!

- Para el intrépido estudiante:

$$y_E(t) = y_{0E} + v_{0E}(t - t_{0E}) - \frac{1}{2}g(t - t_{0E})^2 \longrightarrow y_E(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{Posición}$$

$$v_E(t) = v_{0E} - g(t - t_{0E}) \longrightarrow v_E(t) = -gt \quad \text{Velocidad}$$

$$\ast \text{Info} \begin{cases} y_{0E} = h_0 = 180\text{m} \\ v_{0E} = 0 \text{ (Parte del reposo)} \\ t_{0E} = 0 \text{ (Lleva el cronómetro)} \end{cases}$$

- Para Superman:

$$y_S(t) = y_{0S} + v_{0S}(t - t_{0S}) - \frac{1}{2}g(t - t_{0S})^2 \longrightarrow y_S(t) = h_0 - v_0(t - t_1) - \frac{1}{2}g(t - t_1)^2 \quad \text{Posición}$$

$$v_S(t) = v_{0S} - g(t - t_{0S}) \longrightarrow v_S(t) = -v_0 - g(t - t_1) \quad \text{Velocidad}$$

$$\ast \text{Info} \begin{cases} y_{0S} = h_0 = 180\text{m} \\ v_{0S} = -v_0 \text{ (No se conoce)} \\ t_{0S} = t_1 = 5\text{s. (Llega tarde)} \end{cases}$$

- Los dos cuerpos coinciden en el suelo, por lo tanto tendrán la misma posición final.

es decir: $y_{fE} = y_{fS} = y_f = 0$. El tiempo que marca el reloj universal cuando llegan a este punto designémoslo como t_f , así: $y_f = y(t = t_f)$. Tenemos entonces:

$$\begin{cases} y_{fE} = y_f = 0 = h_0 - \frac{1}{2}gt_f^2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{fS} = y_f = 0 = h_0 - v_0(t_f - t_1) - \frac{1}{2}g(t_f - t_1)^2 & (2) \end{cases}$$

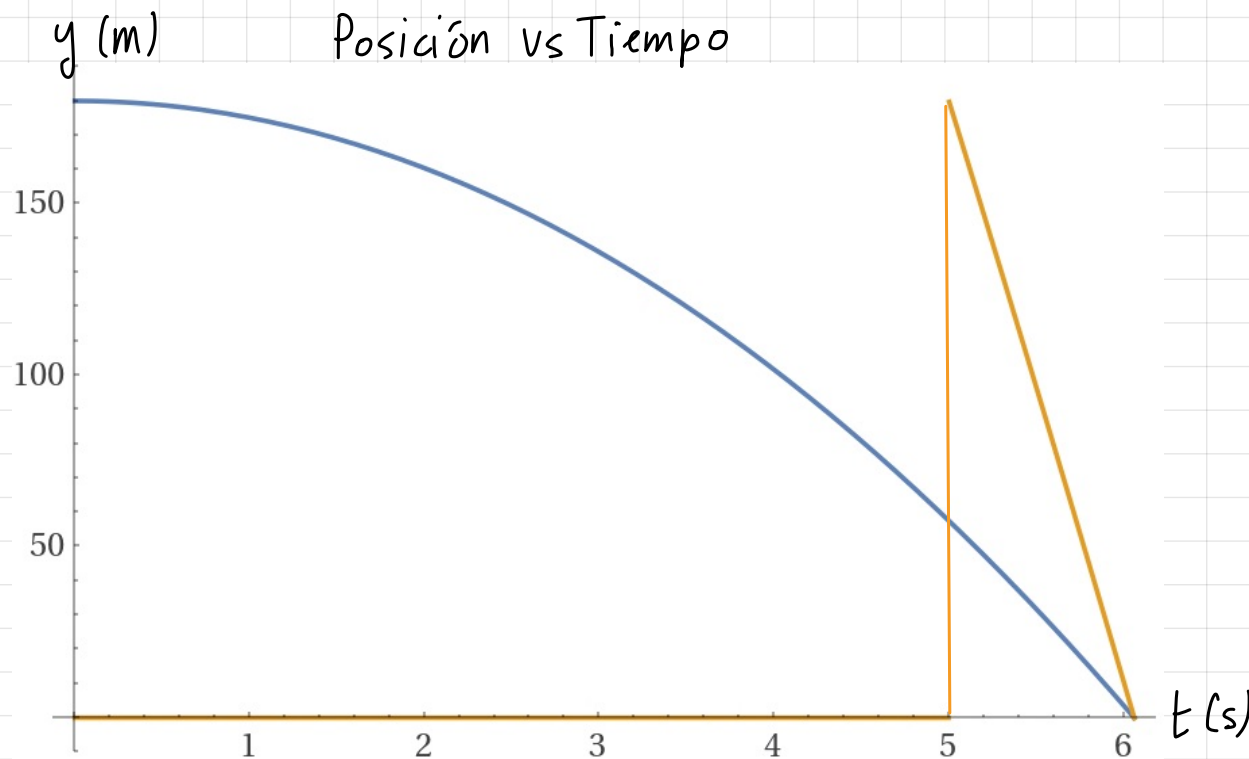
Despejamos v_0 de la Eq. (2) y t_f de la Eq. (1). Sustituimos t_f para v_0 .

$$\Rightarrow v_0 = \frac{h_0}{t_f - t_1} - \frac{1}{2}g(t_f - t_1), \quad t_f = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2 \cdot 180 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 6.1 \text{ s.}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - t_1} - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2h_0}{g}} - t_1\right) \leftarrow \text{Con esta rapidez minimo debe salir Superman!!}$$

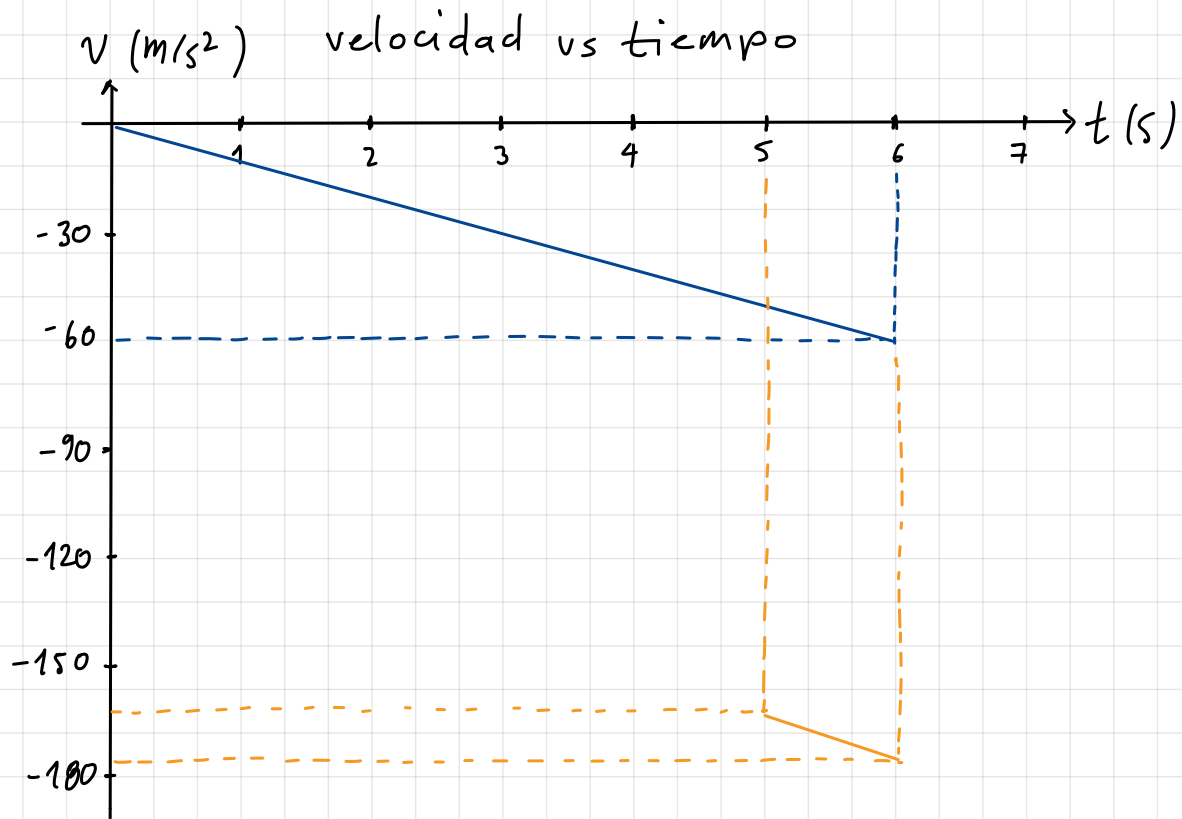
Numéricamente: ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$) $v_0 = 164.5 \text{ m/s}$

* Gráficos de posición-tiempo y velocidad tiempo.



$$y_E(t) = 180 - 4.9t^2$$

$$y_S(t) = 180 - 164.5(t - 5) - 4.9(t - 5)^2$$



$$v_E(t) = -9.8t$$

$$v_S(t) = -164.5 - 9.8(t-5)$$

Finalmente, recordemos que Superman llega 5 s tarde, así que no se podrá hacer nada si el intrépido estudiante llega al suelo en esos 5 s o antes. Hallemos entonces la distancia que recorre el intrépido en esos 5 s:

$$\Delta y = h_{\min} = |y_E(t=5s) - h_0| = \left| h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \right|_{5s} - h_0 = \left| -\frac{1}{2}gt^2 \right|_{5s} = 122.5 \text{ m}$$

El intrépido estudiante ha bajado 122.5 m, luego, para que superman pueda hacer algo, el edificio debe ser mayor a 122.5 m.