Correction du mid-term - Intermediate econometrics : M1 ED.

Exercice 1 (11 pts)

(1) $a = \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta}_1}{T_{\hat{\beta}_1}} = 0{,}0186$; $b = \hat{\beta}_3 = T_{\hat{\beta}_3} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_3} = 0{,}1127$

$c = R^2 = 1 - \frac{SSR}{TSS}$) 94,562) $= 2000 \times (0{,}327)^2$ (n, s.d. of $\ln Y$) $= 1 - 0{,}4421 = 0{,}5579$.

$\boxed{1{,}5 \text{ pts}}$ (0,5 par valeur correcte) si erreur calcul : 0,2

(2) Coeff. de $\ln(X) = -0{,}459 \to$ si $X \nearrow$ de 1 %, $Y \searrow$ de 0,459% en moyenne, toutes choses égales par ailleurs. $\to \boxed{0{,}75 \text{ pts}}$

Coeff. de $Z = 0{,}0054 \to$ si $Z \nearrow$ de 1 unité, $Y \nearrow$ de 0,54% en moyenne, toutes choses égales par ailleurs. $\to \boxed{0{,}75 \text{ pts}}$ → mettre 0 si les unités ne sont pas correctes

(3) Test de F : $F = \frac{R^2/3}{(1-R^2)/(2000-4)} = 839{,}6 \gg f_{1\%} = 3{,}78$

Donc $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ est rejetée.

$\boxed{1{,}5 \text{ pts}}$ (si R^2 faux dans la question 1) mais formule juste → mettre les pts.

(4) $H_0 : \beta_2 = 0$ vs $H_1 : \beta_2 \neq 0$: $|T_{\hat{\beta}_2}| = 5.806 > 1.96 \Rightarrow H_0$ rejetée (ou p-value lue dans le tableau de résultats). $\boxed{1 \text{ pt}}$

(5) $H_0 : \beta_1 = -0{,}5$ vs $H_1 : \beta_1 > -0{,}5$: $T_{\hat{\beta}_1} = \frac{-0.459 + 0.5}{0.0186} = 2.204$

Val. critique à 5% pour ce test unilatéral : 1.645.

On a $T_{\hat{\beta}_1} > 1.645$, donc H_0 est rejetée en faveur de H_1

$\boxed{1{,}5 \text{ pts}}$ si "mauvais" juste $\to$ 1 pt.

(6) $CI_{90\%}$ pour β_1 : $[\hat{\beta}_1 \pm \underbrace{1.645 \times 0.0186}_{0.0306}] \Leftrightarrow [-0.4896 ; -0{,}4284] \to \boxed{1 \text{ pt}}$

(7) Procédure 1 : test de Chow. (si les proc. sont mal détaillées → 0,75 ou 1 pt à chaque proc.)

a. On estime le modèle sur l'échantillon complet et on calcule la SSR.

b. ———————— les 2 sous-échantillons ———————— SSR_1 et SSR_2

c. Calcul de la stat. de Fisher : $F = \frac{(SSR - (SSR_1 + SSR_2))/4}{(SSR_1 + SSR_2)/(2000 - 2 \times 4)}$ (K+1)

Si F > val. critique pour un niv. de signification donné, on rejette l'hypothèse de stabilité du modèle.

1,5 pts

Procédure 2 : création d'une var. dummy (ex : $D_i = 1$ si i = femme, 0 sinon) et

on estime le modèle :

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_i) + \beta_2 Z_i + \beta_3 W_i + \delta_0 D_i + \delta_1 D_i \cdot \ln(X_i) + \delta_2 D_i \cdot Z_i + \delta_3 D_i \cdot W_i + \varepsilon_i$$

Test Chow ⇔ test F pour $H_0 : \delta_0 = \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$.

1,5 pts

Exercice 2 : 4 pts) ②

① Dans M1, les effets de X et Z sur Y sont supposés constants. L'introduction de X^2, Z^2 et XZ, dans M2, permet de lever cette dernière hypothèse en permettant à l'effet de X sur Y de dépendre de X et Z (en effet $\frac{\partial Y}{\partial X} = 0{,}062 - 2 \times 0.234 \cdot X + 0.426 \times Z$) 2pts et ~~l'effet~~ de même pour l'effet de Z sur Y ($\frac{\partial Y}{\partial Z} = -1{,}54 - 2 \times 1.02 Z + 0.426 \cdot X$)

② Test de $H_0 : \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ (où β_3 = coeff de X^2, β_4 = coeff de Z^2, β_5 = coeff de $X \cdot Z$)

H_1 : au moins un coeff est $\neq 0$.

2pts Test F avec $F = \frac{(SSR_{M1} - SSR_{M2})/3}{SSR_{M2}/(\underbrace{n-6}_{=60})} = \frac{753{,}256}{25.279} = 29.79$.

Or $f_{5\%} \simeq 2.76$, donc H_0 rejetée.

Exercice 3 5pts

~~1,5 pts~~

① Avec un terme d'erreur hétéroscédastique, ~~l'estimateur~~ OLS reste sans biais et convergent, mais la variance de des estimateurs des coeff de régression n'est plus valide (OLS n'est plus BLUE), et donc les tests de Student, Fisher ... etc ne sont plus valides non plus.

② Procédure d'estimation. 3,5pts (si "à peu près" : 2pts)

a. Estimation par OLS du modèle $y_i = \beta_0 + \beta_1 z_i + \beta_2 \omega_i + u_i$

b. Calcul de $\hat{u}_i$, $i = 1, \dots n$.

c. Avec l'hyp sur $V(u_i)$, on considère le modèle : $\hat{u}_i^2 = \sigma^2 \exp(\alpha z_i + \delta \omega_i)$

ou encore : $\ln \hat{u}_i^2 = \underbrace{\ln \sigma^2}_{\theta} + \alpha z_i + \delta \omega_i + \varepsilon_i$, sur lequel on applique OLS pour obtenir $\hat{\theta}, \hat{\alpha}, \hat{\delta}$. On calcule alors $\hat{h}_i = \exp(\hat{\alpha} z_i + \hat{\delta} \omega_i)$

d. Estimation de : $\frac{y_i}{\sqrt{\hat{h}_i}} = \beta_0 \frac{1}{\sqrt{\hat{h}_i}} + \beta_1 \frac{z_i}{\sqrt{\hat{h}_i}} + \beta_2 \frac{\omega_i}{\sqrt{\hat{h}_i}} + \underbrace{\frac{u_i}{\sqrt{\hat{h}_i}}}_{= v_i}$ tq $V(v_i) = \sigma^2$

par OLS ($\Leftrightarrow$ OLS pondérés (ou GLS)).